

И. Ю. ПАРАМОНОВ, В. А. СМАГИН

ОБЪЕМНАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СЕТЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

Исследуется информационная сеть в виде куба, в вершинах которого расположены соединенные постоянными вероятностными связями узлы, выполняющие функцию обработки информации. Оценивается количество информационной работы сети в виде функции распределения плотности вероятности. Рассмотрены преимущества объемной сети относительно сетей с плоской топологией. Предложена вероятностная модель учета влияния внешних воздействий на узлы сети и приведен пример расчета количества работы сети при воздействии на ее первый узел.

Ключевые слова: объемная сеть, топология, функция распределения, информационная работа, матрица, преобразование Лапласа, нанотехнологии.

Введение. В работах, посвященных исследованию принципов функционирования информационных сетей, рассматриваются, как правило, сети плоской структуры. Такие сети характеризуются тем, что при изображении их на плоскости линии связи между узлами не имеют пересечений. Это относится, в том числе, к работам [1, 2], в которых оценивается количество выполненной сетью информационной работы.

Исследования эффективности информационных сетей, ограниченные рассмотрением сетей только с плоской топологией, являются недостаточными. В реальных условиях многие информационные сети имеют пространственную 3D-структуру. Топология этих сетей может быть различной. Одной из простых объемных структур сети является куб.

В работах [3, 4] впервые рассмотрена объемная структура типа куб, ребра которого по сути представляют собой электронные элементы (резисторы, конденсаторы, полупроводниковые приборы, катушки индуктивности), обладающие только одним видом неисправности (ложный обрыв или ложное замыкание). Было показано, что объемная структура обладает повышенной надежностью.

В настоящей статье объектом исследования также является кубическая структура, но состоящая не из электронных элементов, а из информационных узлов, соединенных линиями связи. Узлы обладают некоторой пропускной способностью, измеряемой количеством информационных единиц в единицу времени. Обработка информации осуществляется каждым узлом в течение случайного интервала времени, определяемого некоторым распределением вероятностей.

Расчет количества информационной работы сети при отсутствии внешних воздействий. При первом допущении предполагается, что узлы куба не подвергаются внешним дестабилизирующим воздействиям.

Рассмотрим математическую формализацию задачи. Дана объемная сеть с одним источником, M узлами и одним стоком. Заданы плотность вероятности времени пребывания заявки

в узле сети $f_i(t)$, вероятности переходов между узлами p_{ij} , $i, j = 0, 1, 2, \dots, M$, а также пропускная информационная способность узла I_i . Требуется определить количество информационной работы сети g_i как вероятность того, что эта величина принимает значение не менее заданного (аналог функции надежности в теории надежности).

Для решения задачи первоначально составляется матрица переходов $G(s)$ между узлами сети, содержащая $M + 1$ строк и $M + 1$ столбцов. Элемент $p_{ij}g_i(s)$ матрицы $G(s)$ определяет вероятность перехода из i -го узла в j -й. Изображение Лапласа плотности вероятности количества информационной работы i -го узла $g_i(s)$ определяется последовательно в результате двух преобразований над $f_i(t)$:

$$g(t) = \frac{1}{I_i} f_i \left(\frac{t}{I_i} \right), \quad g_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-sz} g(t) dt,$$

где s — переменная Лапласа.

После заполнения матрицы $G(s)$ элементами составляется матрица $T(s)$:

$$T(s) = \mathbf{1} + G(s) + G^2(s) + \dots = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - G(s)}, \quad (1)$$

где $\mathbf{1}$ — единичная матрица.

В соответствии с правилом вычисления обратной матрицы элемент (i, j) определяется как

$$Y_{i,j}(s) = A_{j,i}(s) / R(s), \quad (2)$$

где $A_{j,i}(s)$ — алгебраическое дополнение элемента (i, j) матрицы $\mathbf{1} - G(s)$, $R(s)$ — главный определитель матрицы $\mathbf{1} - G(s)$.

Из формул (1) и (2) следует, что преобразование Лапласа плотности вероятности количества работы сети будет равно

$$Y_{0,M+1}(s) = A_{M+1,0}(s) / R(s).$$

Обозначим как $Q(s)$ матрицу, получаемую удалением из матрицы $\mathbf{1} - G(s)$ $(M + 1)$ -й строки и нулевого столбца, а как $K(s)$ — определитель матрицы $Q(s)$. Величина

$Y(s) = \frac{K(s)}{R(s)}$ — есть изображение Лапласа плотности вероятности количества выполненной

сетью информационной работы.

Вычислив значения $K(s)$ и $R(s)$, можно определить начальные моменты искомой плотности распределения количества информационной работы сети, а по начальным моментам можно найти аппроксимирующую функцию распределения.

Пример. Рассмотрим объемную структуру — куб, в вершинах которого расположены узлы, выполняющие функцию обработки информации (рис. 1). Последовательность инициации работы узлов определяется линиями связи между ними (обозначены стрелками).

Предположим, что пропускные способности всех узлов одинаковы и равны $I = 10$ операций·с⁻¹, время обработки информации узлами также одинаково и распределено по нормальному закону с математическим ожиданием $m = 20$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma = 5$. Плотность вероятности времени работы всех узлов определяется как

$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}$, а плотность вероятности количества работы узлов с учетом пропускной способности — как $g(t) = \frac{1}{I} f\left(\frac{t}{I}\right)$.

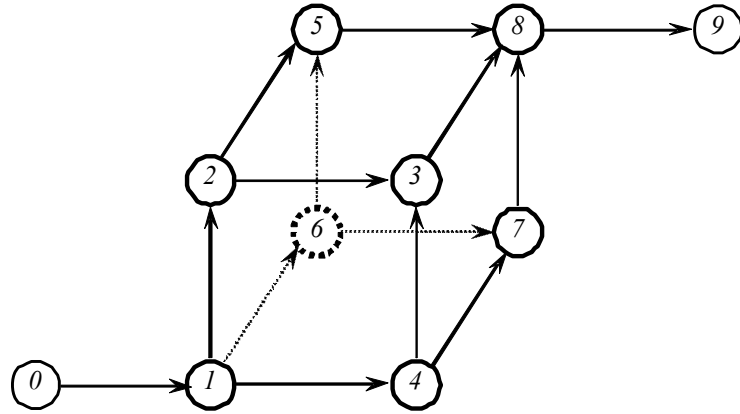


Рис. 1

Для сокращения времени вычислений перейдем от непрерывного представления указанных плотностей вероятностей к их аппроксимации по методу моментов на основе гипердельтовой аппроксимации [5]. Ограничившись тремя начальными моментами распределений, для нормального закона получим

$$f(t) = \frac{1}{2}(\Delta(t - m + \sigma) + \Delta(t - m - \sigma)), \quad g(t) = \frac{1}{2}(\Delta(t - I(m - \sigma)) + \Delta(t - I(m + \sigma))). \quad (3)$$

С использованием изображений Лапласа выражения (3) принимают следующий вид:

$$f(s) = \frac{1}{2}[e^{-(m-\sigma)s} + e^{-(m+\sigma)s}], \quad g(s) = \frac{1}{2}[e^{-I(m-\sigma)s} + e^{-I(m+\sigma)s}]. \quad (4)$$

Примем следующие значения для вероятностей переходов между узлами сети:

$$p_{12} = \frac{1}{3}, p_{16} = \frac{1}{3}, p_{14} = \frac{1}{3}, p_{25} = \frac{1}{2}, p_{23} = \frac{1}{2}, p_{65} = \frac{1}{2}, p_{67} = \frac{1}{2}, p_{43} = \frac{1}{2},$$

$$p_{47} = \frac{1}{2}, p_{58} = 1, p_{38} = 1, p_{78} = 1.$$

Составим матрицы $\mathbf{1} - G(s)$ и $Q(s)$:

$$\mathbf{1} - G(s) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p_{12}g(s) & 0 & -p_{14}g(s) & 0 & -p_{16}g(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -p_{23}g(s) & 0 & -p_{25}g(s) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{38}g(s) \\ 0 & 0 & 0 & -p_{43}g(s) & 1 & 0 & 0 & -p_{47}g(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -p_{58}g(s) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{65}g(s) & 1 & -p_{67}g(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{78}g(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$Q(s) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -p_{12}g(s) & 0 & -p_{14}g(s) & 0 & -p_{16}g(s) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p_{23}g(s) & 0 & -p_{25}g(s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{38}g(s) \\ 0 & 0 & -p_{43}g(s) & 1 & 0 & 0 & -p_{47}g(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -p_{58}g(s) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{65}g(s) & 1 & -p_{67}g(s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -p_{78}g(s) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Таким образом, изображение Лапласа плотности вероятности количества выполненной работы сети

$$Y(s) = \frac{1}{8} (e^{-450s} + 3e^{-550s} + 3e^{-650s} + e^{-750s}).$$

Определим начальные моменты данной плотности вероятности $g(t)$:

$$v_0 = 1, \quad v_1 = 600 \text{ операций}, \quad v_2 = 367\,500 \text{ операций}^2.$$

Используя аппроксимацию нормальной плотностью, получаем: константа нормирования плотности $C_a = 1$, среднее квадратическое отклонение $\sigma_a = 86,603$, коэффициент вариации $\eta_a = 0,144$. Обозначив полученную плотность как $g_a(t)$, вычислим вероятность выполнения работы сетью и сравним ее с вероятностью выполнения работы одним узлом сети (рис. 2):

$$P_a(t) = \int_t^{\infty} g_a(t) dt, \quad P(t) = \int_t^{\infty} g(t) dt.$$

Результат сравнения данных вероятностей определяется как (рис. 3)

$$E(t) = \frac{1 - P_a(t)}{1 - P(t)}.$$

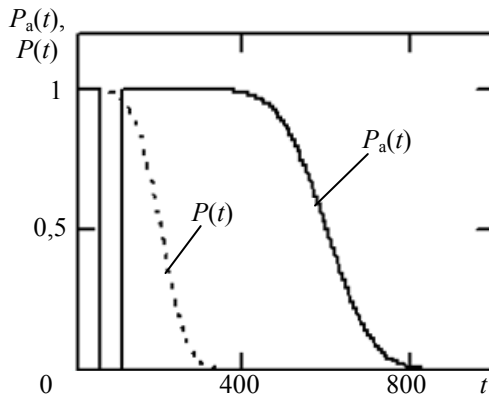


Рис. 2

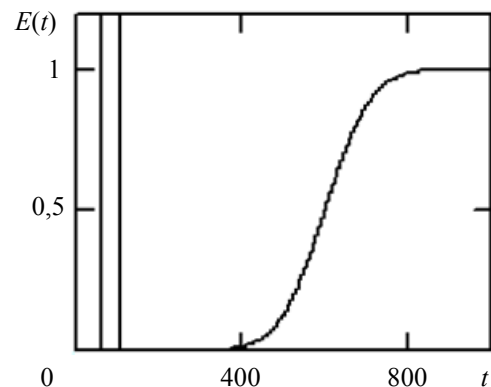


Рис. 3

З а м е ч а н и е . По оси абсцисс на рис. 2 и 3 (и всех последующих) под аргументом t следует понимать не время, а количество выполненной работы, измеряемое числом информационных операций.

Пренебрегая „провалом“ графика $P_a(t)$, что обусловлено низкой точностью вычислений, можно констатировать достаточно эффективное функционирование сети по сравнению с эффективностью работы одного ее узла. Кроме того, следует заметить, что если коэффициент вариации для одного узла составляет $\eta = 0,25$, то для сети в целом этот коэффициент $\eta_a = 0,145$.

Сравнительный анализ трех сетевых структур. Сравним по количеству выполняемой информационной работы кубическую сетевую структуру с двумя необъемными структурами.

Первая структура параллельная, содержащая восемь узлов, из которых один узел образует сток, один — исток, а остальные шесть узлов функционируют параллельно. При этом полагается, что исток связан с каждым из шести параллельных узлов с вероятностью $1/6$.

Вторая структура последовательная. Все восемь узлов сети соединены в одну линейку, поэтому переходы между ними выполняются с вероятностями, равными единице.

Процедура расчета количества работы данных плоских сетей аналогична описанной выше: строятся матрицы переходов для структур $G(s)$, затем матрицы $1-G(s)$, $Q(s)$, после чего определяются плотности вероятностей количества выполняемой работы. Были получены следующие числовые значения параметров нормальных распределений: для кубической структуры $m_k = 600$, $\sigma_k = 87$; для параллельной структуры $m_{\Pi} = 400$, $\sigma_{\Pi} = 87$; для последовательной структуры $m_{\text{посл}} = 1400$, $\sigma_{\text{посл}} = 132$. Коэффициенты вариаций соответственно равны $\eta_k = 0,144$, $\eta_{\Pi} = 0,177$, $\eta_{\text{посл}} = 0,094$. На рис. 4 представлен график плотностей распределения времени работы для трех сетевых структур.

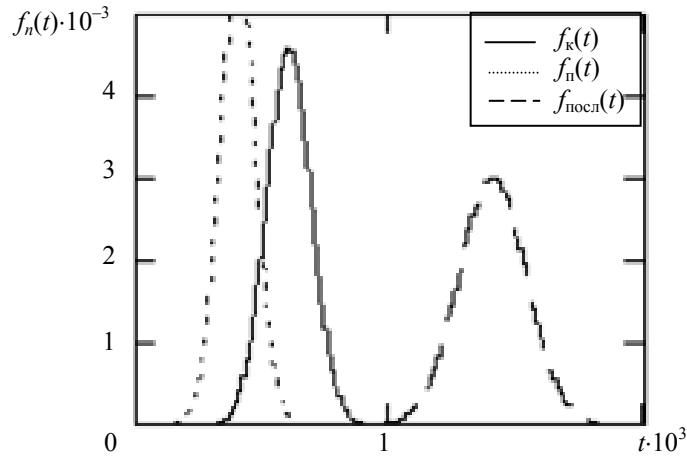


Рис. 4

Анализ рис. 4 показывает, что при сделанных допущениях наиболее „слабой“ является параллельная структура, наиболее „сильной“ — последовательная, а кубическая структура занимает промежуточное положение.

Следует подчеркнуть, что при сравнении трех структур сетей во внимание принималось только количество информационной работы при вероятностных связях между узлами; при анализе не учитывалась надежность и „живучесть“ узлов.

Примечание. В качестве информации, предвещающей исследования по влиянию внешних возмущений на работу сетевых структур, следует напомнить о принципе функциональной эффективности, сформулированном В. Г. Хорошевским [6]. Суть этого принципа наиболее просто можно представить на примере расчета количества эффективной информационной работы ненадежной системы:

$$W(t) = ItP'(t), \quad (7)$$

где $P'(t)$ — вероятность отсутствия отказа системы в течение времени t .

Количество работы (7) достигает максимума при времени функционирования системы, удовлетворяющем уравнению

$$t_0 = 1/\lambda(t_0),$$

где $\lambda(t)$ — интенсивность отказа невосстанавливаемой системы, тогда $W_{\max}(t_0) = It_0P(t_0)$.

Следовательно, каждый узел сети обладает при определенных условиях максимальной потенциальной эффективностью и соответственно влияет на эффективность функционирования

сети при воздействии определенных внешних и внутренних факторов, вызывающих деградацию сети. Поэтому определение количества работы сети при влиянии на ее узлы возмущающих воздействий — важная и трудная задача, решение которой возможно пока лишь поэтапно при последовательном снижении жесткости ограничений, накладываемых на сеть. Объемная сеть при определенной топологии должна обладать компенсационным информационным эффектом. Можно предположить, что он достигается при сравнительно небольшом количестве узлов сети. Однако решить подобную задачу пока не представляется возможным.

Перечислим основные задачи, наиболее важные для практики построения объемных информационных сетей:

— построение сетей с определенной производительностью, устойчивых к внутренним и внешним возмущающим воздействиям;

— определение в сетях предпочтительных путей передачи для обработки информации, удовлетворяющих некоторым ограничивающим факторам;

— синтез предпочтительных путей обработки информации.

Решение данных задач может быть основано только на детальном количественном исследовании свойств сетей.

Оценивание влияния внешних возмущающих факторов на элементы сети. Элементами сети являются узлы и линии связи между ними. При расчетах целесообразно (наиболее просто) учитывать разрушение линий связи. Для этого следует в матрицах, применяемых при расчете количества работы сети, домножать вероятности переходов между узлами на вероятности неразрушения (известные) тех или иных линий связи.

Исследование влияния разрушения узлов на эффективность работы сети — более трудная задача. Возможность и результативность ее решения зависят от расположения узла в сети и модели внешнего воздействия. В качестве примера остановимся на решении задачи, когда внешнее возмущение влияет на наиболее важный для работоспособности сети узел. Таким узлом является узел I (см. рис. 1), непосредственно связанный с истоком сети.

Рассмотрим следующую приближенную модель. Распределение времени работы узла сети оценим распределением времени действия внешнего возмущения. Для полученного распределения необходимо найти плотность вероятности количества работы узла в преобразовании Лапласа. Исследуем эту модель на примере учета влияния внешнего возмущения на узел I сети. Пусть наряду с изображением Лапласа исходной плотности вероятности времени работы узла $f(s)$ (см. формулу (4)) задано изображение Лапласа плотности вероятности времени воздействия на узел ($v(s)$):

$$f(s) = \frac{1}{2} [e^{-(m-\sigma)s} + e^{-(m+\sigma)s}], \quad v(s) = \frac{1}{2} [e^{-(m_v-\sigma_v)s} + e^{-(m_v+\sigma_v)s}],$$

где $m_v = 9,898$, $\sigma_v = 2,939$.

Объединив эти нормальные распределения с учетом параметра $I = 10$ операций \cdot ч $^{-1}$, получим выражение для изображения Лапласа плотности вероятности количества работы, которое следует подставить в матрицы $G(s)$ и $Q(s)$ вместо $g(s)$ для первого узла сети:

$$g_v(s) = \frac{1}{2} (e^{-70s} + e^{-130s}).$$

Далее выполняются все вычисления, аналогичные приведенным в примере. На рис. 5 приведен график плотностей вероятности количества информационной работы сети при отсутствии воздействия на ее узел ($w(t)$) и при наличии воздействия ($w_v(t)$).

На рис. 6 представлены следующие графики: $P(t)$ — вероятность того, что количество работы сети не менее заданного значения (по оси абсцисс) при отсутствии воздействия на

узел I ; $P_v(t)$ — то же, при наличии воздействия на узел I ; $P_g(t)$ — вероятность того, что количество работы одного узла при отсутствии воздействия не менее заданного.

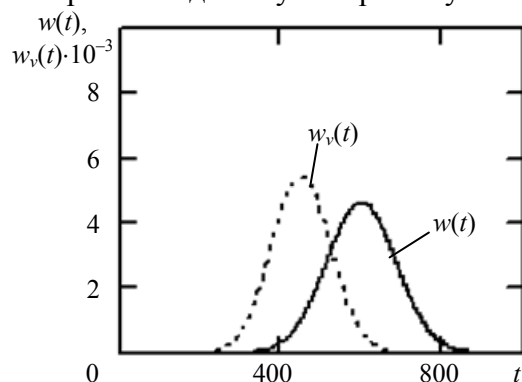


Рис. 5

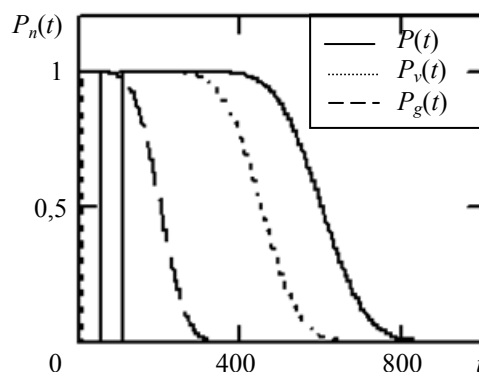


Рис. 6

Анализ рис. 5 и 6 показывает, что при наличии внешнего воздействия на узел I эффективность работы сети снижается.

Введем функции выигрыша по количеству невыполненной сетью работы относительно количества невыполненной работы одним узлом:

$$E(t) = \frac{1 - w(t)}{1 - w_g(t)}, \quad E_1(t) = \frac{1 - w_v(t)}{1 - w_g(t)}.$$

График данных функций приведен на рис. 7.

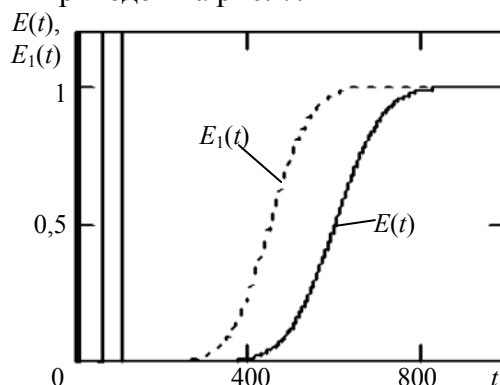


Рис. 7

Следует, однако, иметь в виду, что воздействие на другие узлы сети потребует изменения данной модели. В частности, такие факторы, как сдвиг по времени работы узлов, следующие за первым, несовпадение времени начала воздействия на какой-либо узел с временем начала работы „поражаемого“ узла, изменение самого характера воздействия, обуславливают необходимость более тонкого анализа случайных явлений с использованием, например, условных вероятностей, а в ряде случаев — нечетких множеств.

Следует также обратить внимание на то, что при решении практической задачи по оцениванию „живучести“ конкретной сети могут потребоваться другие модели воздействий (например, в условиях вооруженных конфликтов [7, 8]).

Заключение. Рассмотрена простая симметричная кубическая структура информационной сети, узлы которой выполняют функцию обработки информации, связи между узлами сети представлены величинами постоянных вероятностей, а для определения количества информационной работы сети применен матричный метод. Утверждается информационное преимущество данной сети по сравнению с традиционными плоскими структурами и предложена вероятностная модель учета влияния на узлы сети внешних возмущающих воздействий.

Для достижения значимых результатов при реализации объемных сетей необходимы дальнейшие научные исследования фундаментального и прикладного характера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смагин В. А., Парамонов И. Ю. Оценивание количества информационной работы вычислительной сети // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 12. С. 16—20.
2. Лавров Р. О., Парамонов И. Ю., Смагин В. А., Харин В. Н. Модели надежности программного обеспечения средств измерений. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2013. 90 с.
3. Smagin V. A. Nanotechnology. The basis for the creation of new high-reliability elements // Automatic Control and Computer Sciences. 2008. Vol. 42. N 2. P. 109—111.
4. Смагин В. А. Новые вопросы теории эксплуатации. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2010. 127 с.
5. Смагин В. А., Филимохин Г. В. О моделировании случайных процессов на основе гипердельтного распределения // АВТ. 1990. № 5. С. 25—31.
6. Хорошевский В. Г. Инженерный анализ функционирования вычислительных машин и систем. М.: Радио и связь, 1987. 256 с.
7. Cohen D. All the World's a Net // New Scientist. 2002. Apr. P. 22—29.
8. Moffat J. Complexity theory and network centric warfare // CCRP Publ. Ser.: Information Age Transformation Series. 2002. 201 p.

*Сведения об авторах***Иван Юрьевич Парамонов**

— канд. техн. наук; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург; докторант; E-mail: ivan_paramonov@mail.ru

Владимир Александрович Смагин

— д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра метрологического обеспечения, Санкт-Петербург; E-mail: va_smagin@mail.ru

Рекомендована отделом
перспектив развития АСУ и связи
ВКА им. А. Ф. Можайского

Поступила в редакцию
18.06.13 г.

УДК 62.50

Н. А. ДУДАРЕНКО, Н. А. ПОЛИНОВА, М. В. СЕРЖАНТОВА, А. В. УШАКОВ

КРАТНЫЕ БИНОМИАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ В ЗАДАЧЕ АППРОКСИМАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ЗВЕНО ЧИСТОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Рассматривается проблема аппроксимации динамических цепей со звеном чистого запаздывания. Предложено решение, основанное на применении кратных биномиальных структур в задаче аппроксимации динамических цепей. Задача решается относительно класса аппроксимационных процедур в функциональном пространстве.

Ключевые слова: динамическая цепь со звеном чистого запаздывания, аппроксимация, кратные биномиальные структуры, функциональное пространство.

Введение. Постановка задачи. Реальные физические объекты в неупрощенном модельном представлении являются нелинейными и характеризуются задержками при передаче сигналов от одного физического компонента к другому. При модельном представлении физических объектов, вследствие ограниченных технологических возможностей аналитических и расчетных процедур, отмеченные факторы часто игнорируют. Однако существуют ситуации, когда игнорирование факта наличия временных задержек