

В. Н. АРСЕНЬЕВ, П. В. ЛАБЕЦКИЙ

## МЕТОД АПОСТЕРИОРНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Рассмотрена задача оценивания характеристик системы управления летательного аппарата по ограниченному числу натуральных испытаний. Предложен новый метод оценивания — метод приоритета опытной информации, согласно которому вес ограниченных опытных данных больше веса практически неограниченных априорных. Получены аналитические выражения для апостериорных оценок характеристик системы управления.

**Ключевые слова:** летательный аппарат, система управления, характеристики, ограниченные натурные испытания.

**Введение.** Система управления (СУ) летательного аппарата (ЛА) должна обеспечивать решение целевых задач, поэтому к ней предъявляется ряд требований по точности, надежности и т.д. Для проверки соответствия требованиям технического задания проводятся исследования характеристик СУ на всех этапах создания системы. Получаемая при этом информация может быть условно разделена на априорную (накопленную до проведения натуральных испытаний ЛА) и опытную (полученную по результатам натуральных испытаний).

Объем априорной информации может быть сколь угодно большим, в то время как число натуральных испытаний ЛА, как правило, ограничено. С другой стороны, достоверные данные о характеристиках СУ могут быть получены только по результатам натуральных испытаний ЛА. Для повышения точности оценок характеристик СУ возникает необходимость объединения априорной и опытной информации.

Существуют различные способы апостериорного оценивания характеристик СУ [1—8]. Группа методов [2, 4, 7, 8], основанная на формуле Байеса, предполагает знание закона распределения априорных оценок характеристик СУ, причем апостериорные оценки зависят от вида этого распределения. В настоящее время нет универсальных рекомендаций по выбору априорного распределения.

Вторую группу составляют методы, основанные на использовании коэффициента значимости априорной информации, определяющего вес исходных данных в апостериорной оценке [1, 3, 5, 6]. Проблема выбора этого коэффициента в общем случае не решена.

В основе предлагаемого метода апостериорного оценивания характеристик СУ — метода приоритета опытной информации (ПОИ) — лежат два положения:

- 1) априорная информация не должна противоречить результатам натуральных испытаний ЛА;
- 2) вес априорной информации в апостериорной оценке не может больше веса опытных данных [9].

**Постановка задачи.** Рассматривается некоторая, в общем случае векторная, физическая величина  $\hat{X}$ , характеризующая качество функционирования СУ. Она является случайной, поскольку зависит от большого числа случайных факторов.

Полагается, что известен вид плотности распределения величины  $\hat{X} \sim \varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \boldsymbol{\mu})$ , где  $\boldsymbol{\mu}$  — вектор характеристик СУ, или вектор, связанный с характеристиками СУ однозначной зависимостью (например, если исследуется точность СУ, то в качестве  $\hat{X}$  может выступать вектор отклонений фазовых координат СУ от расчетных значений, а в качестве  $\boldsymbol{\mu}$  — математическое

ожидание и ковариационная матрица этого вектора; если исследуется надежность системы, то время безотказной работы может рассматриваться как  $\hat{X}$ , а среднее время безотказной работы или интенсивность отказов как  $\mu$  и т.д.).

До проведения натуральных испытаний ЛА получена априорная (расчетная) оценка  $\mu_p$  вектора  $\mu$ . По результатам  $N_0$  натуральных испытаний, которые представлены выборкой  $X_i$  ( $i = \overline{1, N_0}$ ), методом максимального правдоподобия получено опытное значение  $\mu_0$ ,  $N_0$  не меньше размерности вектора  $\mu$ .

Необходимо получить апостериорную оценку  $\mu_a$  вектора характеристик СУ, учитывающую результаты априорных исследований и натуральных испытаний ЛА.

**Формирование апостериорных оценок характеристик СУ.** Объединение априорной информации и опытных данных позволяет повысить точность оценивания характеристик СУ в том случае, когда результаты исследований, проведенных до натуральных испытаний ЛА, не противоречат данным, полученным в процессе испытаний. В противном случае привлечение априорной информации может не только не повысить качество оценивания, а наоборот, исказить опытные данные.

Полагается, что априорная и опытная информация о характеристиках СУ является однородной. Это означает, что  $\mu_p$  может рассматриваться как оценка, полученная по некоторой не реальной, а гипотетической выборке из совокупности с плотностью распределения  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$ . Формально эту выборку можно представить в виде  $X_{\Gamma_i}$  ( $i = \overline{1, N_p}$ ), где  $N_p$  — неизвестное число гипотетических испытаний, а в качестве весовых коэффициентов, определяющих доли априорной и опытной информации в апостериорной оценке, использовать  $N_p$  и  $N_0$  соответственно. Чем ближе априорная информация к результатам испытаний, тем больше ее вес, при этом всегда  $N_p \leq N_0$ .

Множества результатов реальных и гипотетических испытаний  $X_i$  ( $i = \overline{1, N_0}$ ),  $X_{\Gamma_i}$  ( $i = \overline{1, N_p}$ ) рассматриваются как выборки из одной генеральной совокупности с плотностью распределения  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$ .

Для получения апостериорных оценок характеристик СУ предлагается использовать два подхода, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки.

При первом подходе вводится обобщенная функция правдоподобия

$$L = \prod_{i=1}^{N_0} \varphi_{\hat{X}}(X_i; \mu) \prod_{i=1}^{N_p} \varphi_{\hat{X}_{\Gamma}}(X_{\Gamma_i}; \mu). \quad (1)$$

Во многих практических случаях произведения, входящие в правую часть (1), могут быть представлены в виде [9]:

$$\prod_{i=1}^{N_0} \varphi_{\hat{X}}(X_i; \mu) = L(\mu_0; \mu) \text{ и } \prod_{i=1}^{N_p} \varphi_{\hat{X}_{\Gamma}}(X_{\Gamma_i}; \mu) = L(\mu_p; \mu), \quad (2)$$

где  $\mu_0$  и  $\mu_p$  полагаются оценками максимального правдоподобия вектора  $\mu$ , полученными по выборкам  $X_i$  ( $i = \overline{1, N_0}$ ) и  $X_{\Gamma_i}$  ( $i = \overline{1, N_p}$ ) соответственно.

Тогда обобщенная функция правдоподобия

$$L = L(\mu_0; \mu)L(\mu_p; \mu). \quad (3)$$

В качестве апостериорной оценки, учитывающей априорную и опытную информацию, берется

$$\mu_a = \arg \max_{\mu} L = \arg \max_{\mu} \ln L = \arg \max_{\mu} \ln [L(\mu_o; \mu)L(\mu_p; \mu)] = \arg \max_{\mu} \left\{ \ln [L(\mu_o; \mu)] + \ln [L(\mu_p; \mu)] \right\}.$$

Если функция плотности распределения  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$  является регулярной в смысле первой и второй производных по  $\mu$  [10], то апостериорная оценка  $\mu_a$  может быть определена из необходимого условия максимума  $L$ :

$$\left. \frac{\partial \ln [L(\mu_o; \mu)]}{\partial \mu} \right|_{\mu=\mu_a} + \left. \frac{\partial \ln [L(\mu_p; \mu)]}{\partial \mu} \right|_{\mu=\mu_a} = 0. \quad (4)$$

Найденная таким образом апостериорная оценка характеристик СУ фактически является оценкой максимального правдоподобия, полученной по объединенной выборке  $\mathbf{X}_i (i = \overline{1, N_o})$ ,  $\mathbf{X}_{ri} (i = \overline{1, N_p})$ , и обладает всеми положительными свойствами этих оценок. Следует, однако, заметить, что не всегда удается найти решение уравнения (4) в аналитическом виде.

Второй подход является более универсальным. Он основан на том, что практически всегда элементы вектора  $\mu$  могут быть выражены через начальные или центральные (если, конечно, они существуют) моменты составляющих вектора  $\hat{X}$ . Поэтому минимальный объем априорных и опытных данных определяется числом параметров в функции  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$ , т.е. размерностью вектора  $\mu$ . Если распределение  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu)$  однопараметрическое, то достаточно

найти апостериорную оценку одного вероятностного момента величины  $\hat{X}$  и по ней значение  $\mu_a$ . При двухпараметрическом распределении вектор параметров  $\mu$  является двумерным и для получения  $\mu_a$  необходимо найти апостериорные оценки двух моментов и т.д. По апостериорной оценке  $\mu_a$  вектора параметров  $\mu$  и распределению  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \mu_a)$  может быть найдена апо-

стериорная оценка вероятностного момента величины  $\hat{X}$  любого порядка. Следует, однако, заметить, что в некоторых случаях возникают сложности с исследованием качества полученных апостериорных оценок характеристик СУ.

Выигрыш в точности оценивания, получаемый за счет учета результатов априорных исследований, тем больше, чем больше число гипотетических испытаний  $N_p$ , т.е. чем ближе априорная информация к опытным данным.

**Определение числа гипотетических испытаний  $N_p$ .** Априорная оценка  $\mu_p$  вектора характеристик СУ  $\mu$  не противоречит опытным данным, если справедлива многомерная статистическая гипотеза  $H: \mu = \mu_p$ .

Для проверки гипотезы  $H$  удобно использовать критерий отношения правдоподобия, поскольку он является равномерно наиболее мощным [10]. В качестве меры, характеризующей близость априорной оценки  $\mu_p$  к опытным данным, берется величина отношения правдоподобия

$$v^* = \prod_{i=1}^{N_0} \varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}_i; \boldsymbol{\mu}) \Big|_{\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}_p} / \prod_{i=1}^{N_0} \varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}_i; \boldsymbol{\mu}) \Big|_{\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}_0} = \prod_{i=1}^{N_0} \frac{\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}_i; \boldsymbol{\mu}_p)}{\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}_i; \boldsymbol{\mu}_0)}, \quad (5)$$

Если величина  $z^* = -2 \ln v^*$  меньше критического значения  $z_\gamma$  ( $\gamma$  — заданный уровень значимости), то принимается решение о возможности совместной обработки априорных и опытных данных. Приближенный метод проверки гипотезы  $H$  при ограниченном числе натуральных испытаний подробно рассмотрен в работе [11].

Чем ближе априорная информация к результатам испытаний, тем больше величина отношения правдоподобия (5), максимальное значение  $v^* = 1$ , при большом отличии априорных данных от опытных  $v^* \approx 0$ . В связи с этим число гипотетических испытаний  $N_p$ , определяющее вес априорной информации в апостериорной оценке, предлагается вычислять по формуле

$$N_p = v^* N_0.$$

Отсюда видно, что всегда  $N_p \leq N_0$ .

**Пример.** Исследуется надежность СУ ЛА. Время безотказной работы СУ  $\hat{X}$  имеет экспоненциальный закон распределения  $\varphi_{\hat{X}}(X; \mu) = \exp(-X/\mu)/\mu$ , где  $\mu$  — среднее время безотказной работы. По результатам априорных исследований надежности получена оценка  $\mu_p = 1000$  ч. Проведены испытания семи опытных образцов ЛА на надежность, по которым получены следующие значения времени безотказной работы:  $X_1 = 1114$ ,  $X_2 = 805$ ,  $X_3 = 727$ ,  $X_4 = 1009$ ,  $X_5 = 814$ ,  $X_6 = 732$ ,  $X_7 = 916$  ч. Необходимо найти апостериорную оценку среднего времени безотказной работы СУ ЛА  $\mu_a$ .

Оценка максимального правдоподобия, рассчитанная по данным натуральных испытаний,  $\mu_0 = \sum_{i=1}^7 X_i / 7 = 874$  ч, отношение правдоподобия для проверки гипотезы  $H: \mu = \mu_p$   $v^* = (\mu_0 / \mu_p)^{N_0} \exp[-N_0(\mu_0 / \mu_p - 1)] = 0,9409$ , а  $z^* = 0,1217$ . Для уровня значимости  $\gamma = 0,05$  граничное значение, полученное по методике [11],  $z_\gamma = 3,9305$ . Поскольку  $z^* < z_\gamma$ , то априорная и опытная информация о надежности СУ считается однородной. Число гипотетических испытаний  $N_p = 0,9409 \cdot 7 = 6,5853$ .

В соответствии с первым подходом к формированию апостериорных оценок характеристик СУ определяются функции (2) и (3):

$$\begin{aligned} L(\mu_0, \mu) &= \exp(-N_0 \mu_0 / \mu) / \mu^{N_0}; \\ L(\mu_p, \mu) &= \exp(-N_p \mu_p / \mu) / \mu^{N_p}; \\ L &= \exp[-(N_0 \mu_0 + N_p \mu_p) / \mu] / \mu^{N_0 + N_p}. \end{aligned}$$

Уравнение (4) принимает вид

$$N_p \mu_p / \mu_a^2 - N_p / \mu_a + N_0 \mu_0 / \mu_a^2 - N_0 / \mu_a = 0,$$

отсюда  $\mu_a = (N_0 \mu_0 + N_p \mu_p) / (N_0 + N_p) = 935$  ч.

По функции плотности распределения  $\varphi_{\hat{X}}(X; \mu_a) = \exp(-X / \mu_a) / \mu_a$  может быть найдена апостериорная оценка момента величины  $\hat{X}$  любого порядка, который носит вероятностный характер.

**Заключение.** Предложенный метод приоритета опытной информации позволяет найти апостериорные оценки характеристик СУ по точечным оценкам, полученным до и после проведения натуральных испытаний ЛА, и закону распределения  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \boldsymbol{\mu})$ , вид которого в большинстве случаев известен.

При ограниченном числе натуральных испытаний  $N_0$  и некоторых распределениях  $\varphi_{\hat{X}}(\mathbf{X}; \boldsymbol{\mu})$  возникают трудности, связанные с определением граничного значения  $z_\gamma$ , необходимого для проверки однородности априорной и опытной информации. Решение конкретных задач апостериорного оценивания параметров различных распределений методом ПОИ показало, что процедура проверки принадлежности всей имеющейся информации к одной генеральной совокупности может быть опущена, а следовательно, границы применения метода существенно расширены. В пользу такого утверждения свидетельствует то, что при наличии больших расхождений в данных, полученных до и после проведения испытаний, величина отношения правдоподобия  $v^*$ , фактически определяющая вес априорной информации в апостериорной оценке, близка к нулю. Малое значение отношения правдоподобия и, как следствие числа гипотетических испытаний  $N_p$ , практически исключает влияние априорной информации на результат.

Метод приоритета опытной информации может использоваться при решении широкого круга задач, связанных с объединением информации, полученной на различных этапах исследования сложной системы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пугачев В. Н. Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. М.: Сов. радио, 1973. 256 с.
2. Шаракианэ А. С., Железнов И. Г. Испытания сложных систем. М.: Высш. школа, 1974. 184 с.
3. Элементы теории испытаний и контроля технических систем / Под ред. Р. М. Юсупова. Л.: Энергия, 1978. 192 с.
4. Кринецкий Е. И. и др. Летные испытания ракет и космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1979. 464 с.
5. Щербаков П. С. Использование априорной информации для уточнения оценок параметров // Изв. АН СССР. Автом. и телемех. 1988. № 5. С. 80—89.
6. Арсеньев В. Н. Метод апостериорного оценивания показателей качества системы при ограниченном объеме информации // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1991. № 11. С. 16—22.
7. Моррис У. Наука об управлении. Байесовский подход. М.: Мир, 1971. 304 с.
8. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968. 548 с.
9. Арсеньев В. Н. Оценивание характеристик систем управления по ограниченному числу натуральных испытаний. М.: Рестарт, 2013. 126 с.
10. Уилкс С. Математическая статистика. М.: Наука, 1967. 632 с.
11. Арсеньев В. Н., Фадеев А. С. Методика проверки соответствия характеристик системы управления заданным требованиям по ограниченному числу испытаний // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 10. С. 43—48.

*Сведения об авторах*

- Владимир Николаевич Арсеньев** — д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов, Санкт-Петербург; E-mail: vladar56@mail.ru
- Павел Владимирович Лабетский** — аспирант; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург; E-mail: p.v.labetskiy@gmail.com

Рекомендована кафедрой  
бортовых информационных  
и измерительных комплексов

Поступила в редакцию  
30.12.13 г.

УДК 004.942

А. И. ЛОСКУТОВ, А. А. БЯНКИН, А. С. ДУНИКОВ, А. В. ПАРШУТКИН

**МЕТОД  
СИМВОЛЬНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ РАДИОТЕЛЕМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
В ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ**

Представлен метод символьной синхронизации радиотелеметрических систем в частотно-временной области, основанный на корреляционной классификации спектральных образов двоичных символов группового телеметрического сигнала и их границ. Приведены результаты оценки помехоустойчивости этого метода.

**Ключевые слова:** корреляция, помехоустойчивость, радиотелеметрическая система, символьная синхронизация, спектральная плотность мощности.

**Введение.** К радиотелеметрическим средствам предъявляются высокие требования по достоверности и полноте получения данных. В связи с этим возникает необходимость разработки новых методов приема и передачи телеметрической информации, обладающих высокой помехоустойчивостью. Важную роль в повышении эффективности передачи и приема информации играет совершенствование процесса синхронизации бортовых и наземных телеметрических систем. Уровень развития современной микроэлектроники позволяет использовать принципиально новые алгоритмы синхронизации, а также разработанные ранее, которые не могли быть реализованы на компонентной электронной базе прошлых поколений. В настоящей статье предложен перспективный метод символьной синхронизации радиотелеметрических систем, по сравнению с существующими подходами, обладающий большей помехоустойчивостью к процессу символьной синхронизации.

**Метод символьной синхронизации в частотно-временной области.** Системы символьной синхронизации радиотелеметрических средств обеспечивают демодуляцию и определение границ двоичных символов в групповом телеметрическом сигнале. Решение этих задач сопровождается значительными трудностями, так как принимаемый групповой телеметрический сигнал искажен помехами различного происхождения и уровня. Существующие наземные приемно-регистрирующие станции обеспечивают требуемую вероятность ошибки приема символов ( $10^{-4}$ ) при отношении сигнал/шум (ОСШ) существенно больше единицы, в то время как искажение и потеря телеметрической информации, вызванные сбоем работы системы синхронизации, происходят при ОСШ незначительно выше единицы. Следовательно, необходим метод символьной синхронизации, который обеспечит требуемое значение вероятности ошибки приема символов при малом значении ОСШ.