УДК 62-97/-98

Р. Я. Лабковская, О. И. Пирожникова, В. Л. Ткалич

УСЛОВИЕ И КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГИХ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГЕРКОНОВ

Рассмотрены вопросы линеаризации уравнений динамики упругих чувствительных элементов герконов. Выработаны условие и критерий их устойчивости, на основе которых разработана новая конструкция геркона.

Ключевые слова: *чувствительный элемент, геркон, динамические параметры, устойчивость, надежность.*

Введение. Современные требования к показателям надежности первичных преобразователей и коммутационных элементов, в частности магнитоуправляемых герметизированных контактов (герконов), делают крайне актуальной задачу улучшения динамики упругой элементной базы. Такие важные характеристики микросенсоров и магнитоуправляемых контактов, как быстродействие, механическая устойчивость и вибропрочность обеспечиваются именно качеством упругих подвижных звеньев. Повышение требований к метрологическим характеристикам и показателям надежности первичных преобразователей делает актуальным решение задачи повышения качества чувствительных элементов (ЧЭ). Вопросами расчета устойчивости систем управления занимался целый ряд выдающихся отечественных ученых [1], таких как: Н. Г. Четаев, М. Л. Краснов, Н. А. Алфутов, В. В. Болотин, А. С. Вольмир и др. Однако для создания современных надежных магнитоуправляемых коммутационных устройств необходимо продолжать исследование устойчивости упругих чувствительных элементов герконов, этому и посвящена настоящая работа.

Линеаризация дифференциального уравнения движения чувствительных элементов. При изучении чувствительных элементов систем управления используются аналитические зависимости функций, выражающих исследуемые свойства и их производные. Дифференциальные уравнения составляются на основании исследований физических, химических и других процессов, происходящих в элементах, и применения законов сохранения энергии и веществ, конкретизированных для механики, электротехники, теплотехники и т.д.

В общем виде дифференциальное уравнение [2], например

$$\varphi(\ddot{y}, \dot{y}, y, \dot{x}, x) = 0, \qquad (1)$$

может быть и нелинейным. Здесь x, $\dot{x}$ — входная величина и ее производная; $y, \dot{y}, \ddot{y}$ — выходная величина, ее первая и вторая производные.

При инженерных исследованиях удобно использовать линейные дифференциальные уравнения, так как методы их решения детально разработаны, а результаты решения имеют четкую (ясную) инженерную интерпретацию. Поэтому рассмотрим суть метода линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений.

Поскольку в инженерной практике используются только устойчивые системы, а для них $\varphi(0, 0, Y_0, 0, X_0) = 0$, то линеаризованное уравнение запишется в виде

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\ddot{y}}\right)_0 \Delta\ddot{y} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\dot{y}}\right)_0 \Delta\dot{y} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\dot{x}}\right)_0 \Delta\dot{x} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 \Delta x = 0.$$

При $X_0 = Y_0 = 0$ линеаризованное уравнение

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\ddot{y}}\right)_0\ddot{y}+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\dot{y}}\right)_0\dot{y}+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)_0 y+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\dot{x}}\right)_0\dot{x}+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 x=0,$$

таким образом, нами получено линеаризованное (линейное) дифференциальное уравнение.

Для аналитических исследований дифференциальные уравнения записываются в операторной форме, коэффициент при y выбирают равным единице, а другие коэффициенты подвергают соответствующим элементарным преобразованиям

$$\left(a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_{n-1}p+1\right)y=\frac{B_m}{A_n}\left(b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_{m-1}p+1\right)x,$$

где $p=d/dt;\ldots;p^l=d^l/dt^l$ — операторы дифференцирования, $l=1,2,\ldots,n$ или $l=1,2,\ldots,m$. В сжатой форме это уравнение можно записать и так:

$$Ry=kQx,$$

где $R=a_0P^n+a_1P^{n-1}+\ldots+a_{n-1}P+1$; $Q=b_0P^m+b_1P^{m-1}+\ldots+b_{m-1}P+1$ — нормированные (с коэффициентами при y и x, равными единице) линейные дифференциальные операторы; $k=B_m/A_n$ — передаточный коэффициент.

Линейное дифференциальное уравнение обладает свойством суперпозиции, т.е. для каждой входной переменной величины (функции времени) выходная переменная величина (неизвестная функция времени, которую требуется найти) содержит составляющую, не зависящую от наличия и характера изменения других входных величин и от момента их приложения. Но при таких начальных условиях переходный процесс в выходном сигнале (величине) будет характеризоваться соответствующей составляющей и набором ее производных. Вследствие этого решение линейного дифференциального уравнения $y(t)$ будет представлять сумму частного решения соответствующего неоднородного $\overline{y}(t)$ и общего однородного уравнений $Y(t)$:

$$y(t)=\overline{y}(t)+Y(t). \qquad (2)$$

Отметим, что, проанализировав решения дифференциального уравнения, можно проверить устойчивость работы чувствительного элемента, сформулировать критерий устойчивости и наглядно интерпретировать его.

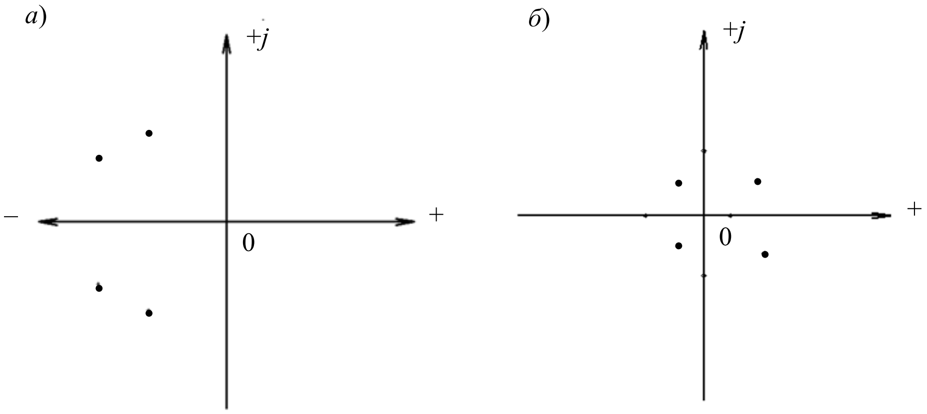
Условие и критерий устойчивости плоских чувствительных элементов. После того как дифференциальное уравнение линеаризовано и найдены все его решения, можно оценить все условия и критерий устойчивости работы ЧЭ.

Так как в реальных условиях корни характеристического уравнения находятся с конечной точностью, то кратных корней не встречается и решение дифференциального уравнения (2) будет состоять из слагаемых вида $C_ie^{r_it}$ (C_i — постоянное слагаемое, $y=e^{rt}$ — показательная функция), $C_je^{a_jt}\sin(b_jt+\psi_j)$, которые соответствуют вещественному корню r_i и паре комплексных корней $a_j\pm ib_j$ (ψ — сумма членов, содержащих обычные и смешанные частные производные более высоких порядков и более высокие степени отклонений аргументов функции φ).

Если в уравнении (2) хотя бы одно из слагаемых со временем неограниченно возрастает по абсолютной величине, то неограниченно возрастает и вся сумма решений. Поэтому наличия одного положительного корня r_i достаточно для того, чтобы соответствующее ему слагаемое в решении $y(t)$ неограниченно возрастало. Если хотя бы в одной паре комплексных сопряженных корней действительная часть $a_j > 0$, то в решении $y(t)$ появляется гармоническая составляющая, у которой амплитуда неограниченно возрастает.

Таким образом, устойчивость ЧЭ, описываемого линейным дифференциальным уравнением, достигается, если корни его характеристического уравнения имеют отрицательные действительные части. При наличии хотя бы одного корня с положительной вещественной частью ЧЭ неустойчив. Если в характеристическом уравнении имеются корни вида $r_i = 0$ или $\pm ib$, то решение уравнения (2) содержит постоянное слагаемое C_i или гармонику с постоянной амплитудой $C_j \sin(b_j t + \psi_j)$. В таком случае ЧЭ будет нейтральным.

Здесь следует отметить, что для случая, когда корни характеристического уравнения нулевые или чисто мнимые, оценить устойчивость ЧЭ можно только путем исследования исходного (нелинейного) уравнения (1). Корни любого алгебраического уравнения наглядно можно представить в виде точек на комплексной плоскости: согласно рисунку, ЧЭ является устойчивым, если все корни его характеристического уравнения лежат слева от мнимой оси (*а*), если хотя бы один корень (вещественный или мнимый) находится справа (*б*), то ЧЭ неустойчив. Мнимая ось является, таким образом, границей устойчивости.



Основные результаты. Имея модель ЧЭ в виде дифференциального уравнения, нетрудно найти соответствующие модели в виде передаточных функций и в виде АЧХ и ФЧХ.

Авторами статьи разработан пакет прикладных программ для визуализации полученных решений. Полученные выражения для АЧХ плоских ЧЭ герконов позволяют определить влияние конструктивных параметров этих устройств на их динамические характеристики [2, 3]. Главным преимуществом перехода к линеаризованной системе является возможность эффективного использования всего опыта, накопленного при решении линейных динамических задач в сочетании с удобство малгоритмизации и простотой физической интерпретации основных процедур расчета. При анализе динамической устойчивости ЧЭ необходимо принимать во внимание результат совместного действия двух сил: дестабилизирующего — сил внутреннего вязкого трения в области вынужденных частот, превышающих собственную частоту ЧЭ, и стабилизирующего — сил внешнего трения [4].

Описанные выше условие и критерий устойчивости плоских чувствительных элементов были применены при разработке ряда конструкций герконов [5—7]. В этих конструкциях имеются пластинчатые мембранные упругие чувствительные элементы с различными видами технологических разработок, профилей, способов заделки, а также типами материалов и рабочих поверхностей. Устойчивость данных элементов была исследована по приведенной выше методике, полученные результаты показали улучшение показателей надежности в среднем на 5—7 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алфутов Н. А.* Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение, 1978. 312 с.

2. *Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И., Евлахова А. В., Гатчин Ю. А.* Математическое моделирование статических и динамических характеристик герконовых реле для систем защиты и сигнализации // Матер. междунар. конгр. по интеллектуальным системам и информационным технологиям IS&IT'12. СПб: Физматлит, 2012. Т. 2. С. 107—111.

3. *Лабковская Р. Я., Ткалич В. Л., Пирожникова О. И.* Разработка библиотеки конечных элементов для САПР упругих конструкций герконов // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 3. С. 21—24.

4. *Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И., Ткалич В. Л.* Анализ присоединенных масс упругих чувствительных элементов ртутных герконов // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 7. С. 32—35

5. Патент 136920 РФ МПК^7 H01 H1/66. Магнитоуправляемый контакт / *Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова, А. Г. Коробейников.* 20.01.14. Бюл. № 2.

6. Патент 144305 РФ МПК^7 H01 H1/66. Магнитоуправляемый контакт / *Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова, А. Г. Коробейников.* 20.08.14.

7. Патент 144304 РФ МПК^7 H01 H1/66. Мембранный геркон / *Р. Я. Лабковская, В. Л. Ткалич, О. И. Пирожникова.* 20.08.14.

Сведения об авторах

Римма Яновна Лабковская — аспирант; Университет ИТМО, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербург;
E-mail: studsovet_itmo@mail.ru

Ольга Игоревна Пирожникова — аспирант; Университет ИТМО, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербург;
E-mail: studsovet_itmo@mail.ru

Вера Леонидовна Ткалич — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем, Санкт-Петербург;
E-mail: vera_leonidovna_tkalich@mail.ru

Рекомендована кафедрой
проектирования и безопасности
компьютерных систем

Поступила в редакцию
29.05.14 г.