Сведения об авторах

Владимир Ильич Ветренко — канд. техн. наук, доцент; Томский государственный архитектурно-строительный университет, кафедра производственного менеджмента; E-mail: vladim.vetrenko@yandex.ru

Татьяна Ильинична Романова — Томский государственный архитектурно-строительный университет, кафедра производственного менеджмента; старший преподаватель; E-mail: e2e4@vtomske.ru

Александр Сергеевич Романов — студент; Томский государственный архитектурно-строительный университет, кафедра производственного менеджмента; E-mail: rmnw@mail.ru

Рекомендована кафедрой производственного менеджмента

Поступила в редакцию 08.01.14 г.

УДК 527.6

Л. П. БАРАБАНОВА

АЛГОРИТМ ДЛЯ ПРИЕМНИКА ГЛОБАЛЬНОГО СПУТНИКОВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

Представлен новый алгоритм для навигационного приемника системы глобального спутникового позиционирования, разработанный на основе лучевой теории в предположении, что известна зависимость скорости света от расстояния до поверхности Земли.

Ключевые слова: *навигационный приемник, скорость света, алгоритм, навигация, боковой параметр, задержка прибытия сигнала.*

За последние годы написано много статей о влиянии неоднородности атмосферы на показания глобальных навигационных спутниковых систем. Оптимизировать данные навигационных измерений, выполненных с помощью специальной аппаратуры, возможно благодаря тому, что в документах систем GPS и ГЛОНАСС [1] полностью приводятся протоколы приема-передачи навигационных спутниковых сообщений. Настоящая статья посвящена исследованию алгоритмов вторичной обработки сигналов с целью повышения точности позиционирования в неоднородной атмосфере Земли.

Если бы атмосфера была однородной, то задача навигации в ней могла быть решена как разностно-дальномерная. Термин „разностно-дальномерная задача“ (РДЗ) впервые был предложен в работе [2], спустя несколько лет в англоязычной литературе этот метод навигации получил название TDOA (Time Difference of Arrival). Отечественные специалисты называют этот метод беззапросным, поскольку подразумевается, что приемник только принимает сигналы синхронных излучателей (маяков), не отвечая на них. Этот принцип использован в методах спутниковой навигации, в которых основным параметром является неизвестный при привязке к спутниковой шкале времени [3, 4] момент времени синхронного излучения.

Введем исходную базовую систему уравнений РДЗ для однородной атмосферы

$$|x-a_j| = c(t_j-\tau);\ \ j=0,...,N-1, \tag{1}$$

здесь $|x-a_j|$ — расстояние от известного навигационного спутника (маяка) a_j до неизвестного приемника x, c — *известная постоянная* скорость света, τ — *неизвестный* момент синхронного излучения радиосигналов маяками (*по часам приемника*), t_j — *измеренный* момент приема радиосигнала маяка a_j (*по часам приемника x*), N — число маяков. Число неизвестных, таким образом, 4, поэтому требуется как минимум четыре спутника ($N \geq 4$). В этой задаче основное внимание следует уделить временным параметрам.

В РДЗ параметр τ исключается путем вычитания одного из уравнений из всех других, таким образом необходимо найти трехмерный столбец x:

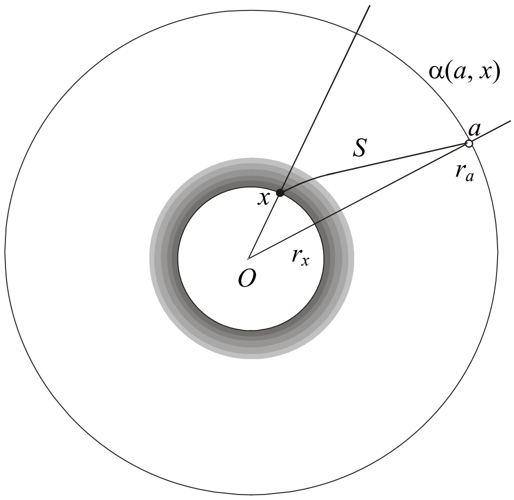
$$|x - a_j| - |x - a_0| = c(t_j - t_0); \;\; j = 1, ..., (N-1).$$

Особенности базовой системы уравнений для глобальных навигационных спутниковых систем (GNSS) и конечный алгоритм для нее представлены в работе [5].

Повысить точность показаний GNSS возможно следующим образом. Исходя из той или иной модели атмосферы сначала находят задержки радиосигналов в атмосфере, а затем вычитают их из соответствующих показаний t_j таймера приемника в базовой системе уравнений для вакуума [4]. Такой подход является эвристическим.

Существует более строгий подход [5—7], согласно которому сама скорость света считается неизвестной величиной и находится из базовой системы уравнений как эффективная скорость радиосигнала вместе с четырьмя неизвестными параметрами позиционирования. Этот подход предполагает видимость пяти и более спутников, его применение в высокочувствительных приемниках обеспечивает значительное повышение точности позиционирования GNSS.

В настоящей статье использована модель сферически слоистой атмосферы, при этом считается, что зависимость скорости света от расстояния до Земли известна. Далее эта зависимость обозначается как $c(r)$, где r — расстояние от центра Земли (см. рисунок). В развитие идей работы [5] в настоящей работе выведена система уравнений навигации в рамках лучевой теории для сферически слоистой среды, а также получен алгоритм решения этой системы. При таком подходе релятивистскими эффектами и вращением Земли можно пренебречь.



Согласно принципу Ферма, время распространения излучения минимизировано [8]. Непосредственно из этого принципа следует, что траектория луча лежит в вертикальной плоскости, проходящей через навигационный спутник a и приемник x (см. рисунок). В плоскости aOx введем полярные координаты (r, α) с центром O. В этих координатах для дифференциала ds дуги луча имеем

$$ds = \sqrt{(dr)^2 + r^2 (d\alpha)^2} = \sqrt{1 + r^2 \alpha'(r)^2}\, dr\,. \tag{2}$$

Соответственно время пробега луча по пути S между маяком a и приемником x есть

$$T(S)=\int_I \frac{ds}{c(r)}=\int_I \frac{\sqrt{1+r^2\alpha'(r)^2}}{c(r)}dr,$$

где $I=[r_x, r_a]$.

По принципу Ферма на пути S функционал $T(S)$ достигает минимума, это условие определяется уравнением Эйлера [9]:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{\partial}{\partial\alpha'}\left(\frac{\sqrt{1+r^2\alpha'(r)^2}}{c(r)}\right)\right)=0.$$

Отсюда получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{r^2\alpha'(r)}{c(r)\sqrt{1+r^2\alpha'(r)^2}}=\lambda=\text{const},$$

которое преобразуется в

$$\alpha'(r)=\frac{\lambda c(r)}{r\sqrt{r^2-\lambda^2\left(c(r)\right)^2}}. \tag{3}$$

Следовательно, угловое расстояние в радианах между маяком и приемником есть

$$\alpha(a,x)=\int_{r_x}^{r_a}\frac{\lambda c(r)}{r\sqrt{r^2-\lambda^2 c(r)^2}}dr. \tag{4}$$

С другой стороны, это же угловое расстояние, согласно сферической геометрии [10], есть

$$\alpha(a, x)=\arccos\left(\sin\varphi_a\sin\varphi_x+\cos\varphi_a\cos\varphi_x\cos\left(\psi_x-\psi_a\right)\right), \tag{5}$$

где φ_a, ψ_a — известные широта и долгота маяка в стандартных земных сферических координатах, а φ_x, ψ_x — неизвестные широта и долгота приемника в тех же координатах. Из условия равенства (4), (5) получим первое уравнение для a:

$$\alpha(a,x)-\int_{r_x}^{r_a}\frac{\lambda c(r)}{r\sqrt{r^2-\lambda^2\left(c(r)\right)^2}}dr=0.$$

Если $\lambda=0$, то $\alpha(a, x)=0$, т.е. маяк a_j находится в зените по отношению к приемнику x_j. Очевидно также, что подынтегральное выражение возрастает по λ. Поэтому возрастает с увеличением λ и угловое расстояние $\alpha(a, x)$. Сказанное позволяет назвать параметр λ *боковым параметром* луча, он имеет физическую размерность времени.

Второе уравнение для a получим, используя выражения (2) и (3):

$$dt=\frac{ds}{c(r)}=\frac{\sqrt{1+r^2\alpha'(r)^2}}{c(r)}dr=\frac{1}{c(r)}\sqrt{1+\frac{\lambda^2c(r)^2}{r^2-\lambda^2c(r)^2}}dr=\frac{r}{c(r)\sqrt{r^2-\lambda^2c(r)^2}}dr,$$

откуда

$$t-\tau-\int_{r_x}^{r_a}\frac{r}{c(r)\sqrt{r^2-\lambda^2c(r)^2}}dr=0,$$

Следовательно, для описания сигналов каждого спутника $j=0,...,N-1$ могут быть использованы два уравнения, т.е. получим систему из $2N$ уравнений при $4+N$ неизвестных $\tau, r_x, \varphi_x, \psi_x, \lambda_0, \lambda_1,\ldots, \lambda_{N-1}$. Отсюда ясно, что должно быть $2N\geq 4+N$, т.е. $N\geq 4$ маяков. Тогда получается новая базовая система $2N$ уравнений

$$\begin{cases} \alpha(a_j,\, x) - \displaystyle\int_{r_x}^{r_{a_j}} \frac{\lambda_j c(r)}{r\sqrt{r^2 - \lambda_j{}^2 c(r)^2}} dr = 0, \\ t_j - \tau - \displaystyle\int_{r_x}^{r_{a_j}} \frac{r}{c(r)\sqrt{r^2 - \lambda_j{}^2 c(r)^2}} dr = 0. \end{cases} \qquad (6)$$

Таким образом, предлагаемый метод при минимальном числе $N = 4$ видимых маяков приводит к системе из 8 уравнений с 8 неизвестными $\tau,\, r_x,\, \varphi_x,\, \psi_x,\, \lambda_0,\, \lambda_1,\, \lambda_2,\, \lambda_3$.

Нетрудно проверить, при $c(r) = c = \mathrm{const}$ система уравнений (6) после исключения $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ и возврата к декартовым координатам сведется к системе (1).

Алгоритм. При $N = 4$ система (6) решается с использованием итерационного алгоритма Ньютона, а при $N > 4$ — итерационным алгоритмом Гаусса—Ньютона.

При использовании этих алгоритмов важно правильно выбрать начальное приближение. В данном случае для $\tau,\, r_x,\, \varphi_x,\, \psi_x$ это может быть результат любого известного способа GNSS-позиционирования с пересчетом декартовых координат в сферические. Значения $\lambda_0,\, \lambda_1, \ldots,\, \lambda_{N-1}$ можно найти из четных уравнений системы (второе уравнение для каждого маяка) по формуле

$$\lambda_j = \frac{1}{2(t_j - \tau)} \sqrt{4(t_j - \tau)^2 \left(\frac{r_{a_j}}{c}\right)^2 - \left((t_j - \tau)^2 + \left(\frac{r_{a_j}}{c}\right)^2 - \left(\frac{r_x}{c}\right)^2\right)^2}\ ,$$

где c — некоторая усредненная скорость света.

Заключение. Представленный алгоритм позволяет наиболее точно вычислить местоположение приемника в сферически слоистой среде. Время решения предложенной базовой системы $2N$ уравнений больше времени решения исходной базовой системы. Однако для многих навигационных и для большинства геодезических задач такие задержки несущественны. Для практического применения предложенного метода полезным может оказаться учет (исходя из начального приближения) локальных неоднородностей атмосферы.

Достоинством предложенной базовой системы уравнений является возможность выбора различных моделей зависимости скорости света от расстояния до поверхности Земли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС // Интерфейсный контрольный документ. Редакция 5.1. М., 2008.
2. *Барабанов О. О., Барабанова Л. П.* Универсальный конечный алгоритм для разностно-дальномерной навигационной системы // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. № 5. С. 42—45.
3. *Одуан К., Гино Б.* Измерение времени. Основы GPS. М.: Техносфера, 2002.
4. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. *А. И. Перова, В. Н. Харисова*. М.: Радиотехника, 2005. С. 237—245.
5. *Барабанов О. О., Барабанова Л. П.* Математические задачи дальномерной навигации. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 272 с.
6. *Барабанов О. О., Барабанова Л. П.* Новый метод разностно-дальномерного позиционирования с оценкой скорости света // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 90—96.

7. Патент РФ № 2310213. Способ разностно-дальномерного определения декартовых координат приемника / *О. О. Барабанов, Л. П. Барабанова.* 10.10.2007.
8. *Китайгородский А. И.* Введение в физику. М.: Наука, 1973. С. 129.
9. *Лаврентьев М., Люстерник Л.* Основы вариационного исчисления. Т. I. Ч. II. М.—Л.: Объединенное науч.-техн. изд-во НКТП СССР, 1935. С. 9—15.
10. *Жаров В. Е.* Сферическая астрономия. М., 2006. С. 67.

Сведения об авторе

Любовь Петровна Барабанова — канд. физ.-мат. наук, доцент; Ковровская государственная технологическая академия им. В. А. Дегтярева; E-mail: lpbarabanova@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
высшей математики

Поступила в редакцию
11.11.13 г.