

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефремов Л. В. Практика вероятностного анализа надежности техники с применением компьютерных технологий. СПб: Наука, 2008.
2. ОСТ 26-07-2040-81. Арматура трубопроводная. Испытания ускоренные ресурсные. Общие требования к построению методик ускоренных испытаний. Введ. с 01.01.83. М., 1982.
3. ГОСТ 23.301-78. Обеспечение износостойкости изделий. Приборы для измерения износа методом вырезанных лунок. Технические требования. Введ. с 01.01.80. М.: Изд-во стандартов, 1980.
4. Ефремов Л. В. Вероятностные проблемы ресурсных испытаний. СПб: Art-Xpress, 2014.
5. Ефремов Л. В., Тузов Л. В. Динамика судовых и стационарных двигателей: Учеб. пособие. Л: СЗПИ, 1982.

Сведения об авторе

Леонид Владимирович Ефремов — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский политехнический университет, кафедра машиноведения и основ конструирования;
E-mail: levlefr@mail.ru

Рекомендована кафедрой
машиноведения и основ конструирования

Поступила в редакцию
16.05.14 г.

УДК 621.313

А. И. КОРШУНОВ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ МОМЕНТ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

Представлено выражение для электромагнитного момента синхронного двигателя с постоянными магнитами, полученное двумя способами. Показано полное совпадение результатов.

Ключевые слова: синхронный двигатель с постоянными магнитами, электромагнитный момент.

Введение. Широкое распространение синхронного двигателя с постоянными магнитами (СДПМ) на роторе как в регулируемых, так и в нерегулируемых электроприводах требует анализа не только стационарных, но и переходных режимов работы двигателя. Так, например, проблема устойчивости СДПМ возникает и в нерегулируемых электроприводах, не имеющих обратных связей [1]. Анализ устойчивости, в свою очередь, требует описания как электромагнитных, так и электромеханических переходных процессов. Для описания электромеханических переходных процессов необходимо выразить мгновенное значение электромагнитного момента СДПМ через мгновенные значения токов статора. В настоящей статье представлен вывод такого выражения.

Вывод выражения для мгновенного значения электромагнитного момента. При выводе формулы электромагнитного вращающего момента электрической машины переменного тока применяются два способа [2]: в соответствии с первым определяется действующий на статор момент, „возникающий в результате взаимодействия поля в воздушном зазоре и токов в обмотке статора“, и учитывается, что „момент, действующий на ротор, всегда равен и противоположен по знаку моменту, действующему на статор“; согласно второму способу электромагнитный „вращающий момент может быть вычислен также и по запасенной в магнитном поле энергии“.

В настоящей статье выражение для мгновенных значений электромагнитного вращающего момента СДПМ получено двумя указанными способами. При этом приняты обычные упрощающие допущения:

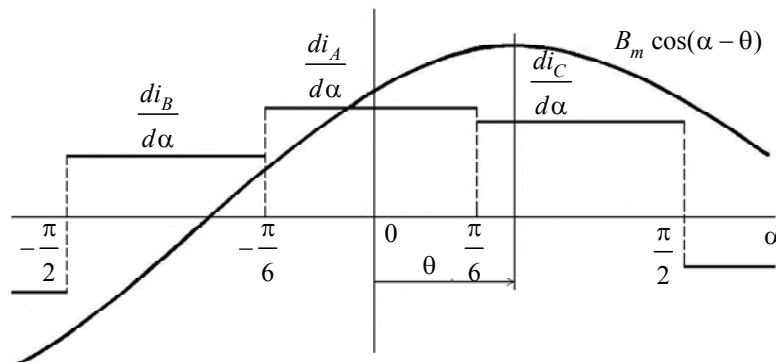
- отсутствуют насыщение, гистерезис и вихревые токи в магнитной цепи, а также не происходит вытеснение тока в проводниках обмотки;
- обмотки статора обладают полной симметрией;
- магнитная индукция, создаваемая магнитами ротора в воздушном зазоре, распределена по синусоидальному закону и не зависит от токов статора;
- индуктивности и взаимоиндуктивности обмоток статора не зависят от положения ротора.

Положим СДПМ двухполюсным с трехфазной обмоткой статора, соединенной звездой. В отличие от общепринятого допущения [1, 3, 4] о синусоидальном распределении намагничивающей силы обмоток статора в зазоре электрической машины, будем рассматривать реальное текущее распределение линейной нагрузки статора, поскольку электромагнитный момент создается взаимодействием реального тока обмотки статора с магнитным полем ротора. Будем учитывать только составляющую магнитной индукции в зазоре, создаваемую магнитами ротора, поскольку составляющая индукции, вызванная токами статора, не может создать вращающий момент, действующий на статор.

Первый способ. Распределение текущей плотности токов (угловой нагрузки) $\frac{di_A}{d\alpha}$, $\frac{di_B}{d\alpha}$, $\frac{di_C}{d\alpha}$ на полюсном делении машины, измеренном в угловых радианах, показано на рисунке. Очевидно, полагая распределение токов фазовых обмоток равномерным вдоль поверхности статора, получаем

$$\frac{di_j}{d\alpha} = \pm i_j W / \frac{\pi}{3} = \pm \frac{3}{\pi} i_j W, \quad j=A, B, C, \quad (1)$$

где i_j — мгновенное значение тока в фазе j ; W — число витков фазовой обмотки; α — угол, отсчитываемый от плоскости фазы A в направлении вращения поля при заданной последовательности фаз; знак „+“ относится к фазе A , знак „-“ — к фазам B и C .



На рисунке также показано синусоидальное распределение магнитной индукции $B(\alpha)$, создаваемой в воздушном зазоре магнитами ротора. Положение максимума индукции определяется углом θ , отсчитываемым от плоскости обмотки фазы A до оси того полюса ротора, на который при $\theta = 0$ действует электромагнитный момент в направлении вращения поля статора при токе $i_A > 0$.

Электромагнитный момент, создаваемый элементарным током статора $di = \frac{di}{d\alpha} d\alpha$, взаимодействующим с полем ротора, определяется выражением [5]

$$dM_{эм} = B(\alpha) \frac{di}{d\alpha} R l d\alpha, \quad (2)$$

где R — расстояние от оси машины до проводников статора, l — длина активной части ротора.

Интегрируя выражение (2) в пределах полюсного деления, получаем

$$\begin{aligned} M_{эм} &= 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dM_{эм} = \\ &= 2RlB_m \frac{3W}{\pi} \left[-i_B \int_{-\pi/2}^{-\pi/6} \cos(\alpha - \theta) d\alpha + i_A \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos(\alpha - \theta) d\alpha - i_C \int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos(\alpha - \theta) d\alpha \right] = \\ &= c \left[-i_B \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + i_A \cos\theta - i_C \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right] = \\ &= c \left[i_B \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_A \cos\theta + i_C \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right], \quad (3) \end{aligned}$$

где $c = \frac{6}{\pi} B_m W R l$.

Полученное выражение для мгновенных значений $M_{эм}$ справедливо как в переходных, так и в стационарных режимах, поскольку учитывает мгновенные значения фазных токов.

Заметим для полноты картины, что выражение для $M_{эм}$ можно получить, используя разложение функции $\frac{di}{d\alpha}(\alpha)$ в ряд Фурье:

$$\frac{di}{d\alpha}(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{di}{d\alpha} \right)_{km} \cos(k\alpha + \psi_k),$$

где ψ — начальная фаза k -й гармоники.

Подставив этот ряд в формулу (3) и выполнив интегрирование, получим

$$M_{эм} = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dM_{эм} = 2RlB_m \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{di}{d\alpha} \right)_{km} \cos(k\alpha + \psi_k) \cos(\alpha - \theta) d\alpha = 2RlB_m \left(\frac{di}{d\alpha} \right)_{1m} \cos(\psi_1 + \theta).$$

Таким образом, в создании вращающего момента СДПМ участвует только первая гармоника графика распределения токов фазовых обмоток (см. рисунок).

Очевидно, что для анализа динамических процессов в СДПМ полученное для $M_{эм}$ выражение (3) значительно проще, чем последнее.

В стационарном режиме подстановка уравнений

$$i_A = I_m \cos(\omega t + \psi), \quad i_B = I_m \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right), \quad i_C = I_m \cos\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4)$$

в формулу (3) при синхронном вращении ротора, которое описывается выражением

$$\theta = \omega t + \theta_0, \quad (5)$$

позволяет определить постоянный электромагнитный момент

$$M_{эм} = \frac{3}{2} c I_m \cos(\omega t + \psi - \theta) = c_M I_m \cos(\psi - \theta_0), \quad (6)$$

где

$$c_M = \frac{3}{2} c = \frac{9}{\pi} B_m W R l. \quad (7)$$

При $t=0$ и $\psi=0$ поле статора, как известно, направлено по оси обмотки фазы A , т.е. перпендикулярно плоскости обмотки. При $t=0$ и $\psi>0$ поле статора повернуто на угол ψ относительно оси обмотки фазы A в направлении вращения поля. Если угол поворота ротора θ отсчитывать не от плоскости, а от оси обмотки фазы A до оси указанного выше полюса ротора, то, подставляя $\theta=\omega t + \theta_0 + \pi/2$ в формулу (6), получаем

$$M_{\text{эм}} = c_M I_m \sin(\psi - \theta_0). \quad (8)$$

Таким образом, *электромагнитный момент СДПМ в стационарном режиме пропорционален синусу угла между осями поля ротора и поля статора.*

По формуле (8) можно определить мгновенное значение $M_{\text{эм}}$ и в переходном режиме, если мгновенные значения фазных токов, удовлетворяющих первому закону Кирхгофа

$$i_A + i_B + i_C = 0, \quad (9)$$

представить в виде трехфазной симметричной системы (4), определив I_m и ψ .

Заметим, что полученное в работе [2] аналогичное выражение для электромагнитного момента $M_{\text{эм}}$ отличается от выведенных для стационарного режима формул (6) и (8) значением B_m , включающим составляющую индукции, создаваемую в зазоре токами статора, и углами, отсчитываемыми от/до вектора B_m (см. [2, рис. 2—10, углы φ и δ]). Последнее менее удобно, поскольку значение B_m определяется не только положением ротора, но и токами статора.

Второй способ вывода формулы электромагнитного вращающего момента СДПМ основывается на балансе мощностей: электромагнитной мощности, потребляемой из сети, механической мощности, потребляемой от источника механической энергии, и мощности, затрачиваемой на изменение внутренней электромагнитной и механической энергии машины. Заметим, что указанные мощности могут быть как положительными, так и отрицательными.

Суммарная мощность, потребляемая от источника внешней механической силы и из электрической сети, определяется выражением

$$P_{\text{п}} = P_{\text{м}} + P_{\text{эм}}, \quad (10)$$

где $P_{\text{м}} = M_{\text{в}} \frac{d\theta}{dt}$, $M_{\text{в}}$ — момент внешних сил на валу СДПМ; $\frac{d\theta}{dt}$ — частота вращения ротора;

$$\begin{aligned} P_{\text{эм}} &= i_A \frac{d}{dt}(\psi_A + \psi_{\theta A}) + i_B \frac{d}{dt}(\psi_B + \psi_{\theta B}) + i_C \frac{d}{dt}(\psi_C + \psi_{\theta C}) = \\ &= \left[i_A \frac{d}{dt} \psi_A + i_B \frac{d}{dt} \psi_B + i_C \frac{d}{dt} \psi_C \right] + \left[i_A \frac{d}{dt} \psi_{\theta A} + i_B \frac{d}{dt} \psi_{\theta B} + i_C \frac{d}{dt} \psi_{\theta C} \right]; \end{aligned}$$

здесь $i_j, \psi_j, j = A, B, C$, — соответственно ток в j -й фазе и потокосцепление обмотки j -й фазы, созданное токами фаз обмотки статора; $\psi_{\theta j}, j = A, B, C$, — потокосцепление обмотки j -й фазы, созданное магнитным полем постоянных магнитов ротора, зависящее от угла θ поворота ротора.

Учитывая, что $\psi_{\theta A} = \Psi_m \cos \theta, \psi_{\theta B} = \Psi_m \cos(\theta - 2\pi/3), \psi_{\theta C} = \Psi_m \cos(\theta + 2\pi/3)$, где Ψ_m — амплитуда потокосцепления, получаем второе слагаемое в формуле $P_{\text{эм}}$ в следующем виде:

$$i_A \frac{d}{dt} \psi_{\theta A} + i_B \frac{d}{dt} \psi_{\theta B} + i_C \frac{d}{dt} \psi_{\theta C} = -\Psi_m \left[i_A \sin \theta + i_B \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \frac{d\theta}{dt}.$$

Мощность, затрачиваемая на изменение кинетической энергии вращения $W_{\text{к}}$ и электромагнитной энергии $W_{\text{эм}}$ электрической машины, определяется выражением

$$P_{\text{вн}} = P_{\text{к}} + P_{\text{эм вн}}, \quad (11)$$

где

$$P_{\text{к}} = \frac{dW_{\text{к}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} J \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] = J \frac{d\theta}{dt} \frac{d^2\theta}{dt^2},$$

здесь J — суммарный момент инерции ротора и нагрузки;

$$P_{\text{эм вн}} = \frac{dW_{\text{эм вн}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} L (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) + M (i_A i_B + i_A i_C + i_B i_C) \right] = (Li_A + Mi_B + Mi_C) \frac{di_A}{dt} + \\ + (Li_B + Mi_A + Mi_C) \frac{di_B}{dt} + (Li_C + Mi_A + Mi_B) \frac{di_C}{dt} = \Psi_A \frac{di_A}{dt} + \Psi_B \frac{di_B}{dt} + \Psi_C \frac{di_C}{dt},$$

где L и M — индуктивность фазовой обмотки и взаимоиндуктивность между фазовыми обмотками.

Согласно закону сохранения энергии $P_{\text{п}} = P_{\text{вн}}$; подставляя в это равенство выражения (10) и (11), после несложных преобразований получаем

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = M_{\text{эм}} + M_{\text{в}}, \quad (12)$$

где

$$M_{\text{эм}} = -\Psi_m \left[i_A \sin \theta + i_B \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]. \quad (13)$$

Различие в выражениях (3) и (13) состоит в постоянном множителе и способе отсчета угла θ . Если угол θ , входящий в формулу (3), отсчитывать не от плоскости обмотки фазы A , а от ее оси, т.е. вместо θ подставить $\pi/2 + \theta$, получим

$$M_{\text{эм}} = -c \left[i_A \sin \theta + i_B \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]. \quad (14)$$

Для доказательства совпадения постоянных коэффициентов $c = \frac{6}{\pi} B_m W R l$ и Ψ_m воспользуемся формулой ЭДС вращения, наводимой в фазе A магнитным полем ротора [1]:

$$e_A = \frac{6}{\pi} B_m W R l \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}. \quad (15)$$

Сравним формулу (15) с этой же ЭДС, выраженной через потокосцепление $\Psi_{\theta A} = \Psi_m \cos \theta$:

$$e_A = -\frac{d\Psi_A}{dt} = -\frac{d}{dt} \Psi_m \cos \theta = \Psi_m \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}. \quad (16)$$

Сравнив выражения (15) и (16), получим

$$\Psi_m = \frac{6}{\pi} B_m W R l = c.$$

Заключение. Таким образом, двумя способами получено выражение для электромагнитного момента синхронного двигателя с постоянными магнитами через мгновенные значения токов статора, необходимое для анализа динамических процессов в двигателе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коршунов А. И. Построение математической модели синхронного двигателя с постоянными магнитами на роторе // Электротехника. 2009. № 1. С. 19—26.
2. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963.

3. Сипайлов Г. А., Кононенко Е. В., Хорьков К. А. Электрические машины (специальный курс). М.: Высш. школа, 1987.
4. Лайон В. Анализ переходных процессов в электрических машинах переменного тока. М. — Л.: Госэнергоиздат, 1958.
5. Мартин Т. Л. Физические основы электротехники. М. — Л.: Госэнергоиздат, 1961.

Сведения об авторе

Анатолий Иванович Коршунов — д-р техн. наук, профессор; Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ „Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова“, кафедра радиоэлектроники, Санкт-Петербург; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

Рекомендована кафедрой
радиоэлектроники

Поступила в редакцию
07.01.14 г.

УДК 513; 535

С. Н. ГУЗЕВИЧ

МОДЕЛЬ ЗРИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Рассматривается модель зрительных измерений, основанная на методе центрального проецирования образов объектов с помощью парной проективной системы координат, что позволяет обеспечить относительность, детерминированность, контролируемость и достоверность измерений.

Ключевые слова: зрение, метод центрального проецирования, парная проективная система координат, отображение, образ, луч.

Введение. Зрение — как основное физиологическое средство познания человеком окружающего мира — позволяет ему получать представление о величине, форме и цвете предметов, их взаимном расположении и расстоянии между ними. Принципы и методы, аналогичные функциям зрительной системы, положены в основу построения технических средств, измеряющих расстояния до объектов и их размеры.

Однако использование в технических средствах элементов технологии зрительного процесса не обеспечивает требуемой точности измерений линейных параметров объекта, для которых характерны вероятные и случайные явления. Кроме того, модельные зависимости, описывающие этот процесс, не детерминированы, т.е. имеют решение только итерационными методами. Особенно эти недостатки проявляются при измерении пространственных размеров объектов в отсутствие опорных измерений. При этом начальное представление об объекте формулируется приближенно, и его модель принимается с некоторыми упрощениями или допущениями, удовлетворяющими требованиям практики. Но всякое допущение является отступлением от реального процесса и приводит к трансформируемой погрешности.

В этом случае критерием при построении модели процесса измерений будет критерий, который обеспечит получение информации, наиболее полно отражающей реальность [1].

Анализ существующей методики зрительных измерений. Рассмотрим процесс, который обеспечивает сжатие информации при зрительном восприятии, т.е. рассмотрим основные условия трансформации пространственных объектов больших размеров в их плоскостной образ малюго размера.

Отображение объектов на плоскости возможно двумя методами: параллельного и центрального проецирования. Параллельное проецирование обеспечивает абсолютно точное построение образов объекта, однако не допускает динамического сжатия информации. Цен-