

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ СИГНАЛА ДЛЯ СИСТЕМ С МНОГОЭЛЕМЕНТНЫМИ ФОТОПРИЕМНИКАМИ

Е. Н. ЗВЕРЕВА, Е. Г. ЛЕБЕДЬКО

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: e.zvereva@rambler.ru*

Представлен анализ точности определения временного положения сигнала на выходе ПЗС-линейки при измерении пространственных координат точечного источника излучения для двух методов временной фиксации — по фронту и по максимуму сигнала.

Ключевые слова: *точность определения временного положения сигнала, спектральная функция сигнала на выходе приемника, погрешности фиксации сигнала по максимуму и по фронту.*

Для оперативного высокоточного определения углового положения точечных источников излучения используются системы с разделением на два равных потока, падающих на ПЗС-линейки с прямоугольными элементами по одной из координат. При этом угловое положение пропорционально временному интервалу от момента считывания с линейки до момента фиксации временного положения сигнала на выходе.

Особый интерес представляет определение угловых координат маломощных источников излучения при работе в пороговом режиме. В этих условиях для обеспечения высокой точности измерений необходимо использовать оптимальный (либо близкий к нему) приемно-усилительный тракт, передаточная функция которого определяется зависимостью

$$K_n(j\omega) = S^*(j\omega)e^{-j\omega t_0} = lS_{\Phi}^*(j\omega)e^{-j\omega t_0}, \quad (1)$$

где $S^*(j\omega)$ — функция, комплексно-сопряженная со спектральной функцией сигнала на выходе фотоприемника; l — коэффициент, учитывающий чувствительность фотоприемника; $S_{\Phi}^*(j\omega)$ — функция, комплексно-сопряженная с соотношением

$$S_{\Phi}(j\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Phi}(j\nu_1, j\nu_2) e^{j[\nu_1\xi(t) + \nu_2\eta(t) - \omega t]} d\nu_1 d\nu_2 dt. \quad (2)$$

Здесь $S_{\Phi}(j\nu_1, j\nu_2) = S_E(j\nu_1, j\nu_2)K_a(j\nu_1, j\nu_2) = S_L(j\beta\nu_1, j\beta\nu_2)K_o(j\nu_1, j\nu_2)K_a(j\nu_1, j\nu_2)$ — спектральная пространственная функция лучистого потока на выходе многоэлементного приемника, являющегося анализатором изображения; $S_E(j\nu_1, j\nu_2)$ — спектральная пространственная функция освещенности на чувствительном слое приемника; $K_a(j\nu_1, j\nu_2)$ — передаточная функция анализатора изображения; $K_o(j\nu_1, j\nu_2)$ — передаточная функция оптической системы; $S_L(j\beta\nu_1, j\beta\nu_2)$ — спектральная функция яркости источника излучения, которая для точечного источника может быть представлена выражением

$$S_L(j\nu_1, j\nu_2) = m_I e^{-j(\nu_1 x_0 + \nu_2 y_0)}, \quad (3)$$

где $m_{1I} = \int_{-\infty}^{\infty} I_0 W(I_0) dI_0$ — среднее значение энергетической силы света I_0 , $W(I_0)$ — плотность распределения вероятностей энергетической силы света.

Оптическая система характеризуется весовой функцией как по способности концентрировать поток излучения, так и по способности распределения энергии в пространстве, при этом так как данные свойства взаимонезависимы, весовую функцию можно представить в виде двух сомножителей:

$$g_o(x, y) = g_o g'_o(x, y).$$

Здесь $g'_o(x, y)$ — импульсная характеристика объектива,

$$g_o = \frac{\pi \tau(\lambda) D_0^2}{D_0^2 + 4 f'^2}, \quad (4)$$

где D_0 — диаметр входного зрачка объектива, $\tau(\lambda)$ — спектральное пропускание оптической системы.

Будем считать, что $\tau(\lambda) = \tau_0$, т.е. не зависит от длины волны в рабочем диапазоне частот.

Для простоты расчетов объектива со сферическими аберрациями весовую функцию целесообразно аппроксимировать гауссовой функцией [1]:

$$g_o(x, y) = g_o \frac{1}{\rho_0^2} \exp\left(-\pi \frac{x^2 + y^2}{\rho_0^2}\right), \quad (5)$$

где ρ_0 — радиус пятна рассеяния, равный примерно 0,5 от максимального значения.

В этом случае передаточная функция объектива

$$K_o(jv_1, jv_2) = g_o \exp\left[-\frac{\rho_0^2}{4\pi} (v_1^2 + v_2^2)\right]. \quad (6)$$

Передаточная функция анализатора с матричным фотоприемником представляет собой передаточную функцию анализатора с линейным сканированием, определяемую как

$$K_a(jv_1, jv_2) = K_{a0}(jv_1, jv_2) \sum_{k=0}^{M-1} \exp[-j(v_1 \xi_k + v_2 \eta_k)], \quad (7)$$

где $K_{a0}(jv_1, jv_2)$ — передаточная функция элементарной ячейки матрицы.

Исходя из предположения, что при M чувствительных элементах линейки, которые имеют форму прямоугольника со сторонами a по оси ξ и b по оси η , расстояния Δ_1 между чувствительными элементами ничтожно малы, передаточную функцию анализатора изображения $K_a(jv_1, jv_2)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} K_a(jv_1, jv_2) &= ab \text{Sa}\left(\frac{av_1}{2}\right) \text{Sa}\left(\frac{bv_2}{2}\right) \frac{\sin\left(\frac{aMv_1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{av_1}{2}\right)} e^{-j\frac{a(M-1)v_1}{2}} = \\ &= abM \text{Sa}\left(\frac{aMv_1}{2}\right) \text{Sa}\left(\frac{bv_2}{2}\right) e^{-j\frac{a(M-1)v_1}{2}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$.

Так как считывание с элементов линейки осуществляется с частотой $f_{сч}$, то функция $\xi(t)$ в уравнении (2) определяется выражением

$$\xi(t) = \frac{a}{T}t, \quad T = \frac{1}{f_{сч}}.$$

В этом случае формула (2) принимает следующий вид:

$$S_{\Phi}(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Phi}(j\nu_1, j\nu_2) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\left(\nu_1 \frac{a}{T} - \omega\right)t} dt \right] d\nu_1 d\nu_2, \quad (9)$$

где интеграл в скобках есть интегральное представление дельта-функции, следовательно, используя фильтрующее свойство дельта-функции и формулу $\delta(\alpha x) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(x)$, соотношение (9) можно преобразовать к виду

$$S_{\Phi}(j\omega) = \frac{lT}{2\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Phi}\left(j\frac{\omega T}{a}, j\nu_2\right) d\nu_2, \quad (10)$$

где l — чувствительность фотодетектора.

Таким образом, спектральная функция сигнала на выходе приемника определяется как

$$\begin{aligned} S(j\omega) &= \frac{lT}{2\pi a} \int_{-\infty}^{+\infty} S_L\left(j\beta\frac{\omega T}{a}, j\beta\nu_2\right) K_0\left(j\frac{\omega T}{a}, j\nu_2\right) K_a\left(j\frac{\omega T}{a}, j\nu_2\right) d\nu_2 = \\ &= \frac{lT M b g_0 m_{1l}}{2\pi} \exp\left(-\frac{\rho_0^2 T^2 \omega^2}{4\pi a^2}\right) \exp\left[-j\omega\left(\frac{T\beta x_0}{a} + T\frac{M-1}{2}\right)\right] \times \\ &\times \text{Sa}\left(\frac{M T \omega}{2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{b\nu_2}{2}\right) \exp\left[-\left(\frac{\rho_0^2}{4\pi} \nu_2^2 + j y_0 \beta \nu_2\right)\right] d\nu_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Решение интеграла приводит к следующему соотношению:

$$\begin{aligned} \Psi &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{b\nu_2}{2}\right) \exp\left[-\left(\frac{\rho_0^2}{4\pi} \nu_2^2 + j y_0 \beta \nu_2\right)\right] d\nu_2 \approx \\ &\approx \frac{4}{b} \exp\left(\frac{\gamma^2}{4\alpha}\right) \cos\left(\frac{\gamma}{4\alpha}\right) \int_0^{\infty} \frac{\sin(bz/2)}{z} \exp(-\alpha z^2) dz = \\ &= \frac{2\pi}{b} \exp\left(-\frac{\pi\beta^2 y_0^2}{\rho_0^2}\right) \text{ch}\left(\frac{\pi\beta y_0}{\rho_0^2}\right) \text{erf}\left(\frac{b\sqrt{\pi}}{2\rho_0}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

где $\alpha = \frac{\rho_0^2}{4\pi}$, $\gamma = j\beta y_0$, $z = \nu_2 + \frac{\gamma}{2\alpha}$, $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

С учетом того, что линейное увеличение $\beta \ll 1$, соотношение (12) преобразуется к виду

$$\Psi \approx \frac{2\pi}{b} \operatorname{erf} \left(\frac{b\sqrt{\pi}}{2\rho_0} \right). \quad (13)$$

Так как определяющей спектральную функцию по ширине полосы пропускания является передаточная функция оптической системы, то в формуле (11) заменим M на $M_0 = \frac{\rho_0}{a} \geq 1$. Тогда для спектральной функции сигнала на выходе приемника с учетом выражений (11) и (13) можно записать

$$S(j\omega) = PSa \left(\frac{M_0 T \omega}{2} \right) \exp \left(-\frac{\rho_0^2 T^2 \omega^2}{4\pi a^2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{b\sqrt{\pi}}{2\rho_0} \right) \exp \left[-j\omega \left(\frac{T\beta x_0}{a} + T \frac{M_0 - 1}{2} \right) \right], \quad (14)$$

где $P = lTM_0 g_0 m_{1l}$.

В ходе исследований рассматривались два метода фиксации временного положения сигнала: по максимуму сигнала и по его фронту.

Среднеквадратическая погрешность определения положения сигнала по максимуму $\sigma_{\phi 1}$ в условиях оптимальной фильтрации определяется соотношением [2]

$$\sigma_{\phi 1} = \frac{1}{\left[\frac{2}{\pi G} \int_0^{\infty} \omega^2 |S(j\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2}}, \quad (15)$$

где G — энергетический спектр шумов на выходе приемно-усилительного тракта.

С учетом выражения (14) формула (15) принимает следующий вид:

$$\sigma_{\phi 1} = \frac{1,12}{g_0 l m_{1l} \operatorname{erf} \left(\frac{b\sqrt{\pi}}{2\rho_0} \right)} \left[\frac{nG\rho_0 T}{2\sqrt{2} \cdot a} \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где коэффициент n учитывает возрастание величины энергетического спектра шума при увеличении размера b .

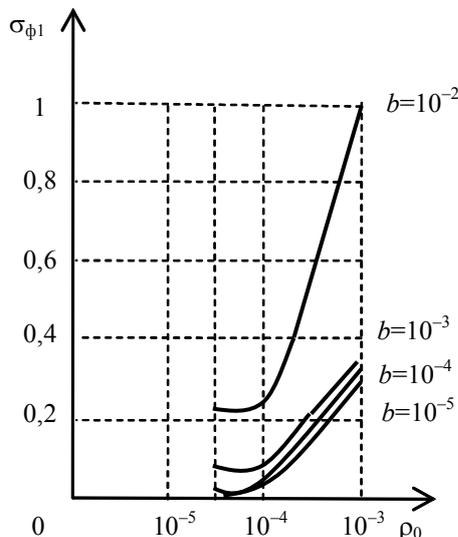
При фиксации сигнала по фронту среднеквадратическая погрешность определяется выражением [3]

$$\sigma_{\phi 2} = \frac{\left[\frac{G}{2\pi} \int_0^{\infty} |S(j\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2}}{\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \omega |S(j\omega)|^2 d\omega} = \frac{1,42}{g_0 l m_{1l} \operatorname{erf} \left(\frac{b\sqrt{\pi}}{2\rho_0} \right)} \left[\frac{nG\rho_0 T}{2\sqrt{2} \cdot a} \right]^{1/2}. \quad (17)$$

Расчеты проводились для частот считывания $f_{сч}$ с элементов линейки, равных 25, 50, 75 и 100 МГц, при частоте следования счетных импульсов генератора 250 и 500 МГц при различных значениях ρ_0 и b .

В качестве иллюстрации на рисунке приведена зависимость $\sigma_{\phi 1}(\rho_0)$ относительной погрешности фиксации по максимуму сигнала $\left(\frac{\sigma_{\phi 1}}{\sigma_{\phi 1 \max}} \right)$ от величины пятна рассеяния при различных размерах b , мм.

Анализ рисунка показывает, что погрешность резко возрастает, если пятно рассеяния превышает размер b больше, чем на порядок. Рост погрешности с увеличением размера b обусловлен увеличением шумов.



Изменение среднеквадратической погрешности фиксации сигнала по фронту имеет аналогичный характер, но в любом случае превышает погрешность $\sigma_{\phi 1}$ в 1,26 раза.

Следует отметить, что в соответствии с формулами (16) и (17) при увеличении частоты считывания и при заданной частоте заполнения погрешность измерения временного интервала возрастает. Таким образом, можно говорить о существовании оптимальных условий при выборе частот заполнения и считывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левшин В. Л. Обработка информации в оптических системах пеленгации. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.
2. Лебедько Е. Г. Системы оптической локации: Учеб. пособие. СПб: Ун-т ИТМО, 2012. 128 с.
3. Лебедько Е. Г. Теоретические основы передачи информации. СПб: Лань, 2011. 350 с.

Сведения об авторах

Елена Николаевна Зверева

— Университет ИТМО; кафедра оптико-электронных приборов и систем; ст. преподаватель; E-mail: e.zvereva@rambler.ru

Евгений Георгиевич Лебедько

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: eleb@rambler.ru

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию
22.01.15 г.

Ссылка для цитирования: Зверева Е. Н., Лебедько Е. Г. Анализ точности определения временного положения сигнала для систем с многоэлементными фотоприемниками // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 7. С. 555—560.

ANALYSIS OF ACCURACY OF SIGNAL TIME POSITIONING FOR SYSTEMS WITH MULTI-ELEMENT PHOTODETECTORS

E. N. Zvereva, E. G. Lebedko

ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: e.zvereva@rambler.ru

The problem of determination of temporal position of CCD ruler output signal used for measuring spatial coordinates of a point radiation source is considered. An analysis of accuracy is carried out for two approaches to signal time positioning — by the signal front, and by the signal maximum occurs.

Keywords: accuracy of signal temporal positioning, spectral function of receiver output signal, errors estimates for signal maximum and front measurements.

Data on authors

Elena N. Zvereva — ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; Senior Lecturer; E-mail: e.zvereva@rambler.ru
Evgeny G. Lebedko — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: eleb@rambler.ru

Reference for citation: Zvereva E. N., Lebedko E. G.. Analysis of accuracy of signal time positioning for systems with multi-element photodetectors // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 7. P. 555—560 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-7-555-560