

## ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА КАСКАДНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

П. А. ГРИЦЕНКО, С. В. АРАНОВСКИЙ, А. А. БОБЦОВ, А. А. ПЫРКИН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru*

Рассматривается задача повышения точности идентификации частоты зашумленного синусоидального сигнала. Предлагается использовать адаптивный каскад полосовых фильтров совместно с алгоритмом идентификации. Такой каскад может значительно улучшить качество идентификации, ослабить осцилляции сигнала ошибки идентификации и уменьшить его смещение. Эффективность предложенной схемы продемонстрирована посредством численного моделирования.

**Ключевые слова:** *идентификация частоты, автоподстройка фильтров, каскадная схема.*

**Введение.** Компенсация помех и возмущений является не только фундаментальной проблемой теории управления, но и актуальной прикладной задачей [1, 2]. Действительно, большинство промышленных объектов управления подвержены действию внешних возмущений, например, вибраций. Зачастую возмущения, которые испытывают системы управления, являются периодическими функциями времени. Например, в жестких дисках компьютера на считывающую головку воздействуют вибрации [3], вращающийся двигатель вертолета также является источником периодического шума и вибраций [4]. Для устранения подобных нежелательных воздействий используют различные методы компенсации.

С целью компенсации возмущений, в частности, используется непрямой адаптивный метод, но для этого требуется точно знать частоту возмущающего воздействия. Как правило, на практике такая информация отсутствует или же частота возмущения меняется в ходе функционирования системы. Если использование датчиков частоты невозможно ввиду технических или экономических причин, необходимо найти частоту гармонического сигнала, причем качество компенсации напрямую зависит от точности идентификации частоты. Задача идентификации значительно усложняется в условиях реальных шумов измерений, которые могут привести к появлению смещения или осцилляции вокруг среднего значения оценки частоты. Таким образом, требуется разрабатывать методы повышения точности идентификации частоты синусоидального сигнала в условиях шумов измерений.

Известно множество подходов к решению задачи идентификации частоты [5—10]. Целью настоящей статьи является разработка метода повышения точности оценок, получаемых при идентификации. В работе предложена схема каскадной фильтрации сигнала, позволяющая существенно снизить влияние шумов и тем самым повысить точность оценивания частоты для широкого класса методов идентификации.

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу идентификации частоты синусоидального сигнала

$$y(t) = \sigma_0 + \sigma \sin(\omega t + \phi) + \delta(t), \tag{1}$$

где  $\sigma_0$ ,  $\sigma$ ,  $\phi$  принимают неизвестные постоянные значения,  $\delta(t)$  — шум измерений. Основной задачей идентификации параметров такого сигнала является получение оценки частоты  $\hat{\omega}$ . К настоящему времени разработаны различные алгоритмы решения поставленной задачи (см., например, [5—10]), но большинству из них присущ определенный недостаток — при прохождении через идентификатор значение составляющей  $\delta(t)$  может увеличиться, что приведет к существенным колебаниям в оценке частоты и снизит точность идентификации. Для снижения влияния  $\delta(t)$  разработчик должен варьировать настраиваемые коэффициенты алгоритмов, что, в свою очередь, также снижает точность. С целью устранения указанного недостатка предлагается каскадная схема идентификации с настраиваемыми полосно-пропускающими фильтрами для последовательного уточнения оценки частоты идентифицируемого сигнала.

На рис. 1 приведена структурная схема предлагаемой каскадной идентификации. Здесь идентификационные блоки  $\mathcal{ID}_{1,\dots,n+1}$  представляют собой реализации выбранных алгоритмов идентификации,  $n$  — число фильтров в каскаде. Фильтрующие блоки  $\mathcal{F}_{1,\dots,n}$  являются реализацией устойчивых линейных полосовых фильтров, где  $i$ -й фильтр пропускает синусоидальный сигнал с частотой, находящейся в диапазоне  $[\omega_{l,i}, \omega_{r,i}]$  ( $\omega_{l,i}$  и  $\omega_{r,i}$  — левая и правая границы полосового фильтра), и ослабляет сигналы с частотами вне указанного диапазона. Следовательно,  $i$ -й фильтр параметризован своей полосой пропускания  $b_{\omega,i}$  и средней частотой на полосе пропускания  $\omega_{\text{mid},i}$ :

$$b_{\omega,i} = \frac{\omega_{r,i} - \omega_{l,i}}{2}, \quad \omega_{\text{mid},i} = \frac{\omega_{r,i} + \omega_{l,i}}{2}.$$

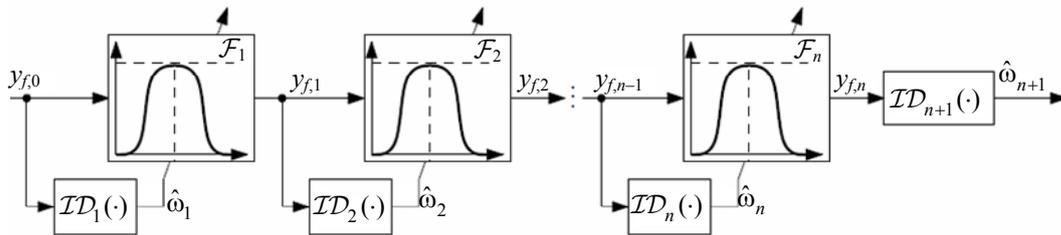


Рис. 1

Кроме того, предполагается, что пропускная способность  $i$ -го фильтра является фиксированным расчетным параметром, и фильтр можно параметризовать только его центральной частотой:  $\mathcal{F}_i = \mathcal{F}_i(\omega_{\text{mid},i})$ . Центральная частота фильтра может быть найдена как

$$\omega_{c,i} = \sqrt{\omega_{l,i} \omega_{r,i}}.$$

Адаптивный каскад может быть описан следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} y_{f,0}(t) &= y(t), \\ \hat{\omega}_i(t) &= \mathcal{ID}_i(\alpha_i, k_i)[y_{f,i-1}(t)], \\ y_{f,i}(t) &= \mathcal{F}_i(\hat{\omega}_i(t))[y_{f,i-1}(t)], \\ \hat{\omega}_{n+1}(t) &= \mathcal{ID}_{n+1}(\alpha_{n+1}, k_{n+1})[y_{f,n}(t)], \\ i &= 1, \dots, n, \end{aligned} \right\}$$

где  $\mathcal{ID}[y_{f,i}(t)]$  и  $\mathcal{F}[y_{f,i}(t)]$  представляют собой сигнал  $y_{f,i}(t)$ , проходящий через системы  $\mathcal{ID}$  и  $\mathcal{F}$ ,  $i$ -й блок  $\mathcal{ID}_i$  — реализация используемого идентификатора. Идентификатор принимает сигнал  $y_{f,i-1}(t)$  в форме (1) как входной и обеспечивает оценку частоты этого сигнала  $\hat{\omega}_i(t)$ . Эта оценка используется для настройки средней частоты  $i$ -го фильтра  $\mathcal{F}_i(\hat{\omega}_i(t))$ . Сигнал  $y_{f,i}(t)$  получается в результате прохождения  $y_{f,i-1}(t)$  через настроенный  $i$ -й фильтр. Если фильтры выбраны таким образом, что  $b_{w,i} < b_{w,i-1}$ , то уровень шума в сигнале  $y_{f,i}(t)$  будет ниже, чем уровень шума в сигнале  $y_{f,i-1}(t)$ . Это, в свою очередь, приведет к уменьшению установившегося значения ошибки измерения  $\hat{\omega}_{i+1}(t)$  по сравнению с установившимся значением ошибки измерения  $\hat{\omega}_i(t)$ .

**Результаты численного моделирования.** В качестве примера рассматривается задача идентификации частоты сигнала

$$y(t) = \sin(10 \cdot 2\pi \cdot t + \pi/3) + \delta(t),$$

где  $\delta(t)$  — случайный равномерно распределенный ограниченный сигнал с нулевым средним значением.

Каскад состоит из трех идентификаторов  $\mathcal{ID}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) и двух полосовых фильтров, выбраны фильтры Баттерворта 6-го порядка. Рассмотрим реализацию с минимальной размерностью пространства состояний номинального  $i$ -го полосового фильтра, т.е. фильтра с единичной центральной частотой  $\omega_{c,i} = 1$ :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v}_{i,1} \\ \dot{v}_{i,2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_i & I \\ -I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i,1} \\ v_{i,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} y_{f,i-1}, \\ y_{f,i} &= \begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i,1} \\ v_{i,2} \end{bmatrix} + D_i y_{f,i-1}, \end{aligned}$$

где  $v_{i,1}, v_{i,2} \in R^3$  — внутренние состояния  $i$ -го фильтра,  $A_i, B_i, C_i$  и  $D_i$  — матрицы соответствующих размерностей для  $i$ -го фильтра,  $I \in R^{3 \times 3}$  — единичная матрица. Тогда уравнение, описывающее  $i$ -й фильтр с фиксированной полосой пропускания  $b_{w,i}$  и желаемой средней частотой  $\omega_{mid,i}$ , имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v}_{i,1} \\ \dot{v}_{i,2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_i & \omega_{c,i} I \\ -\omega_{c,i} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i,1} \\ v_{i,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} y_{f,i-1}, \\ y_{f,i} &= \begin{bmatrix} C_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i,1} \\ v_{i,2} \end{bmatrix} + D_i y_{f,i-1}, \\ \omega_{c,i} &= \frac{\sqrt{\omega_{mid,i}^2 - b_{w,i}^2}}{2}. \end{aligned} \right\}$$

Для наглядности исследуем работоспособность предложенного каскада с использованием в качестве идентификационных блоков реализации трех алгоритмов идентификации, описанных в работах [6—8]. Были выбраны следующие значения параметров для адаптивного алгоритма [6]  $\alpha = 10$ ,  $k = 10^4$  и нулевые начальные условия на интеграторах; для алгоритма [7]  $K_s = 1$ ,  $\lambda = 1$ ,  $Q_0 = (1/\lambda)I$ ,  $\hat{\theta}_0 = [64 \ 64]^T$ ; для алгоритма идентификации [8]  $(x_1, x_2, \theta) = (1, 1, 11)$ ,  $\zeta = 0,25$ ,  $\gamma = 0,01$ . Для численного моделирования были использованы

следующие значения параметров адаптивных фильтров:  $b_{\omega,1} = 6 \cdot 2\pi$ ,  $b_{\omega,2} = 1 \cdot 2\pi$ . Результаты численного моделирования представлены на рис. 2 (а — работа [6], б — [7], в — [8];  $\omega$  — действительное значение частоты,  $\hat{\omega}_1$ ,  $\hat{\omega}_2$ ,  $\hat{\omega}_3$  — оценки частот, полученные на выходе блоков  $ID_1$ ,  $ID_2$ ,  $ID_3$  соответственно). Отдельные количественные оценки этих результатов приведены в таблице. Для ошибок идентификации  $\tilde{\omega}_{1,2,3}$  и каждого из рассматриваемых алгоритмов идентификации оцениваются две количественные характеристики: математическое ожидание  $E$  и дисперсия  $V$ , при этом желаемое значение математического ожидания ошибки идентификации  $E = 0$ .

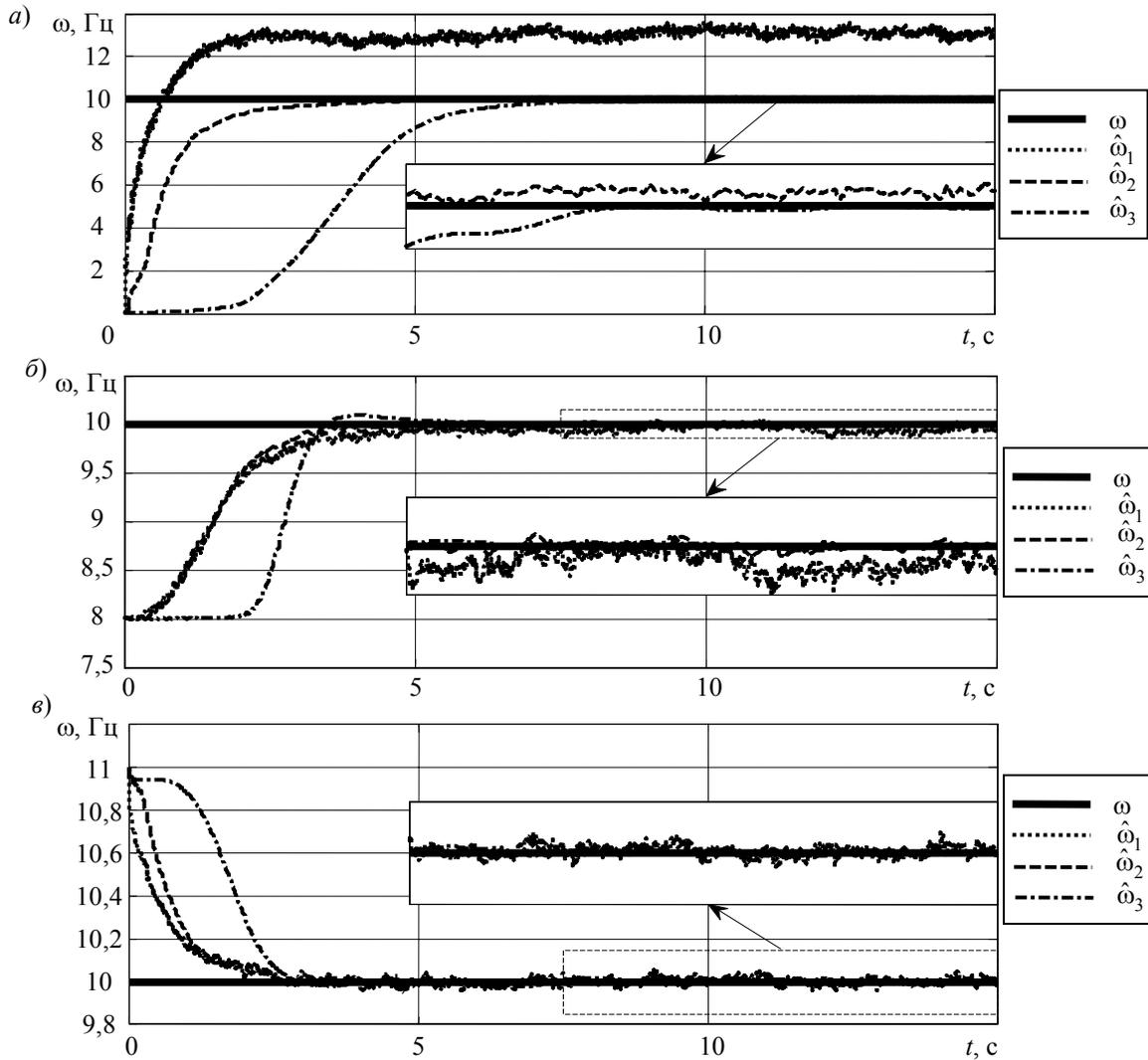


Рис. 2

Алгоритм, источник	Количественные оценки	$\tilde{\omega}_1$	$\tilde{\omega}_2$	$\tilde{\omega}_3$
[6]	$E, \text{Гц}$	3,11	0,05	0,03
	$V, \text{Гц}^2$	0,02	0,01	0,01
[7]	$E \cdot 10^{(-1)}, \text{Гц}$	0,53	0,04	0,02
	$V \cdot 10^{(-3)}, \text{Гц}^2$	1,04	0,14	0,05
[8]	$E \cdot 10^{(-1)}, \text{Гц}$	0,04	0,01	0,01

Полученные результаты показывают, что в случае зашумленного входного сигнала каскад адаптивных фильтров может значительно повысить качество идентификации, уменьшить отклонение и дисперсию установившейся ошибки.

**Заключение.** В работе рассмотрена проблема идентификации частоты синусоидального сигнала. Предложено использовать схему, состоящую из адаптивного каскада полосовых фильтров, в сочетании с реализацией алгоритмов идентификации. Эта схема значительно улучшает качество идентификации и существенно снижает ожидаемое значение установившейся ошибки и дисперсию.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. Цыкунов А. М. Компенсация возмущений и помех в системах с измеряемым вектором состояния // Вестн. АГТУ. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2012. № 2.
3. Sacks A., Bodson M., Khosla P. Experimental results of adaptive periodic disturbance cancellation in a high performance magnetic disk drive // ASME J. of Dynamic Systems Measurement and Control. 1996. Vol. 118. P. 416—424.
4. Bittanti S., Moiraghi L. Active control of vibrations in helicopters via pole assignment techniques // IEEE Transact. on Control Systems Technology. 1994. Vol. 2(4). P. 343—350.
5. Wu B., Bodson M. A magnitude/phase-locked loop approach to parameter estimation of periodic signals // IEEE Transact. Autom. Control. 2003. Vol. 48. P. 612—618.
6. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal // EUCA Europ. J. of Control. 2010. Vol. 16. P. 129—139.
7. Fedele G., Ferrise A. Non adaptive second-order generalized integrator for identification of a biased sinusoidal signal // IEEE Transact. Autom. Control. 2012. Vol. 57. P. 1838—1842.
8. Mojiri M., Bakhshai A. R. An adaptive notch filter for frequency estimation of a periodic signal // IEEE Transact. Autom. Control. 2004. Vol. 49. P. 314—318.
9. Xia X. Global frequency estimation using adaptive identifiers // IEEE Transact. Autom. Control. 2002. Vol. 47. P. 1188—1193.
10. Elliott S., Nelson P. Active noise control // IEEE Signal Processing Magazine. 1993. Vol. 10. P. 12—35.

**Сведения об авторах**

- Полина Андреевна Гриценко** — студентка; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: polina.gritsenko@gmail.com
- Станислав Владимирович Арановский** — канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; заведующий кафедрой; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru
- Антон Александрович Пыркин** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Рекомендована кафедрой  
систем управления и информатики

Поступила в редакцию  
07.06.15 г.

**Ссылка для цитирования:** Гриценко П. А., Арановский С. В., Бобцов А. А., Пыркин А. А. Повышение точности идентификации с использованием метода каскадной фильтрации // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 8. С. 587—592.

**IMPROVING ACCURACY OF FREQUENCY IDENTIFICATION  
BY USING A CASCADE OF ADAPTIVE FILTERS**

**P. A. Gritcenko, S. V. Aranovskiy, A. A. Bobtsov, A. A. Pyrkin**

*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia  
E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru*

The problem of frequency identification for a biased sinusoidal signal is considered. The use of an adaptive cascade of band-pass filters together with application of an identification algorithm is proposed to improve accuracy of frequency identification. This method may lead to significant improvement in the identification performance, to attenuation of oscillations in the signal identification error, and to reduction in the error signal bias. Numerical simulations demonstrate the proposed scheme efficiency.

**Keywords:** frequency identification, frequency locked loop, cascade circuit.

**Data on authors**

- Polina A. Gritsenko** — Student; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: polina.gritsenko@gmail.com
- Stanislav V. Aranovskiy** — PhD; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Alexey A. Bobtsov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; Head of the Department; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru
- Anton A. Pyrkin** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

**Reference for citation:** *Gritsenko P. A., Aranovskiy S. V., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A.* Improving accuracy of frequency identification by using a cascade of adaptive filters // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye*. 2015. Vol. 58, N 8. P. 587—592 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-8-587-592