УДК 681.513.6
DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-687-693

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СТЕПЕНЬЮ

Д. Н. Герасимов, М. В. Лызлова, А. С. Милюшин, В. О. Никифоров

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: lyzlovamv@yandex.ru

Предлагается решение задачи адаптивного управления по состоянию линейным возмущенным объектом с произвольной относительной степенью. Закон управления строится на основе метода стандартных характеристических полиномов. Среднегеометрический корень стандартного полинома является единственным настраиваемым параметром регулятора и генерируется алгоритмом адаптации. Регулятор имеет простую структуру, низкий динамический порядок, равный единице, и обеспечивает ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и экспоненциальное стремление ошибки управления к нулю. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность синтезированного алгоритма.

Ключевые слова: *адаптивное управление, линейный объект, система с переменными параметрами.*

Введение. Одним из наиболее актуальных направлений современной теории адаптивного и робастного управления является снижение динамического порядка и уменьшение числа арифметических операций в алгоритмах управления с сохранением качества работы замкнутых систем. Одновременно предпринимаются попытки расширения классов моделей объектов, для которых могут быть эффективно использованы простые алгоритмы.

В классической теории адаптивного управления [1—3] представлены базовые результаты для класса линейных стационарных объектов либо с измеряемым вектором состояния, либо описываемых строго положительно вещественными (СПВ) передаточными функциями. Известные алгоритмы управления предполагают настройку или идентификацию всех параметров модели, для чего формируются алгоритмы с высоким динамическим порядком, как минимум равным количеству этих параметров. В решениях, полученных для более широких классов объектов, число производных существенно увеличено. Так, например, алгоритмы с расширенной ошибкой, позволяющие пренебречь требованием СПВ, имеют $2n(n-m+2)-1$ производных (n и m — порядки числителя и знаменателя передаточной функции объекта) и требуют $2n-1$ настраиваемых параметров [4, 5]. Альтернативные решения, основанные на алгоритмах высокого порядка, имеют схожие динамические порядки [6—8].

Концепция предлагаемого алгоритма адаптивного управления основана на формировании сильной обратной связи с помощью заданного стандартного характеристического полинома замкнутой системы, в котором адаптации подлежит только величина среднегеометрического корня. Эта величина растет до тех пор, пока ошибка управления не „уйдет“ в окрестность нуля. Структура алгоритма является простой в отличие от существующих решений (см., например, работы [9, 10], где требуется сложная рекуррентная процедура построения алгоритма адаптации). Предлагаемая концепция базируется на результатах, отраженных в работах [11—15], и рассчитана на более широкий класс линейных параметрически неопределенных объектов, имеющих произвольную относительную степень и обладающих свойством минимальной фазовости.

Постановка задачи. Рассмотрим модель линейного параметрически неопределенного объекта:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x} = Ax + Bu + \xi, \quad x(0); \\ &y = x_1, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где u — управляющее воздействие, y — регулируемая переменная, $x \in R^n$ — вектор состояния, $\xi \in R^n$ — вектор возмущений (C^∞, $\|\xi\| \le \xi^*$),

$$A = \begin{bmatrix} a_{n-1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-2} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_m \\ \vdots \\ b_0 \end{bmatrix},$$

здесь a_i, $i = \overline{0,n}$, b_j, $j = \overline{0,m}$, — неизвестные параметры.

Класс моделей объектов управления ограничен следующими допущениями.

Допущение 1. Объект полностью управляем.

Допущение 2. Параметры b_j положительны, а полином $b(s) = b_m s^m + ... + b_1 s + b_0$ является гурвицевым.

Допущение 3. Для коэффициента b_m известна нижняя граница $b_{m\,\min}$.

Допущение 4. Вектор состояния x измеряем.

Необходимо синтезировать закон управления, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы и выполнение целевого неравенства

$$\left| y_{\text{м}}(t) - y(t) \right| \le \Delta \quad \forall t \ge T, \tag{2}$$

где Δ, T — максимальная ошибка и время настройки системы соответственно, $y_{\text{м}}$ — выходной сигнал эталонной модели.

Эталонная модель определяется уравнениями

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x}_{\text{м}} = A_{\text{м}} x_{\text{м}} + B_{\text{м}} g, \quad x_{\text{м}}(0); \\ &y_{\text{м}} = x_{\text{м}1}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $A_{\text{м}} \in R^{n \times n}$ — гурвицева матрица, отражающая желаемые динамические характеристики замкнутой системы в установившемся режиме; $B_{\text{м}} \in R^n$ — вектор управляющего воздействия; $g(t)$ — задающее воздействие.

Предполагается, что величина Δ может быть уменьшена произвольным образом путем изменения коэффициентов регулятора.

Синтез закона адаптивного управления. Введем в рассмотрение ошибку управления $e = x_{\text{м}} - x$, продифференцируем ее с учетом выражений (1) и (3) и после ряда алгебраических преобразований получим

$$\dot{e} = Ae - Bu + \chi, \tag{4}$$

где величина $\chi = \left(A_{\text{м}} - A\right) x_{\text{м}} + B_{\text{м}} g - \xi$ ограничена в силу устойчивости эталонной модели (3) и ограниченности сигналов g и ξ.

Для модели (4) предлагается следующий стабилизирующий закон адаптивного управления:

$$u = \frac{1}{b_{m\,\min}} K^T(\omega) e; \tag{5}$$

$$\dot{\omega} = -\sigma\omega + \gamma\varepsilon^2, \quad \omega(0) \geq 0, \tag{6}$$

где $\varepsilon = y_{\text{м}} - y$; $K(\omega) = [\omega^\rho \quad C_{\rho-1}\omega^{\rho-1} \ \dots \ C_2\omega^2 \ C_1\omega \ \ 0 \dots 0]$; $\rho = n - m$ — относительная степень модели объекта, C_i, $i = \overline{1, \rho-1}$, — постоянные коэффициенты произвольного гурвицева полинома

$$\lambda^\rho + C_1\lambda^{\rho-1} + C_2\lambda^{\rho-2} + \dots + C_{\rho-1}\lambda + 1, \tag{7}$$

λ — алгебраическая переменная; $\gamma > \sigma > 0$ — постоянные коэффициенты.

Для анализа замкнутой системы подставим выражение (5) в (1):

$$\left.\begin{aligned} &\dot{e} = G(\omega)e + \chi, \quad e(0); \\ &\varepsilon = e_1, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где

$$G(\omega) = A - BK(\omega) = \begin{bmatrix} a_{n-1} & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m+1} & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_m - \bar{b}_m\omega^\rho & -\bar{b}_m C_{\rho-1}\omega^{\rho-1} & \cdots & -\bar{b}_m C_1\omega & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 - \bar{b}_1\omega^\rho & -\bar{b}_1 C_{\rho-1}\omega^{\rho-1} & \cdots & -\bar{b}_1 C_1\omega & 0 & \cdots & 1 \\ a_0 - \bar{b}_0\omega^\rho & -\bar{b}_0 C_{\rho-1}\omega^{\rho-1} & \cdots & -\bar{b}_0 C_1\omega & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$\bar{b}_i = b_i / b_{m\,\min}$, $i = \overline{0, m}$.

Характеристический полином матрицы $G(\omega)$ может быть представлен в виде

$$R(\omega, \lambda) = a(\lambda) + \frac{1}{b_{m\,\min}} b(\lambda) \Big[\Big(\omega^\rho + f_{\rho-1}(\omega, \omega^2, \dots, \omega^{\rho-1}, \bar{a}, \bar{C}) \Big) +$$

$$+ \Big(C_{\rho-1}\omega^{\rho-1} + f_{\rho-2}(\omega, \omega^2, \dots, \omega^{\rho-2}, \bar{a}, \bar{C}) \Big)\lambda + \dots + \Big(C_2\omega^2 + f_1(\omega, \bar{a}, \bar{C}) \Big)\lambda^{\rho-2} + C_1\omega\lambda^{\rho-1} \Big],$$

где $a(\lambda) = \lambda^n - a_{n-1}\lambda^{n-1} - \dots - a_0$ — характеристический полином матрицы A; $\bar{a}$ — множество параметров a_i, $i = \overline{0, n-1}$, объекта управления; $\bar{C}$ — множество коэффициентов C_i, $i = \overline{1, \rho-1}$, полинома (7); $f_i(\omega, \omega^2, \dots, \omega^i, \bar{a}, \bar{C})$, $i = \overline{1, \rho-1}$, — функции, включающие суммы и разности своих аргументов (без умножения, деления, возведения в степень и т.д.).

Замечание. Если значение ε достаточно „далеко“ от нуля и, как следствие, правая часть в уравнении (6) положительна, то параметр ω растет. Когда ω достигает достаточно большого значения, функции $f_i(\cdot)$ и константы a_i в полиноме $R(\omega, \lambda)$ становятся пренебрежимо малы по сравнению с $C_i\omega^i$ ($C_0 = 1$). В этом случае полином $R(\omega, \lambda)$ может быть аппроксимирован более простым полиномом

$$\bar{R}(\omega, \lambda) = \lambda^n + \frac{b(\lambda)}{b_{m\min}} \Big(\omega^\rho + C_{\rho-1}\omega^{\rho-1}\lambda + \dots + C_2\omega^2\lambda^{\rho-2} + C_1\omega\lambda^{\rho-1} \Big). \tag{9}$$

Полученное равенство позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение. Существует такое пороговое значение $\omega_0 > 0$, что если $\omega \geq \omega_0$, то полином $\bar{R}(\omega, \lambda)$ гурвицев.

Доказательство. С помощью теоремы Виета покажем, что корни уравнения $\bar{R}(\omega,\lambda)=0$ при $\omega\to\infty$ стремятся к $\lambda_i=q_i, i=\overline{1,m},$ и $\lambda_j=q_j\omega, j=\overline{m+1,n}$, где q_i, q_j — некоторые константы. Действительно, если разделить левую и правую части уравнения (9) на $\omega^n\to\infty$ и подставить указанные значения λ_i и λ_j, то это уравнение будет сведено к двум предельным равенствам:

а)

$$\lim_{\omega\to\infty}\left\{\frac{\lambda_i^n}{\omega^n}+\frac{b(\lambda_i)}{b_{m\min}\omega^m}\left(1+C_{\rho-1}\omega^{-1}\lambda_i+\ldots+C_1\omega^{1-\rho}\lambda_i^{\rho-1}\right)\right\}=$$

$$=\lim_{\omega\to\infty}\left\{\frac{q_i^n}{\omega^n}+\frac{b(q_i)}{b_{m\min}\omega^m}\left(1+C_{\rho-1}\omega^{-1}q_i+\ldots+C_1\omega^{1-\rho}q_i^{\rho-1}\right)\right\}=\frac{b(q_i)}{b_{m\min}\omega^m}=0$$

или

$$b(q_i)=0, \tag{10 а}$$

в силу допущения 2 предельные параметры q_i имеют отрицательные вещественные части;

б)

$$\lim_{\omega\to\infty}\left\{\frac{\lambda_j^n}{\omega^n}+\frac{b(\lambda_j)}{b_{m\min}\omega^m}\left(1+C_{\rho-1}\omega^{-1}\lambda_j+\ldots+C_1\omega^{1-\rho}\lambda_j^{\rho-1}\right)\right\}=$$

$$=\lim_{\omega\to\infty}\left\{q_j^n+\frac{\left(b_m q_j^m\omega^m+\ldots+b_1q_j\omega\ +b_0\right)}{b_{m\ \min}\omega^m}\left(1+C_{\rho-1}q_j+\ldots+C_1q_j^{\rho-1}\right)\right\}=$$

$$=q_j^n+\frac{b_mq_j^m}{b_{m\ \min}}\left(1+C_{\rho-1}q_j+\ldots+C_1q_j^{\rho-1}\right)=0,$$

исключив $b_mq_j^m/b_{m\min}$ из левой и правой частей этого уравнения, получим второе предельное равенство:

$$\left(b_{m\ \min}/b_m\right)q_j^{\rho}+C_1q_j^{\rho-1}+\ldots+C_{\rho-1}q_j+1=0. \tag{10 б}$$

На основании результатов работы [16], где приводятся доказательства необходимых и достаточных условий устойчивости, справедливо следующее утверждение: если полином (7) гурвицев, то полином (10 б) также является гурвицевым для любого соотношения $b_{m\min}/b_m\in(0,1]$, которое следует из условий задачи. Кроме того, полином (7) гурвицев и представляет собой частный случай полинома (10 б) (при $b_{m\min}/b_m=1$). Иными словами, выбор коэффициентов C_i в выражении (7) определяет расположение предельных значений корней $\lambda_j=q_j\omega$ в левой полуплоскости корневого годографа.

Из предельного равенства

$$\lim_{\omega\to\infty}\{\lambda_k\}=\begin{cases}q_i,\ i=\overline{1,m};\\ q_j\omega,\ \ j=\overline{m+1,n},\end{cases}$$

в котором $\mathrm{Re}\{q_i\}<0,\mathrm{Re}\{q_j\}<0$, следует существование величины ω_0. ■

Следствие. Существует такое $\omega_0>0$, что если $\omega\geq\omega_0$, то гурвицевость полинома $R(\omega,\lambda)$ следует из вышеприведенных замечания и утверждения.

Таким образом, неустойчивость замкнутой системы приводит к росту ω в соответствии с выражением (6), что, в свою очередь, становится причиной стремления корней λ_k в левую полуплоскость корневого годографа. Такое расположение корней предопределяет устойчивость системы (8)*.

Результаты моделирования. Рассмотрим задачу управления неустойчивым параметрически неопределенным объектом с относительной степенью $\rho = 2$:

$$\dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 + \xi_1;$$
$$\dot{x}_2 = 4x_1 + x_3 + 5u + \xi_2;$$
$$\dot{x}_3 = -500x_1 + 8u + \xi_3,$$

где $x^T(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\xi^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin(0{,}8t) \end{bmatrix}$.

Закон управления (5), (6) представлен выражениями

$$u = \frac{1}{3}\left(\omega^2 \varepsilon + 2\omega e_2\right); \qquad (11)$$

$$\dot{\omega} = -0{,}05\omega + 200\varepsilon^2, \quad \omega(0) = 0, \qquad (12)$$

где $\varepsilon = e_1 = y_{\text{м}} - y = x_{\text{м}} - x$.

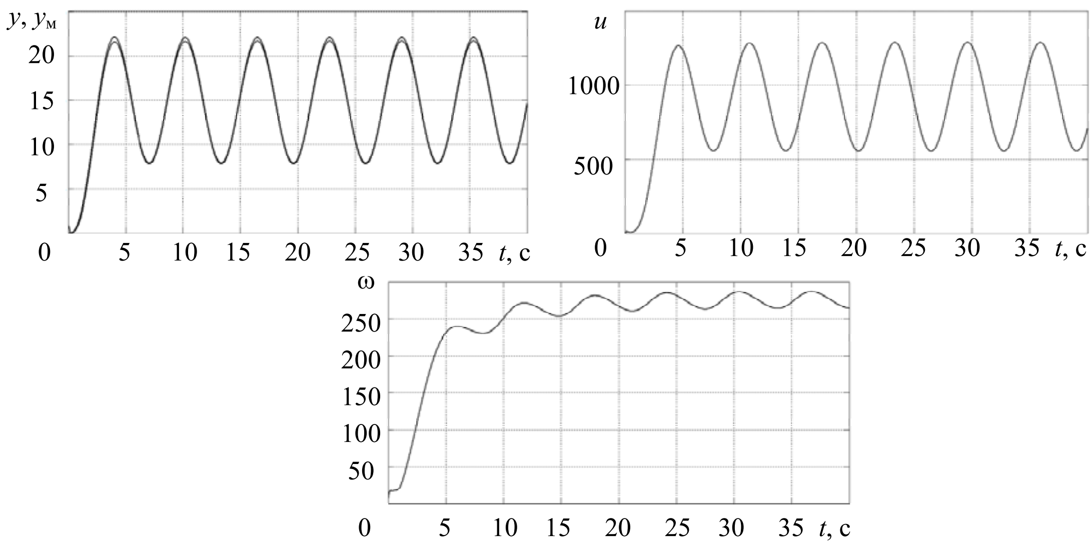
Эталонный сигнал генерируется моделью вида

$$\dot{x}_{1\text{м}} = x_{2\text{м}};$$
$$\dot{x}_{2\text{м}} = x_{3\text{м}};$$
$$\dot{x}_{3\text{м}} = -x_{1\text{м}} - 2x_{2\text{м}} - 2x_{3\text{м}} + g,$$

где $g = 10\sin t + 15$.

Результаты моделирования иллюстрируются приведенными на рисунке графиками переходных процессов в системе, замкнутой алгоритмом адаптивного управления (11), (12).

Анализ результатов показывает, что все сигналы в системе ограничены.



Заключение. Предложен простой алгоритм адаптивного управления по состоянию параметрически неопределенным возмущенным объектом с произвольной относительной степенью. Процедура синтеза алгоритма основана на методе стандартных характеристических полиномов, в которых среднегеометрический корень является переменной величиной и растет до тех пор, пока система не станет устойчивой, а ошибка управления не окажется в окрестности нуля.

* Строгое доказательство устойчивости замкнутой системы (8) приведено в работе [15].

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А.* Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981. 448 с.

2. *Фрадков А. Л.* Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990. 296 с.

3. *Narendra K. S., Annaswamy A. M.* Stable Adaptive Systems. N. J.: Prentice-Hall, 1989. 495 p.

4. *Feuer A., Morse A. S.* Adaptive control of single-input, single-output linear systems // IEEE Trans. on Automatic control. 1978. Vol. 23. P. 557—569.

5. *Nikiforov V. O., Fradkov A. L.* Adaptive control systems with augmented errors: A survey // Automation and Remote Control. 1994. N 9. P. 1239—1255.

6. *Morse A. S.* High-order parameter tuners for the adaptive control of nonlinear systems // Proc. of the US — Italy Joint Seminar on Systems, Models and Feedback Theory and Applicators. Capri, Italy. 1992. P. 20 — 26.

7. *Ortega R.* On Morse's new adaptive controller: parameter convergence and transient performance // IEEE Trans. on Automatic control. 1993. Vol. 38, N 8. P. 1191—1202.

8. *Nikiforov V. O.* Robust high-order tuner of simplified structure // Automatica. 1999. Vol. 35, N 8. P. 1409—1415.

9. *Ilchmann A., Ryan E. P.* High-gain control without identification: A survey // GAMM-Mitteilungen. 2008. Vol. 31. P. 115—125.

10. *Ilchmann A., Ryan E. P., Townsend P.* Tracking control with prescribed transient behavior for systems of known relative degree // Systems & Control Letters. 2006. Vol. 55. P. 396—406.

11. *Никифоров В. О., Герасимов Д. Н.* Адаптивный регулятор стабилизации простой структуры // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 5 (81). С. 48—52.

12. *Gerasimov D. N., Nikiforov V. O.* Simple adaptive output control of linear systems // Proc. of Multi-Conf. on Systems and Control. 2014. P. 566—571.

13. *Герасимов Д. Н., Лызлова М. В., Никифоров В. О.* Простые алгоритмы адаптивного и робастного управления классом линейных объектов с переменными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 5. С. 351—361.

14. *Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Nikiforov V. O.* Simple adaptive and robust control for a class of time-varying systems // Proc. of the 1st IFAC Conf. on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, IET. 2015. P. 521—526.

15. *Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Nikiforov V. O.* Simple adaptive control of linear systems with arbitrary relative degree // Proc. of the Multi-Conf. on Systems and Control. St. Petersburg, 2015.

16. *Воронов В. С.* Показатели устойчивости и качества робастных систем управления // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. № 6. С. 49—54.

Сведения об авторах

Дмитрий Николаевич Герасимов — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: gerasimovdn@mail.ru

Мария Владимировна Лызлова — аспирант; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: lyzlovamv@yandex.ru

Александр Сергеевич Милюшин — магистр; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: miljushin@rambler.ru

Владимир Олегович Никифоров — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; проректор по научной работе; E-mail: nikiforov@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
22.04.15 г.

Ссылка для цитирования: *Герасимов Д. Н., Лызлова М. В., Милюшин А. С., Никифоров В. О.* Алгоритм адаптивного управления линейным объектом с произвольной относительной степенью // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 687—693.

ADAPTIVE CONTROL ALGORITHM FOR LINEAR OBJECT WITH ARBITRARY RELATIVE DEGREE

D. N. Gerasimov, M. V. Lyzlova, A. S. Milyushin, V. O. Nikiforov

ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia
E-mail: lyzlovamv@yandex.ru

A solution to the problem of adaptive control over linear perturbed object with arbitrary relative degree is proposed. The control is designed on the basis of the method of standard characteristic polynomials and has only one adjustable parameter which is the averaged radius of roots distribution generated by the first order adaptation algorithm. The regulator possesses a simple structure, low dynamic order equal to one, and provides boundedness of all signals in the closed system and exponential decay of output error to zero equilibrium. Results of digital simulation demonstrate the proposed algorithm effectiveness.

Keywords: adaptive control, linear object, system with variable parameters.

Data on authors

Dmitry N. Gerasimov	—	PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: gerasimovdn@mail.ru
Maria V. Lyzlova	—	Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: lyzlovamv@yandex.ru
Alexander S. Milyushin	—	Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: miljushin@rambler.ru
Vladimir O. Niforov	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University; Vice-Rector for Research; E-mail: nikiforov@mail.ifmo.ru

For citation: *Gerasimov D. N., Lyzlova M. V., Milyushin A. S., Nikiforov V. O.* Adaptive control algorithm for linear object with arbitrary relative degree // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 687—693 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-687-693