

## ПРЯМОЙ АДАПТИВНЫЙ МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ МУЛЬТИСИНУСОИДАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

С. В. АРАНОВСКИЙ, А. А. ЛОСЕНКОВ

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: s.aranovskiy@gmail.com

Предложен прямой адаптивный метод компенсации мультисинусоидальных возмущений, основанный на декомпозиции сигналов, применительно к линейному устойчивому объекту с известной моделью. Число синусоидальных компонентов, образующих возмущение, неизвестно, но установлена верхняя граница их количества.

**Ключевые слова:** прямой адаптивный метод, компенсация возмущений, мультисинусоидальный сигнал.

**Введение.** Задача подавления узкополосных возмущений, которые с достаточной степенью точности могут быть представлены суммой синусоидальных сигналов, является актуальной для различных, в том числе прикладных, областей, например, таких как: системы виброзащиты, приводы жестких дисков компьютеров, подавление шумов в акустических трактах, управление химическим реактором и др. (подробнее см. работу [1]).

Рассматриваемая задача, как правило, решается с помощью адаптивных методов [2, 3] и принципа внутренней модели [4]. Адаптивные методы могут быть разделены на непрямые, в которых для расчета регулятора необходимо идентифицировать параметры возмущения (см., например, [5—7]), и прямые, не содержащие в явном виде методы идентификации, в которых параметры регулятора подстраиваются непосредственно по доступным измерениям сигналам [1, 2, 8].

В настоящей статье представлен прямой адаптивный метод подавления синусоидальных возмущений, основанный на декомпозиции синусоидальных сигналов.

**Постановка задачи.** Рассмотрим линейный, заданный в дискретном времени устойчивый объект управления:

$$y(t) = P(q^{-1})u(t) + \rho(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \rho(t), \quad (1)$$

где  $t = Tm$  — дискретные моменты времени,  $T$  — интервал дискретизации,  $m$  — целое неотрицательное число;  $y(t)$  — выходной сигнал;  $u(t)$  — входной (управляющий) сигнал;  $\rho(t)$  — приложенное к выходу объекта возмущение;  $P(z)$  — дробно-рациональная передаточная функция объекта управления с известными полиномами  $B(z)$ ,  $A(z)$ ;  $z$  — комплексная переменная;  $q^{-1}$  — оператор сдвига,  $q^{-1}y(t) = y(t-1)$ , где  $y(t-1) = y(T(m-1))$ .

Пусть возмущение задано как сумма конечного числа синусоидальных функций различной частоты:

$$\rho(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (2)$$

где  $A_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\varphi_i$  — неизвестные амплитуда, частота и фаза соответственно  $i$ -го компонента сигнала; точное число синусоидальных компонентов  $N$ , образующих возмущение, неизвестно,

но установлен верхний предел их количества  $N_{\max} : N \leq N_{\max}$ ; частоты гармоник ограничены:  $\omega_{\min} \leq \omega_i \leq \omega_{\max}$ .

Ставится задача формирования такого закона управления

$$u(t) = U(y(t)),$$

что  $y(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , или, иными словами, закона управления, который обеспечит асимптотическую компенсацию возмущения  $\rho(t)$ .

**Декомпозиция возмущения.** Сформируем оценку возмущения  $\rho(t)$ , действующего на объект управления, следующим образом:

$$\hat{\rho}(t) = y(t) - \hat{P}(q^{-1})u(t) = \rho(t) + \rho_\varepsilon(t), \quad (3)$$

где  $\hat{P}(z)$  — передаточная функция модели объекта,  $\rho_\varepsilon(t)$  — экспоненциально затухающая функция, вызванная рассогласованием начальных условий модели и объекта.

Так как объект полагается известным, то  $\hat{P}(z) \equiv P(z)$ , однако далее будем разделять сам объект  $P(z)$  и его модель  $\hat{P}(z)$ , являющуюся частью регулятора. Пренебрегая экспоненциально затухающей функцией, выражение (3) можно переписать в виде

$$\hat{\rho}(t) = \rho(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i).$$

**Лемма.** Пусть заданы (доступны измерению)  $2N_{\max}$  сигналов, определяемых как

$$\bar{x}_j(t) = \sum_{i=1}^N B_{i,j} \sin(\omega_i t + \psi_{i,j}) = \sum_{i=1}^N B_{i,j}^s \sin(\omega_i t) + B_{i,j}^c \cos(\omega_i t), \quad j = 1, \dots, 2N_{\max}, \quad (4)$$

где  $B_{i,j}^s = B_{i,j} \cos \psi_{i,j}$  и  $B_{i,j}^c = B_{i,j} \sin \psi_{i,j}$  — постоянные коэффициенты, полученные в результате тригонометрических преобразований.

Если параметры  $B_{i,j}^s$  и  $B_{i,j}^c$  таковы, что матрица

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} B_{1,1}^s & B_{1,2}^s & \dots & B_{1,2N_{\max}}^s \\ B_{1,1}^c & B_{1,2}^c & \dots & B_{1,2N_{\max}}^c \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{N,1}^c & B_{N,2}^c & \dots & B_{N,2N_{\max}}^c \end{bmatrix}$$

является квадратной и имеет обратную, то существует единственный вектор коэффициентов  $\bar{\mathbf{k}}$ , такой что

$$\bar{\mathbf{k}}^T \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=1}^{2N_{\max}} \bar{k}_j \bar{x}_j(t) = \hat{\rho}(t).$$

Доказательство леммы приведено в работе [9].

Сформируем  $2N_{\max}$  сигналов  $\mathbf{x}(t) = \{x_j(t)\}$ ,  $j = 1, \dots, 2N_{\max}$ :

$$x_j(t) = \hat{P}(q^{-1})\bar{x}_j(t). \quad (5)$$

Если сигналы  $\bar{\mathbf{x}}(t)$  таковы, что выполняются условия леммы, то существует единственный вектор коэффициентов  $\mathbf{k}$ , такой что

$$\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}(t) = \sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j x_j(t) = \hat{\rho}(t),$$

т.е. возможна декомпозиция оценки возмущения  $\hat{\rho}(t)$  по сигналам  $x_j(t)$ . Тогда номинальный закон управления

$$u_0(t) = -\mathbf{k}^T \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j \bar{x}_j(t)$$

обеспечивает компенсацию возмущения. Действительно, легко проверить, что

$$y(t) = P(q^{-1})u_0(t) + \rho(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j P(q^{-1})\bar{x}_j(t) + \rho(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j x_j(t) + \sum_{j=1}^{2N_{\max}} k_j x_j(t) = 0.$$

Однако номинальный закон управления  $u_0(t)$  не может быть реализован, так как вектор  $\mathbf{k}$  неизвестен. Введем в рассмотрение оценку  $\hat{\mathbf{k}}(t)$ , соответствующую критерию наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{k}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{k}}} \sum_t \left( \hat{\rho}(t) - \sum_{j=1}^{2N_{\max}} x_j(t) \hat{k}_j \right)^2. \quad (6)$$

Такое решение может быть получено с использованием методов идентификации, например метода наименьших квадратов (МНК) со списыванием [10, 11]:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{k}}(t) &= \hat{\mathbf{k}}(t-1) + \mathbf{G}(t)\varepsilon(t); \\ \varepsilon(t) &= \hat{\rho}(t) - \mathbf{x}^T(t)\hat{\mathbf{k}}(t-1); \\ \mathbf{G}(t) &= \mathbf{P}(t)\mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}{\lambda + \mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}(t-1)\mathbf{x}(t)}; \\ \mathbf{P}(t) &= \frac{1}{\lambda} \left( \mathbf{P}(t-1) - \mathbf{G}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}(t-1) \right), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\lambda$  — коэффициент списывания.

Так как сигналы  $x_j(t)$  являются синусоидальными, вектор  $\mathbf{x}(t)$  обладает свойством неисчезающего возбуждения и  $\hat{\mathbf{k}}(t) \rightarrow \mathbf{k}$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Сформируем реализуемый закон управления

$$u(t) = -\hat{\mathbf{k}}^T(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t) = -\sum_{j=1}^{2N_{\max}} \hat{k}_j(t) \bar{x}_j(t). \quad (8)$$

Так как  $\hat{\mathbf{k}}(t) \rightarrow \mathbf{k}$ , то  $u(t) \rightarrow u_0(t)$  и  $y(t) \rightarrow 0$ .

**Банк фильтров.** Предложенный закон управления требует наличия таких измеряемых сигналов вида (4), для которых условия леммы выполняются. Такие сигналы могут быть получены, например, если для оценки возмущения использовать набор линейных устойчивых фильтров:

$$\bar{x}_j(t) = F_j(q^{-1})\hat{\rho}(t), \quad j = 1, \dots, 2N_{\max}. \quad (9)$$

Очевидно, если фильтр  $F_j(z)$  имеет ненулевую амплитудную характеристику на всех частотах  $\omega_i$ , то сигнал  $\bar{x}_j(t)$  является суммой синусоидальных сигналов тех же частот, что и возмущение (2). Существует множество способов формирования банка фильтров  $F_j(z)$ ,

однако не для каждого набора фильтров сигналы (9) будут удовлетворять условиям леммы. Один из способов формирования банка фильтров приведен в следующей теореме.

**Теорема.** Пусть сигналы  $\bar{x}(t)$  сформированы как

$$\bar{x}_j(t) = q^{-(1+j)} \left( F_0(q^{-1}) \hat{\rho}(t) \right), \quad j = 1, \dots, 2N_{\max}, \quad (10)$$

где  $F_0(z)$  — устойчивый линейный фильтр с ненулевой амплитудной характеристикой на частотах  $\omega_j$ .

Тогда для сигналов  $\bar{x}_j(t)$  выполняются условия леммы.

Доказательство теоремы приведено в работе [12].

**Анализ устойчивости.** Выражения (3), (5)—(8) и (10) описывают искомый закон управления  $u(t)$ , обеспечивающий асимптотическую компенсацию возмущения  $\rho(t)$ . На рис. 1 приведена схема системы, состоящей из объекта управления (1) с законом управления (3), (5)—(8), (10); здесь банк фильтров описывается выражением (10), а блок оценивания — системой уравнений (7).

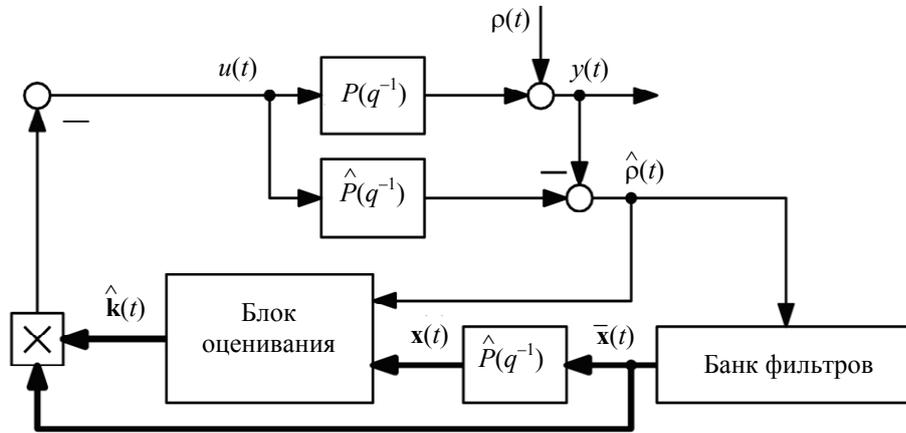


Рис. 1

При тождестве  $\hat{P}(z) \equiv P(z)$  данная схема может быть эквивалентно преобразована к разомкнутой схеме, представленной на рис. 2. Поскольку все входящие в разомкнутую схему блоки, а именно объект  $P(z)$ , банк фильтров (10) и блок оценивания (7), устойчивы в смысле ограниченности сигналов, то и вся разомкнутая система устойчива. Следовательно, устойчива и эквивалентная замкнутая система, представленная на рис. 1.

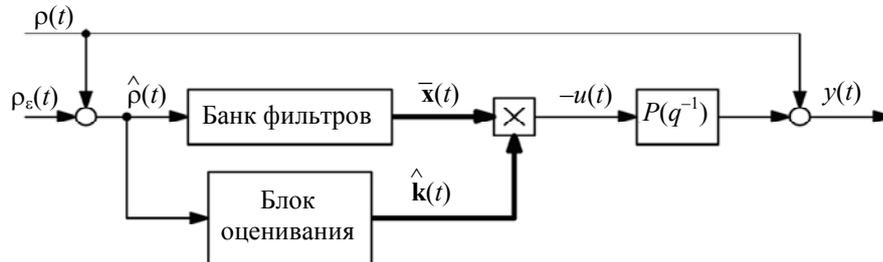


Рис. 2

**Численное моделирование.** В качестве примера объекта управления рассмотрим малогабаритный оптический телескоп (подобные объекты рассмотрены в работах [13—15]). Модель телескопа является линейной дискретной стационарной устойчивой и описывается передаточной функцией восьмого порядка

$$\hat{P}(z) = P(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\mathbf{Z}_1^T \Psi}{\mathbf{Z}_2^T \Omega}, \quad (11)$$

где векторы

$$\mathbf{Z}_1^T = [z^7 \quad z^6 \quad \dots \quad z^2 \quad 1]; \quad \mathbf{Z}_2^T = [z^8 \quad z^7 \quad \dots \quad z^2 \quad 1];$$

$$\Psi^T = [0,01446 \quad -0,009906 \quad -0,0387 \quad 0,03469 \quad 0,03473 \quad -0,03866 \quad -0,009924 \quad 0,01444];$$

$$\Omega^T = [1 \quad -5,897 \quad 16,22 \quad -27,27 \quad 30,64 \quad -23,53 \quad 12,05 \quad -3,774 \quad 0,5577].$$

Положим, что возмущение (2) содержит  $N = 3$  синусоидальных компонента и определяется как

$$\rho(t) = 0,5 \sin(52 \cdot 2\pi t + 30\pi/180) + 0,9 \sin(60 \cdot 2\pi t + 60\pi/180) + 1,5 \sin(70 \cdot 2\pi t + 90\pi/180). \quad (12)$$

В качестве базового фильтра  $F_0(z)$  выберем эллиптический полосовой фильтр 14-го порядка с бесконечной импульсной характеристикой, полосой пропускания 50—70 Гц, неравномерностью в полосе пропускания 2 дБ и затуханием в полосе заграждения 60 дБ. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра представлена на рис. 3.

Для оценки вектора  $\hat{\mathbf{k}}(t)$  воспользуемся МНК со списыванием (7), выбрав коэффициент списывания  $\lambda = 0,985$ .

Результаты численного моделирования системы, содержащей объект управления (11) с возмущением (12), закон управления (3), (5)—(8), (10) с базовым фильтром (АЧХ которого приведена на рис. 3) и количеством опорных сигналов в банке фильтров  $\bar{x}_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, 2N_{\max} = 6$ , представлены на рис. 4. Как видно из рисунка, предложенный метод полностью компенсирует мультисинусоидальное возмущение, сформированное из  $N_{\max} = 3$  компонентов. При  $N < N_{\max}$  также обеспечивается полная компенсация возмущения.

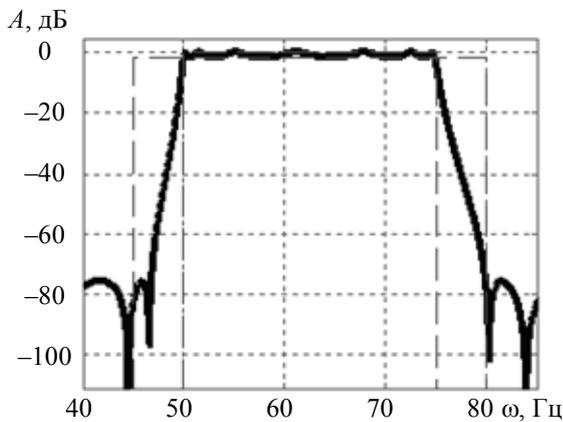


Рис. 3

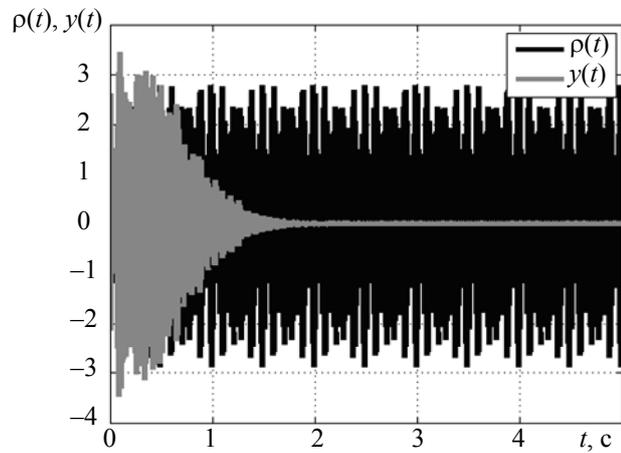


Рис. 4

**Заключение.** Представлен прямой адаптивный метод компенсации синусоидальных возмущений для линейных известных объектов управления. Предполагается, что возмущение может быть с достаточной точностью представлено в виде суммы известного числа синусоидальных компонентов с неизвестными частотами.

Предложенный метод основан на декомпозиции возмущения. Показано, что для набора опорных сигналов  $\bar{x}(t)$  существует представление возмущения как линейной комбинации опорных сигналов, преобразованных в соответствии с моделью объекта. Тогда закон управления, построенный как та же линейная комбинация опорных сигналов, обеспечивает ком-

пенсацию возмущения. Предложен способ формирования опорных сигналов как выходных сигналов банка фильтров, на вход которого подается оценка возмущения.

Приведены результаты моделирования, демонстрирующие состоятельность предложенного метода.

Дальнейшие исследования требуют аналитического доказательства работоспособности предложенного метода в случае, когда оценка количества образующих возмущение синусоидальных компонентов оказывается заниженной. Помимо этого большой научный и практический интерес представляет задача компенсации возмущения для объекта с неопределенными параметрами. В этом случае явный переход к эквивалентной разомкнутой схеме невозможен, что существенно затрудняет анализ устойчивости замкнутой системы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Landau I. D., Constantinescu A., Alma M. Adaptive regulation — rejection of unknown multiple narrow band disturbances (a review on algorithms and applications) // Control Engineering Practice. 2011. Vol. 19, N 10. P. 237—252.
2. Bodson M. Rejection of periodic disturbances of unknown and time-varying frequency // Intern. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2005. Vol. 19. P. 67—99.
3. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. Courier Corporation, 2011.
4. Francis B. A., Wonham W. M. The internal model principle of control theory // Automatica. 1976. Vol. 12, N 5. P. 457—465.
5. Арановский С. В., Бобцов А. А., Пыркин А. А. Адаптивный наблюдатель неизвестного синусоидального выходного возмущения для линейного объекта // Автоматика и телемеханика. 2009. № 11. С. 108—116.
6. Арановский С. В., Бобцов А. А., Кремлев А. С. Компенсация конечномерного квазигармонического возмущения для нелинейного объекта // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2006. № 4. С. 14—21.
7. Marino R., Tomei P. Disturbance cancellation for linear systems by adaptive internal models // Automatica. 2013. Vol. 49, N 5. P. 1494—1500.
8. Chen X., Tomizuka M. A minimum parameter adaptive approach for rejecting multiple narrow-band disturbances with application to hard disk drives // IEEE Trans. on Control Systems Technology. 2012. N 20. P. 408—415.
9. Aranovskiy S. Adaptive attenuation of disturbance formed as a sum of sinusoidal signals applied to a benchmark problem // Proc. of the Europ. Control Conf. Zurich, Switzerland, July, 2013. P. 2879—2884.
10. Åström K., Wittenmark B. Adaptive Control. Boston, MA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1994. Iss. 2. 580 p.
11. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
12. Aranovskiy S., Freidovich L. Adaptive compensation of disturbances formed as sums of sinusoidal signals with application to an active vibration control benchmark // Europ. Journal of Control. 2013. N 19. P. 253—265.
13. Васильев В. Н., Томасов В. С., Шаргородский В. Д., Садовников М. А. Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 6. С. 5—11.
14. Арановский С. В., Фуртат И. Б. Робастное управление безредукторным прецизионным электроприводом оси оптического телескопа с компенсацией возмущений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 9. С. 8—13.
15. Арановский С. В., Бардов В. М. Метод оптимальной идентификации параметров линейного динамического объекта в условиях возмущения // Проблемы управления. 2012. № 3. С. 35—40.

#### Сведения об авторах

- Станислав Владимирович Арановский** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Андрей Андреевич Лосенков** — Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; инженер; E-mail: alosenkov@yandex.ru

**Ссылка для цитирования:** Арановский С. В., Лосенков А. А. Прямой адаптивный метод компенсации мульти-синусоидальных возмущений // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 694—700.

## DIRECT ADAPTIVE METHOD FOR MULTISINUSOIDAL DISTURBANCE COMPENSATION

S. V. Aranovskiy, A. A. Losenkov

*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia*

*E-mail: s.aranovskiy@gmail.com*

The problem of adaptive compensation of multisinusoidal disturbances with unknown parameters is solved for internally stable linear discrete-time plant. The proposed direct approach is based on representation of disturbance as a weighted sum of stable filters. The method does not require an exact number of sinusoidal signals to be known provided that the upper bound of the number is defined.

**Keywords:** direct adaptive method, disturbance compensation, multisinusoidal signal.

### *Data on authors*

- Stanislav V. Aranovskiy** — PhD; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Andrey A. Losenkov** — ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; Engineer; E-mail: alosenkov@yandex.ru

**For citation:** *Aranovskiy S. V., Losenkov A. A. Direct adaptive method for multisinusoidal disturbance compensation // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye. 2015. Vol. 58, N 9. P. 694—700 (in Russian).*

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-694-700