УДК 681.5 DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-725-731

УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ КАМЕРЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ОСНОВЕ КАЧЕСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОД

С. В. БЫСТРОВ¹, В. В. ГРИГОРЬЕВ¹, О. К. МАНСУРОВА², И. М. ПЕРШИН³, М. И. ПЕРШИН³

> ¹Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия E-mail: grigvv@yandex.ru

²Национальный минерально-сырьевой университет "Горный", 199106, Санкт-Петербург, Россия

³ Филиал Северо-Кавказского федерального университета, 357501, Пятигорск, Россия

Представлена методика проектирования регуляторов для управления системами с распределенными параметрами на примере системы управления температурным полем камеры термической обработки, базирующейся на использовании качественного распределения мод, что обеспечивает желаемое качество переходных процессов в замкнутой системе.

Ключевые слова: распределенные системы, пространственные моды, качественное распределение, камера термической обработки.

Постановка задачи. Рассматривается задача проектирования распределенного регулятора для системы управления камерой термической обработки на основе использования методики качественного распределения мод [1—5], что позволяет обеспечить требуемые показатели качества процессов термической обработки. Математическая модель камеры термической обработки описывается уравнениями в частных производных, модели подобных объектов представлены в работах [3—6]. Поскольку уравнения движения таких объектов не имеют аналитического решения, то для оценки динамических характеристик будем использовать численное моделирование.

Численное моделирование объекта управления. В рассматриваемой задаче будем полагать, что по координатам *y*, *x* шаги дискретизации остаются постоянными, а по координате *z* шаг вычисляется для каждой зоны (рис. 1). На схеме дискретизации: *v* — точки дискретизации по координате *X*, *v*=1, ..., N_x , Δx — шаг дискретизации; ξ — точки дискретизации по координате *y*, ξ =1, ..., N_y , Δy — шаг дискретизации; *i* — точки дискретизации по координате *z*, *i*=1, ..., $N_{z,k}$, *k* — номер зоны расчета, Δz_k — шаг дискретизации по координате *z k*-й зоны.

Используя схему дискретизации и математическую модель объекта [1—5], построим дискретную модель, с помощью которой составим численный алгоритм для вычисления реакции объекта на заданное входное воздействие. В качестве входного воздействия выберем функции (пространственные моды) вида

$$U(y, x, \tau) = C_{\eta, \gamma}(\tau) \cos(\psi_{\eta} y) \sin(\psi_{\gamma}^* x), \ \psi_{\eta} = \pi \eta / L_y, \ \psi_{\gamma}^* = \pi \gamma / L_x, \ \eta, \gamma = \overline{1, \infty}.$$

Вид пространственных мод обусловлен нулевыми граничными условиями. Как известно, в методике синтеза распределенных регуляторов используются две пространственные моды. Определим реакцию объекта на выбранные моды входного воздействия (η=1, γ=1; η=4, γ=4).

При моделировании объекта управления были выбраны следующие значения переменных:

$$N_x=8; N_y=8; N_{z,1}=6; N_{z,2}=15; N_{z,3}=10; \Delta x=L_x/(N_x-1); \Delta y=L_y/(N_y-1); \Delta z_k=L_{z,k}/(N_{z,k}-1); L_{z,1}=Z_1; L_{z,2}=Z_2-Z_1; L_{z,3}=L_z-Z_2.$$



Puc. 1

Аппроксимируем передаточную функцию по выбранным пространственным модам передаточной функцией вида [5]

$$W(G,s) = \frac{K(G)}{T(G)s+1}e^{-s\tau_3(G)},$$
(1)

где K(G) — коэффициент передачи, T(G) — постоянная времени, τ_3 — постоянная времени запаздывания.

В результате численного моделирования (см. графики входного воздействия U^* и изменения температуры T объекта — рис. 2) получены следующие значения параметров передаточной функции: $\eta=1$, $\gamma=1$, $G_1=\psi^2_1+(\psi^*_1)^2=10,96$; $K(G_1)=78,1/21,756=3,59$; $T(G_1)=88.60=5280$ с; $\tau_3(G_1)=1,44.60=86,4$ с.



^{*} О входном воздействии U — см. работу [7, формула (3)].

Аналогичные графики были получены для третьей пространственной моды (η =4, γ =4, $G_4 = \psi^2_4 + (\psi^*_4)^2 = 175,36$) и вычислены параметры $K(G_3) = 1,16$, $T(G_3) = 2550$ с, $\tau_3(G_3) = 112,2$ с.

Методика синтеза распределенного регулятора включает 3 этапа.

Этап 1. Синтез пропорционально-интегрально-дифференциального закона управления для первой пространственной моды. В результате синтеза получены следующие параметры регулятора: K_p =9,42; T_u =165,6; T_d =145,2 (при этом значение запаса устойчивости по фазе было выбрано равным $\pi/3$).

Этап 2. Выбор оптимальных значений β и r [3]. Передаточная функция разомкнутой системы с использованием обобщенной координаты [4—6, 8] может быть представлена в виде

$$W_{\rm c}(G,s) = \left(K_{\rm p} + \frac{1}{T_{\rm H}s} + T_{\rm g}s\right) \frac{K(G)}{T(G)s+1} e^{-s\tau_{\rm g}(G)}.$$
 (2)

Полагая в уравнении (2) *s*=*j* ω и переходя к пространству ω_1 следующим образом:

$$j\omega = j\left(\left(2\omega_{1}r/(\omega_{1}^{2} + (r+\beta)^{2})\right) + (\omega_{1}^{2} - (r^{2} - \beta^{2}))/(\omega_{1}^{2} + (r+\beta)^{2})\right),$$

получаем передаточную функцию (2), зависящую от параметров ω_1 , β , r, G.

Как показывают проведенные исследования [3, 4, 8], для оценки устойчивости замкнутой системы (передаточная функция разомкнутой представлена в виде (2)) используется точка пересечения ($\beta - r$) — см. рис. 3, *a*. При этом точка пересечения оси Re обозначена на рис. 3, δ как Re(W_c). Численное значение Re(W_c) зависит от параметров β , *r*, *G*. Зафиксируем значения: $G=G_1$ и $\beta=-0,5$. Изменяя *r*, определим значение, для которого модуль |Re(W_c)| будет минимальным (см. рис. 3, ϵ).

Оптимальные значения параметров, вычисленные для рассматриваемой задачи: $\beta = -0.5$; r = -0.04. Поле расположения корней исследуемой системы представлено на рис. 4.



Этап 3. Синтез распределенного пространственно-усилительного звена. На рис. 5 приведены частотные характеристики разомкнутой системы (2), построенные в пространстве ω_1 для первой и четвертой пространственных мод с использованием вычисленных параметров β и *r*.

Передаточная функция пространственно-усилительного звена определяется как [6]

$$W_1(x, y) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right],$$
(3)

где E_1 — заданное число (общий коэффициент усиления); x, y — пространственные координаты; ∇^2 — лапласиан; n_1 — весовой коэффициент ($n_1 \ge 1$).

Передаточная функция, записанная с использованием обобщенной координаты, имеет вид



Используя графическую интерпретацию критерия устойчивости Найквиста [3, 5, 6], вычислим желаемые коэффициенты усиления для выбранных пространственных мод:

$$\overline{M}_1 = -1/(-1,147) = 0.87$$
, $\overline{M}_4 = -1/(-1,129) = 0.88$.

Определим параметры E_1 и n_1 исходя из условия, что в точках G_1 и G_4 (см. (4)) выполняется равенство $W_1(G_i) = \overline{M}_i$:

$$\bar{M}_1 = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right],$$
(5)

$$\bar{M}_4 = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_4}{n_1} \right].$$
(6)

Поделив выражение (6) на (5), получим

$$n_1 = \frac{-1 + \Delta M - \Delta M G_1 + G_4}{\Delta M - 1} = \frac{-1 + 1,011 - 1,011 \cdot 10,96 + 175,36}{0,011} = 14\,935$$

где $\Delta M = \frac{\overline{M}_4}{\overline{M}_1} = \frac{0.88}{0.87} = 1,011$; при этом значения n_1 подчинены ограничению $n_1 \ge 1$.

Подставляя вычисленное значение n_1 в уравнение (5) и преобразуя, получаем

$$E_1 = \overline{M}_1 / \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right] = 0,87 / (1 + 10,96 / 14\,935) = 0,869$$

Тогда передаточная функция синтезированного пространственно-усилительного звена определяется как

$$W_1(x, y) = 0,869 \left[\frac{14\,935 - 1}{14\,935} - \frac{1}{14\,935} \nabla^2 \right] = 0,869 \left[1 - \frac{1}{14\,935} \nabla^2 \right].$$

Передаточная функция синтезированного регулятора записывается в виде

$$R(x, y, s) = 0,869 \left[1 - \frac{1}{14\,935} \nabla^2 \right] \left(9,42 + \frac{1}{165,6s} + 145,2s \right). \tag{7}$$

Функция выхода регулятора может быть представлена следующим соотношением:

$$U(x, y, s) = R(x, y, s) \cdot T_{\text{pac}}(x, y, s),$$

$$Y_1 < y < (L_v - Y_1), \ X_1 < x < (L_x - X_1),$$
(8)

где функция рассогласования $T_{\text{pac}}(x, y, s) = T_z(xy) - T_3(xyz = Z^*, s)$, здесь $T_z(xy)$ — желаемое состояние температурного поля; $T_3(xyz, s)$ — текущее состояние температурного поля; X_1 и Y_1 — заданные значения [7].

Функция выхода регулятора, записанная во временной области, имеет вид

$$U_{1}(x, y, \tau) = 0,869 \left[T_{\text{pac}}(x, y, \tau) - \frac{1}{14\,935} \nabla^{2} T_{\text{pac}}(x, y, \tau) \right];$$

$$U(x, y, \tau) = 9,42U_{1}(x, y, \tau) + \frac{1}{165,6} \int_{\tau} U_{1}(x, y, \tau) \partial \tau + 145, 2 \frac{\partial U_{1}(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$Y_{1} \le y \le (L_{y} - Y_{1}), X_{1} \le x \le (L_{x} - X_{1}).$$

На рис. 6 показан график изменения функции рассогласования, построенный с использованием результатов моделирования замкнутой системы управления рассматриваемым технологическим процессом, при этом $T_z(x, y) = 100$, $x = \xi \Delta x$ ($\xi = 3...6$), $y = 4\Delta y$. Аналогичные графики могут быть построены и для других точек.



Заключение. Синтезированный распределенный регулятор достаточно эффективно управляет температурным полем в рабочей зоне камеры термической обработки. При этом полученный регулятор конструктивен и может быть реализован на современных промышленных контроллерах. Приведенная методика синтеза может быть использована для систем управления различными технологическими процессами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М. Синтез распределенных регуляторов: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. 200 с.
- 2. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems / V. V. Grigoriev, O. K. Mansurova. St. Petersburg, 2001. Preprint of 5th IFAK Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01).

- 3. Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М. Анализ устойчивости линейных систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 2—5.
- 4. Першин М. И. Проектирование системы управления параметрами Кисловодского месторождения минеральных вод. Технологии развития курортно-рекреационного комплекса СКФО // Сб. науч. тр. 2-й науч.-практ. конф. преподавателей, студентов и молодых ученых СКФУ: "Университетская наука региону". Пятигорск: Изд-во СКФУ, 2014. Т. 1. С. 141—155.
- 5. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
- 6. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами: проблемы и перспективы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2—10.
- 7. Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Математическая модель системы управления температурным полем камеры термической обработки /Наст. вып. С. 720—724.
- 8. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Синтез распределенных систем управления гидролитосферными процессами месторождений минеральных вод // Изв. Южн. фед. ун-та. Технические науки. 2014. № 8. С. 123—137.

		Сведения об авторах
Сергей Владимирович Быстров	_	канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем
		управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
Валерий Владимирович Григорьев	_	д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем
		управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
Ольга Карибековна Мансурова	_	канд. техн. наук, доцент; Университет "Горный", кафедра автомати-
		зации технологических процессов и производств;
		E-mail: erke7@mail.ru
Иван Митрофанович Першин	_	д-р техн. наук, профессор; Филиал СКФУ, кафедра управления в
		технических и биотехнических системах;
		E-mail: ivmp@yandex.ru
Максим Иванович Першин	_	аспирант; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и био-
		технических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru
Рекомендована кафедрой		Поступила в редакцию
систем управления и информатики		22.04.15 г.
Университета ИТМО		

Ссылка для цитирования: Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Управление температурным полем камеры термической обработки на основе качественного распределения мод // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 725—731.

CONTROL OVER TEMPERATURE FIELD OF THE HEAT TREATMENT CHAMBER ON THE BASE OF QUALITATIVE MODE DISTRIBUTION

S. V. Bystrov¹, V. V. Grigoriev¹, O. K. Mansurova², I. M. Pershin³, M. I. Pershin³

¹ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia E-mail: grigvv@yandex.ru

> ²National Mineral Resources University, 199106, Saint Petersburg, Russia

³ Branch of the North-Caucasus Federal University, 357501, Pyatigorsk, Russia

A method for development of regulators for control over systems with distributed parameters is presented using control system of temperature field of the heat treatment chamber as an example. The method is based on the use of qualitative distribution of modes and ensures desirable quality of transient processes in the closed system.

Keywords: distributed systems, spatial mode, quality distribution, heat treatment chamber.

Data on authors			
Sergey V. Bystrov	_	PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer	
		Science and Control Systems; E-mail: sbystrov@mail.ru	
Valery V. Grigoriev	_	Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science	
		and Control Systems; E-mail: grigvv@yandex.ru	
Olga K. Mansurova	_	PhD, Associate Professor; University of Mines, Department of Automa-	
•		tion of Technological Processes and Productions;	
		E-mail: erke7@mail.ru	
Ivan M. Pershin	_	Dr. Sci., Professor; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control	
		in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru	
Maksim I. Pershin		Post-Graduate Student; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of	
		Control in Technical and Biotechnical Systems: E-mail: ivmp@vandex.ru	

For citation: *Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I.* Control over temperature field of the heat treatment chamber on the base of qualitative mode distribution // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 725–731 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-725-731