УДК 535:631.373.826
DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-10-830-834

ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОПТИКО-ЛОКАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА

Е. Г. Лебедько, Е. Н. Зверева, К. В. Трифонов

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: e.zvereva@rambler.ru

Рассматривается информационная модель сигнального оптико-локационного пространства как квазидетерминированного с независимыми случайными величинами. Определена количественная мера ценности информации путем решения вариационной задачи методом неопределенных множителей Лагранжа на отыскание плотности распределения вероятностей исследуемого параметра, при которой средний риск будет минимальным. Проанализирована зависимость ценности информации в оптическом сигнальном пространстве от относительной величины углового поля наблюдения измерительной системы при различных законах распределения ошибок.

Ключевые слова: *модель оптико-локационного пространства, ценность информации, информационные параметры объекта.*

Под информационным оптико-локационным пространством будем понимать такое сигнальное пространство, в котором имеются носители информационных параметров.

Сигнальное пространство, просматриваемое оптическим локатором, будет определяться полем предварительного целеуказания с точечным объектом, характеризуемым с учетом [1] отражательной импульсной характеристики вида

$$g_э(t,x_0,y_0,z_0)=\iint\limits_D r(\gamma)\cos\gamma\,\delta\left[t-\frac{2z(x,y)}{c}\right]dxdy\times$$
$$\times\delta_k(x-x_0,y-y_0,z-z_0), \tag{1}$$

где $r(\gamma)$ — коэффициент яркости элемента наблюдаемой поверхности $z(x,y)$, D — проекция этой поверхности на плоскости $x0y$, γ — угол визирования, $\delta_k(\varsigma)=\begin{cases}1, \text{при } \varsigma=0\\ 0, \text{при } \varsigma\neq 0\end{cases}$ — дельта-символ Кронекера, x_0, y_0, z_0 — положение геометрического центра поверхности $z(x,y)$ в пространстве предварительного целеуказания.

В общем случае все перечисленные параметры $g_э(t,x_0,y_0,z_0)$ в той или иной мере могут являться случайными величинами. Таким образом, можно говорить о сигнальном информационном пространстве как о квазидетерминированном, описываемом явным аналитическим соотношением, один или несколько параметров которого являются случайными величинами.

Представим соотношение (1) в виде

$$g_э(t,x_0,y_0,z_0)=\sum_{i=1}^{n}A_i\mathrm{rect}(t-t_i)\delta_k(x-x_0,y-y_0,z-z_0), \tag{2}$$

где A_i, x_0, y_0, z_0 — независимые непрерывные случайные величины, $\mathrm{rect}(\zeta)$ — правильная функция.

В этом случае информативность сигнального пространства можно характеризовать приведенной энтропией:

$$H^{*}=-\sum_{k=1}^{4}\int_{-\infty}^{\infty}W(\alpha_k)\ln W(\alpha_k)\,d\alpha_k. \tag{3}$$

Здесь $\alpha_1=A_i$, $\alpha_2=x_0$, $\alpha_3=y_0$, $\alpha_4=z_0$, а $W(\alpha_k)$ — плотность распределения вероятности этих параметров.

Основание логарифма роли не играет, его всегда можно привести к двоичному логарифму формулой перевода.

Если предварительное целеуказание оценивалось по максимуму правдоподобия, то погрешность положения объекта в пространстве имеет гауссово распределение и, как показало решение вариационной задачи, такое поле при заданной дисперсии ошибки обладает максимально возможной энтропией по положению объекта в пространстве, т.е. несет наибольшую информативность.

Параметр A_i не зависит от целеуказания и можно предполагать его равновероятное распределение ввиду равновероятного появления в пространстве различных по конфигурации объектов и ракурсов их наблюдения. Информативность этого параметра также важна при обнаружении по критерию максимума частного количества информации [2].

Определим ценность информационного пространства при поиске объекта в нем. Будем определять ценность получаемой информации уменьшением среднего риска, который характеризует качество принимаемых решений [3].

Количество информации по Хартли можно представить как разницу между энтропиями информационных непрерывных параметров, полученных до опыта $H_1(\alpha)$ и после опыта $H_2(\alpha)$

$$I=H_1(\alpha)-H_2(\alpha). \tag{4}$$

Установим связь приведенной энтропии и среднего риска путем решения вариационной задачи отыскания плотности распределения вероятности параметра $W(\alpha)$, при которой для заданной приведенной энтропии средний риск R будет минимальным

$$R=\int_{-\infty}^{\infty}\Pi(\alpha)W(\alpha)\,d\alpha\to\min\Big|_{W(\alpha)}, \tag{5}$$

($\Pi(\alpha)$ — функция потерь) при следующих дополнительных условиях:

$$H^{*}(\alpha)=-\int_{-\infty}^{\infty}W(\alpha)\ln W(\alpha)\,d\alpha=H^{*}, \tag{6}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}W(\alpha)\,d\alpha=1. \tag{7}$$

Для решения этой вариационной задачи воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа (λ_i). Экстремум определяется решением уравнения

$$\frac{d\Pi(\alpha)}{dW(\alpha)}+\lambda_1\frac{dW(\alpha)\ln W(\alpha)}{dW(\alpha)}-\lambda_2\frac{dW(\alpha)}{dW(\alpha)}=0, \tag{8}$$

откуда

$$W(\alpha)=\frac{\exp\left(-\dfrac{\Pi(\alpha)}{\lambda_1}\right)}{\varphi}, \tag{9}$$

где $\varphi = \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\Pi(\alpha)}{\lambda_1}} d\alpha$ — статистический коэффициент.

Случайная энтропия в этом случае будет равна

$$\ln W(\alpha) = -\frac{\Pi(\alpha)}{\lambda_1} - \ln\varphi. \tag{10}$$

Усреднив правую и левую часть по α, получим

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Pi(\alpha) W(\alpha) d\alpha = \lambda_1 \left[-\int\limits_{-\infty}^{\infty} W(\alpha) \ln W(\alpha) d\alpha - \ln\varphi \right], \tag{11}$$

т.е.

$$R = \lambda_1 \left(H^* - \ln\varphi \right). \tag{12}$$

При этом λ_1 определяется дополнительным условием (6), и следовательно, при заданной функции потерь зависит от энтропии H^*:

$$\lambda_1 = \lambda_1 \left(H^* \right) \Big|_{\Pi(\alpha)}.$$

Следует отметить, что статистический коэффициент φ зависит от λ_1 и, следовательно, от H^*:

$$\varphi = \varphi\left(H^* \right).$$

Таким образом, при заданной энтропии средний риск будет равен

$$R = \lambda_1 \left(H^* \right) \Big|_{\Pi(\alpha)} \left[H^* - \ln\varphi\left(H^* \right) \right] = R\left(H^* \right). \tag{13}$$

Количественная мера ценности информации соответствует разности средних рисков до получения и после получения информации (т.е. среднего риска неопределенности до получения информации и среднего риска той неопределенности, которая остается после получения информации):

$$v = \left\{ R\left(H_1^* \right) - R\left(H_1^* - I \right) \right\}_{\Pi(\alpha)} = \left\{ \lambda_1 \left(H_1^* \right) \left[H_1^* - \ln\varphi\left(H_1^* \right) \right] - \right.$$
$$\left. -\lambda_1 \left(H_1^* - I \right) \left[\left(H_1^* - I \right) - \ln\varphi\left(H_1^* - I \right) \right] \right\}_{\Pi(\alpha)}. \tag{14}$$

Если в качестве функции потерь использовать $\Pi(\alpha) = \alpha^2$, то с учетом соотношений (9), (10), (11) и (12) формула (14) принимает вид

$$v = R\left(H_1^* \right) - R\left(H_1^* - I \right) = \frac{e^{2H_1^*}}{17} \left[1 - e^{-2\left(H_1^* - H_2^* \right)} \right]. \tag{15}$$

Если распределение ошибок определения положения объекта в пространстве предварительного целеуказания и локационной системы одинаково, то формулу (15) можно представить в виде

$$v = R\left(H_1^* \right) - R\left(H_1^* - I \right) = \frac{e^{2H_1^*}}{17} \left[1 - e^{-2H_1^*\left(1 - \frac{1}{d} \right)} \right], \tag{16}$$

где $d=\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\geq 1$, θ_1 и θ_2 — величина углового поля предварительного целеуказания и наблюдения локационной системы соответственно (в этом случае величина d однозначно соответствует отношению энтропий H_1^* и H_2^*).

При нормальном законе распределения ошибок положения объекта в пространстве предварительного целеуказания и локационной системы ценность информации будет равна

$$v_{\text{н}}=\frac{\exp\left(2,9\ln 4,13\sigma\right)}{17}\left[1-\exp\left(-2\ln d\right)\right], \tag{17}$$

где σ — среднее квадратичное значение ошибки предварительного целеуказания,

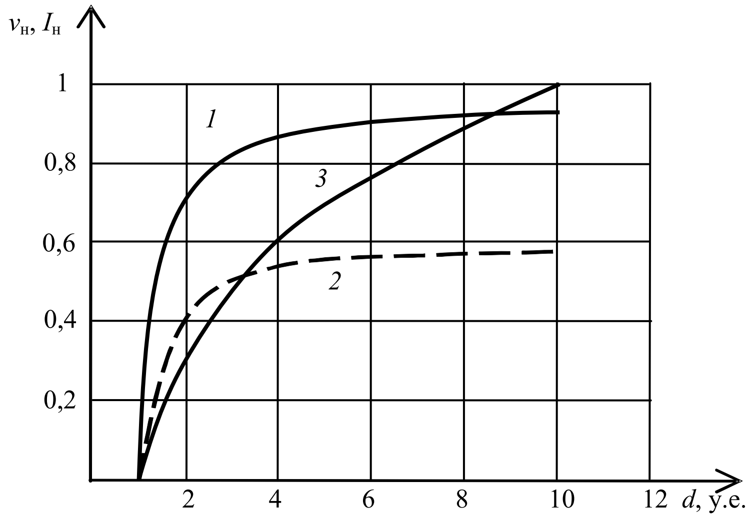
В случае распределения ошибки предварительного целеуказания по равновероятному закону, законам Симпсона и Лапласа, а погрешности локационной системы — по нормальному, ценность информации будет определяться соответственно зависимостями:

$$v_{\text{р}}=\frac{\exp\left(2,9\ln 3,46\sigma_1\right)}{17}\left[1-\exp\left(-2\ln 0,84d\right)\right]; \tag{18}$$

$$v_{\text{С}}=\frac{\exp\left(2,9\ln 4\sigma_1\right)}{17}\left[1-\exp\left(-2\ln 0,97d\right)\right]; \tag{19}$$

$$v_{\text{Л}}=\frac{\exp\left(2,9\ln 3,83\sigma_1\right)}{17}\left[1-\exp\left(-2\ln 0,93d\right)\right]. \tag{20}$$

На рисунке приведены нормированные по максимальной величине зависимости количества и качества информации в оптическом сигнальном пространстве от относительной ширины поля зрения оптического локатора при нормальном распределении погрешностей предварительного целеуказания и локационной системы (кривая *1*) и равновероятном распределении только погрешности целеуказания (кривая *2*). Нормировка проводилась по максимуму ценности при нормальном распределении погрешности целеуказания. Для сопоставления приведена кривая *3*, характеризующая относительное изменение количества информации.



Из рисунка видно, что с ростом количества информации прирост ценности ее уменьшается, асимптотически приближаясь к максимальному значению. Количественно ценность информации зависит от закона распределения параметров оптического сигнального пространства. При этом как приведенная энтропия непрерывных значений параметров сигнального пространства, так и ценность получаемой с этого пространства информации имеют максимальное значение при гауссовой статистике.

Как видим, более ценной, чем характер и величина отраженного сигнала, является информация о положении объекта в пространстве.

Рассмотренная модель сигнального оптико-локационного пространства может оказаться полезной при использовании информационного критерия качества в задачах обнаружения и оценки параметров, а также позволяет оценить информационную ценность параметров при их определении в оптико-локационном пространстве для различных законов распределения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лебедько Е. Г., Порфирьев Л. Ф., Хайтун Ф. И.* Теория и расчет импульсных и цифровых оптико-электронных систем. Л.: Машиностроение, 1984. 192 с.
2. *Лебедько Е. Г.* Теоретические основы передачи информации. СПб: Лань, 2011. 350 с.
3. *Стратонович Р. Л.* Теория информации. М.: Сов. радио, 1975. 424 с.

Сведения об авторах

Евгений Георгиевич Лебедько — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: eleb@rambler.ru
Елена Николаевна Зверева — Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; старший преподаватель; E-mail: e.zvereva@rambler.ru
Кирилл Владимирович Трифонов — аспирант; Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: kirilltrif90@gmail.com

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию
17.03.15 г.

Ссылка для цитирования: *Лебедько Е. Г., Зверева Е. Н., Трифонов К. В.* Информационная модель оптико-локационного пространства // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 10. С. 830—834.

INFORMATION MODEL OF OPTICAL LOCATION SPACE

E. G. Lebedko, E. N. Zvereva, K. V. Trifonov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: e.zvereva@rambler.ru

An information model of optical-location signals space is proposed. The space is supposed to be quasi-deterministic with independent random variables. A quantitative measure of information value is introduced via a solution to the variational problem in the probability density function for the parameter under consideration to minimize the average risk, the solution being obtained by the Lagrange multipliers method. Dependence of the information value in optical signal space on related angular width of measuring system observation field at various laws of error distribution is considered.

Keywords: optical location space model, information value, information object parameters.

Data on authors

Evgeniy G. Lebedko — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: eleb@rambler.ru
Elena N. Zvereva — ITMO University; Department of Optical-Electronic Devices and Systems; Senior Lecturer; E-mail: e.zvereva@rambler.ru
Kirill V. Trifonov — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: kirilltrif90@gmail.com

For citation: *Lebedko E. G., Zvereva E. N., Trifonov K. V.* Information model of optical location space // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 10. P. 830—834 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-10-830-834