

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЮСТИРОВКИ СОСТАВНЫХ ЗЕРКАЛ

А. В. ДЕМИН

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: dav_60@mail.ru

Предложена модель процесса юстировки составных зеркал высокоапертурных телескопов. На основе введенного понятия разностной поверхности с использованием разработанных алгоритмов геометрического и оптотехнического позиционирования зеркальных сегментов получены соотношения для оценки точности юстировки составных зеркал.

Ключевые слова: телескоп, главное зеркало, апертура, волновой фронт, нормаль, оптотехника, позиционирование, алгоритм, модель.

Одним из основных направлений на современном этапе развития космических технологий является создание многозональных высокоапертурных зеркально-линзовых телескопов, обеспечивающих сбор и обработку информации в диапазонах спектра излучения от ультрафиолетового до инфракрасного, что позволяет расширить границы астрофизических исследований и повысить информационные и точностные возможности систем дистанционного зондирования. Проблемы создания таких телескопов заключаются в необходимости уменьшения поверхностной плотности главного зеркала как основного массогабаритного компонента оптической системы телескопа и в наличии ограничений по массогабаритным показателям, накладываемых системой доставки телескопа в космос. Решение этих проблем достигается конструкторско-технологической реализацией телескопа, и в частности главного зеркала.

Применение технологии изготовления облегченных зеркал позволяет создавать главные зеркала телескопов с приемлемым значением поверхностной плотности. В этой связи наиболее перспективным является создание зеркал для крупногабаритных космических телескопов по технологии изготовления сегментированных отражающих поверхностей, возможные варианты которых представлены на рис. 1, б, в [1—8] (на рис. 1, а показана базовая поверхность главного зеркала).

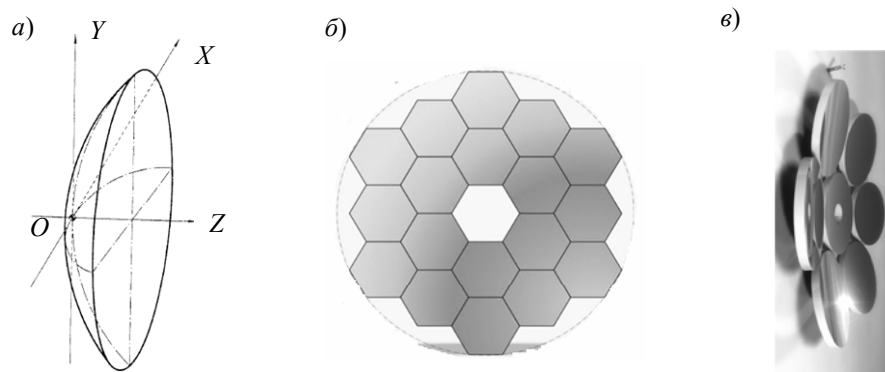


Рис. 1

Оценка качества изображения, формируемого центрированной оптической системой, не вызывает больших трудностей, так как не выходит за рамки классической теории аберраций. Однако в параксиальном приближении интенсивность изображения $I(x, y, \tau)$, создаваемого составным зеркалом, есть суперпозиция освещенностей, формируемых N сегментами. В этой связи в качестве модели, характеризующей интенсивность изображения в составном зеркале, могут быть приняты следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} I(x, y, \tau_\Sigma) &\in \left\{ I(x_j, y_j, \tau_j) \right\}_1^N; \\ I(x_j, y_j, \tau_j) &= \frac{\lambda^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M^{-2} S_0(M^{-1}x', M^{-1}y', \nu) h(x_j - x', y_j - y', \nu, \tau_j) dx' dy' d\nu; \\ h(x_j, y_j, \nu, \tau_j) &= h_{11}(x_j, y_j, \nu, \tau_j) + h_{12}(x_j, y_j, \nu, \tau_j) \exp(-i2\pi\nu\tau_j) + \\ &\quad + h_{21}(x_j, y_j, \nu, \tau_j) \exp(-i2\pi\nu\tau_j) + h_{22}(x_j, y_j, \nu, \tau_j); \\ \text{Sh} &\cong 1 - 4\pi^2 \lambda^2 W_{\text{СКВ}}^2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $x' = Mx_0$, $y' = My_0$, x_0, y_0 — пространственные координаты; τ_Σ — эквивалентная переменная времени задержки; λ — длина волны; ν — оптическая частота; M — увеличение системы; $S_0(x_0, y_0, \nu)$ — спектральная плотность; $h(x_j, y_j, \nu, \tau_j)$ — нормированная монохроматическая функция рассеяния точки оптической системы; Sh — число Штреля; $W_{\text{СКВ}}^2$ — квадрат монохроматической среднеквадратической волновой аберрации; N — количество зеркальных сегментов [2, 5, 9].

Реальная отражающая сегментированная поверхность (СП) зеркала будет отличаться по качеству изображения от несегментированной отражающей поверхности (в дальнейшем будем называть ее расчетной базовой поверхностью — БП) [2, 9—14]. Обеспечение требуемого качества изображения в телескопе с главным зеркалом, выполненным как составное, достигается юстировкой его зеркальных сегментов (ЗС). Поверхность, характеризующую отличие сегментированной поверхности от базовой, определим как разностную $Z_\delta^{(m)}(x, y)$, которая представима следующим уравнением:

$$Z_\delta^{(m)}(x, y) = F(x_{\text{БП}}^n + y_{\text{БП}}^n) - F(x_{\text{СП}}^n + y_{\text{СП}}^n), \quad (2)$$

где m — порядок разностной поверхности, n — порядок БП и СП.

Идентичность СП и БП возможна при $m = n$ и совпадении вершин этих поверхностей, что достигается юстировкой зеркальных сегментов. В этой связи разработка математической модели процесса юстировки сегментированной отражающей поверхности является предметом исследования в настоящей статье.

В прикладной оптике принято рассматривать два типа оптических поверхностей — обычные и торические. Отражающая поверхность зеркал — это обычные поверхности второго порядка (сфера, гиперboloид, параболоид, эллипсоид), обладающие симметрией вращения относительно оси, проходящей через вершину зеркала (см. рис. 1, а). Общее уравнение такой поверхности в системе координат XOZ (начало координат совмещено с вершиной зеркала, ось OZ совмещена с осью симметрии поверхности вращения и оптической осью зеркала) имеет следующий вид:

$$Z(x, y) = \left. \begin{aligned} & \frac{x^2}{R_x} + \frac{y^2}{R_y} \\ & 1 + \sqrt{1 - (1 + K_x) \times \left(\frac{x}{R_x}\right)^2 - (1 + K_y) \times \left(\frac{y}{R_y}\right)^2} \end{aligned} \right\}; \quad (3)$$

$$K_x = \frac{R_x}{C_x} - 1; \quad K_y = \frac{R_y}{C_y} - 1,$$

где x и y — текущие координаты в системе координат $OXYZ$; R_x и R_y — радиусы кривизны поверхности в плоскостях XOZ и YOZ ; C_x и C_y — константы [ISO10110-12:1996(E)].

Разностная поверхность $Z_\delta^{(m)}(x, y)$ может быть представлена соотношением

$$Z_\delta^{(m)}(x, y) = \left. \begin{aligned} & \left\{ \frac{x_{БПi}^2}{R_{БПx}} + \frac{y_{БПi}^2}{R_{БПy}} \right. \\ & \left. 1 + \sqrt{1 - (1 + K_{БПxi}) \left(\frac{x_{БПi}}{R_{БПx}}\right)^2 - (1 + K_{БПyi}) \left(\frac{y_{БПi}}{R_{БПy}}\right)^2} \right\}_{i=1}^N \\ & - \left\{ \frac{x_{СПi}^2}{R_{xi}} + \frac{y_{СПi}^2}{R_{yi}} \right. \\ & \left. 1 + \sqrt{1 - (1 + K_{СПxi}) \left(\frac{x_{СПi}}{R_{СПxi}}\right)^2 - (1 + K_{СПyi}) \left(\frac{y_{СПi}}{R_{СПyi}}\right)^2} \right\}_{i=1}^N \end{aligned} \right\}; \quad (4)$$

$$K_{БПxi} = \frac{R_{БПx}}{C_{БПx}} - 1; \quad K_{БПyi} = \frac{R_{БПy}}{C_{БПy}} - 1;$$

$$K_{СПxi} = \frac{R_{СПxi}}{C_{СПxi}} - 1; \quad K_{СПyi} = \frac{R_{СПyi}}{C_{СПyi}} - 1,$$

где $x_{БП}$, $y_{БП}$ и $x_{СП}$, $y_{СП}$ — текущие координаты в системе координат $OXYZ$ соответственно для БП и СП; $R_{БПx}$, $R_{БПy}$ и $R_{СПx}$, $R_{СПy}$ — радиусы кривизны в плоскостях XOZ и YOZ соответственно для БП и СП; $C_{БПx}$, $C_{БПy}$ и $C_{СПx}$, $C_{СПy}$ — константы (строго говоря они должны быть равны, так как тип поверхности один и тот же).

Основной задачей, решаемой при создании крупногабаритных сегментированных зеркал, является минимизация $Z_\delta^{(m)}(x, y)$, а именно должно выполняться следующее условие:

$$Z_\delta^{(m)}(x, y) \xrightarrow{x_{СП} \rightarrow x_{БП}; y_{СП} \rightarrow y_{БП}} 0. \quad (5)$$

Пространственное положение зеркальных сегментов относительно БП определяется касательной плоскостью к вершине отражающей поверхности сегмента и нормалью к ней, пересекающимися в одной точке на оптической оси зеркала (ось OZ). Уравнение касательной плоскости к точке O_i (вершина поверхности i -го зеркального сегмента) и уравнение нормали к ней представлены соответственно следующими формулами [15]:

$$z - z_{СПi} = \left(\frac{\partial z}{\partial x_{СПi}} \right) (x - x_{СПi}) + \left(\frac{\partial z}{\partial y_{СПi}} \right) (y - y_{СПi}), \quad (6)$$

$$\frac{z - z_{СПi}}{-1} = \frac{x - x_{СПi}}{\frac{\partial z}{\partial x_{СПi}}} = \frac{y - y_{СПi}}{\frac{\partial z}{\partial y_{СПi}}}. \quad (7)$$

Выполнение условия (5) возможно при реализации в процессе сборки СП зеркала операций геометрического и оптотехнического позиционирования зеркальных сегментов относительно БП. При этом необходимо, чтобы каждый сегмент обладал не менее чем пятью степенями свободы: т.е. три линейные подвижки, обеспечивающие выполнение операции геометрического позиционирования, и две или три угловые подвижки, обеспечивающие выполнение операции оптотехнического позиционирования.

Математическая модель геометрического позиционирования N зеркальных сегментов отображает их пространственное положение относительно расчетной БП, а именно положение вектора позиционируемого i -го сегмента $\mathbf{S}_{СПi} = (x_{СПi}; y_{СПi}; z_{СПi})$ относительно расчетного вектора этого же сегмента, но на БП: $\mathbf{S}_{БПi} = (x_{БПi}; y_{БПi}; z_{БПi})$. Условие правильного геометрического позиционирования зеркального сегмента заключается в том, что векторы $\mathbf{O}_{СПi} \mathbf{Z}_{СПi}$ и $\mathbf{O}_{БПi} \mathbf{Z}_{БПi}$ должны быть коллинеарны и пересекаться в одной расчетной точке на оси OZ (для сферической БП это центр ее кривизны), а соответственно и касательные плоскости $\mathbf{X}_{СПi} \mathbf{Y}_{СПi}$ и $\mathbf{X}_{БПi} \mathbf{Y}_{БПi}$ также должны быть коллинеарны. Таким образом, математическая модель, отражающая условие (5), может быть представлена в виде векторного произведения (в отличие от моделей, приведенных в работах [11, 12]):

$$[\mathbf{O}_{СПi} \mathbf{X}_{СПi} \times \mathbf{O}_{СПi} \mathbf{Y}_{СПi}]_{i=1}^N \times [\mathbf{O}_{БПi} \mathbf{X}_{БПi} \times \mathbf{O}_{БПi} \mathbf{Y}_{БПi}]_{i=1}^N = 0. \quad (8)$$

В основе *геометрического позиционирования* зеркальных сегментов относительно расчетной базовой поверхности лежит алгоритм последовательной технической и метрологической реализации модели (8). Технологическая карта реализации этой модели определяется технологическим и метрологическим обеспечением процесса, т.е. возможны вариации последовательности и параллелизации выполнения операций.

Известно, что при падении на зеркало плоской волны профиль отраженной волны повторяет профиль отражающей поверхности зеркала, тем самым условием правильного оптотехнического позиционирования зеркального сегмента относительно БП является минимизация разности волновых фронтов [9], т.е.

$$\left(W_{БПR_0} - W_{СПR_0} \right) \xrightarrow{\delta g'_{СПR_0i} \rightarrow \delta g'_{БПR_0i}} 0. \quad (9)$$

В этой связи уравнение разностной поверхности $Z_{\delta}^{(m)}(x, y)$ относительно сферы сравнения радиусом R_0 , являющееся математической моделью оптотехнического позиционирования, примет вид

$$Z_{\delta}^{(m)}(x, y) = \left\{ \frac{x_{БПi}^2 + y_{БПi}^2}{R_0 \left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{x_{БПi}^2 + y_{БПi}^2}{R_0 C} \right)} \right)} - \frac{\frac{x_{СПi}^2}{R_{xi}} + \frac{y_{СПi}^2}{R_{yi}}}{1 + \sqrt{1 - (1 + K_{СПxi}) \left(\frac{x_{СПi}}{R_{СПxi}} \right)^2 - (1 + K_{СПyi}) \left(\frac{y_{СПi}}{R_{СПyi}} \right)^2}} \right\}_{i=1}^N. \quad (10)$$

Учитывая, что волновая aberrация отсчитывается относительно сферы сравнения радиусом R_0 , то можно считать модель (10) обобщенным уравнением волновой aberrации. В этой связи условие оптотехнического позиционирования (9) эквивалентно

$$\left\{ n' \int_{\sin u'_{R_{0i}}}^{\sin u'_{0i}} \delta g'_{\text{БР}R_{0i}} d(\sin u'_{\text{БР}R_{0i}}) \right\}_{i=1}^N \cap \left\{ n' \int_{\sin u'_{R_{0i}}}^{\sin u'_{0i}} \delta g'_{\text{СП}R_{0i}} d(\sin u'_{\text{СП}R_{0i}}) \right\}_{i=1}^N = \max, \quad (11)$$

где $\{u'_{\text{БР}R_{0i}}\}_{i=1}^N$ и $\{u'_{\text{СП}R_{0i}}\}_{i=1}^N$ — апертурные углы $i_{\text{БР}}$ -го и $i_{\text{СП}}$ -го зеркальных сегментов соответственно для БР и СП; $\{g_{\text{СП}R_{0i}}\}_{i=1}^N$ и $\{g_{\text{БР}R_{0i}}\}_{i=1}^N$ — поперечные aberrации $i_{\text{СП}}$ -го и $i_{\text{БР}}$ -го ЗС; n' — показатель преломления (штрих обозначает принадлежность символов к пространству изображения).

В основе *оптотехнического позиционирования* зеркальных сегментов относительно расчетной базовой поверхности лежит алгоритм последовательной технической и метрологической реализации решения уравнения (10), а соответственно и формулы (11). Технологическая карта, являющаяся технической реализацией выражения (11) определяется технологическим и метрологическим обеспечением процесса, т.е. возможны вариации последовательности и параллелизации выполнения операций.

На рис. 2 приведен макет сегментированного зеркала (а) и вид зеркальной поверхности после выполнения алгоритмов юстировки (разработка канд. техн. наук А. Г. Серегина [16, 17]): б, в — интерференционные картины сегментированной поверхности после выполнения алгоритмов соответственно геометрического и оптотехнического позиционирования зеркальных сегментов относительно расчетной базовой поверхности (для сравнения на рис. 2, в один сегмент оставлен без изменения).

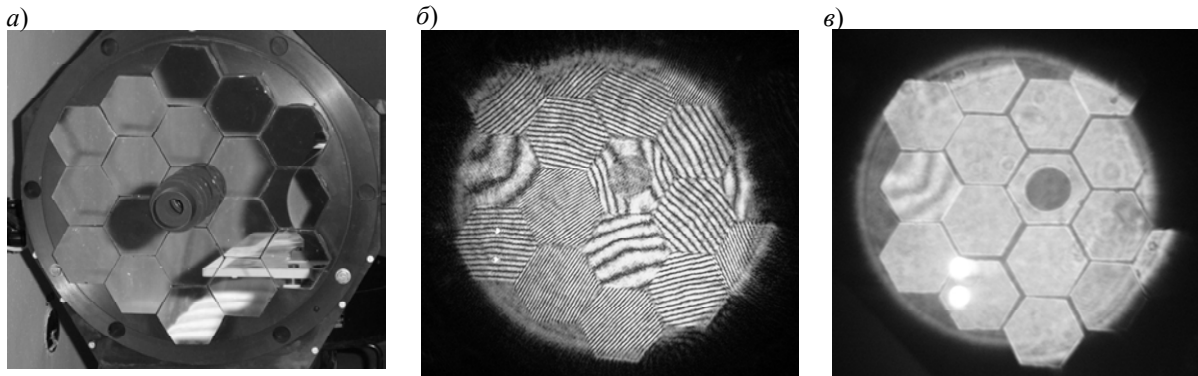


Рис. 2

Таким образом, получены модель и полный алгоритм геометрического и оптотехнического позиционирования зеркальных сегментов составного зеркала относительно базовой (расчетной) поверхности, отличающиеся более корректной формой, чем рассмотренные в работах [11, 12, 18]. Представленные модель и алгоритм позволяют выполнять юстировку методом виртуального компарирования, что особенно важно для режима эксплуатации высокоапертурных телескопов на орбите.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. The James Webb Space Telescope [Электронный ресурс]: <<http://www.jwst.nasa.gov/>>.
2. Goodman J. Introduction to Fourier Optics. N. Y.: McGraw-Hill, 1996.

3. Васильев В. Н., Гоголев Ю. А., Демин А. В., Олейников Л. Ш. Оптико-электронные комплексы космического базирования // Тр. Третьей военно-научной конф. космических войск / Под ред. В. Е. Прохоровича. СПб, 2007. Т. 4. С. 127—133.
4. Демин А. В., Денисов А. В., Летуновский А. В. Оптико-цифровые системы и комплексы космического назначения // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 3. С. 51—59.
5. Родионов С. А. и др. Проблемы апертурного синтеза // Оптич. журн. 1995. № 10. С. 17—25.
6. Демин А. В., Денисов А. В., Перл И. А., Третьякова А. А. Оптико-электронный комплекс повышенной производительности // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. № 3(73) С. 1—5.
7. Горбунов Г. Г., Демин А. В., Никифоров В. О., Савицкий А. М., Скворцов Ю. С., Сокольский М. Н. Гиперспектральная аппаратура для дистанционного зондирования Земли // Оптич. журн. 2009. Т. 76, № 10. С. 75 — 82.
8. Демин А. В., Ковалев И. А. Алгоритм управления составным зеркалом в режиме эксплуатации // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2014. № 2. С. 88—91.
9. Сокольский М. Н. Допуски и качество оптического изображения. Л.: Машиностроение, 1989.
10. Родионов С. А., Серегин А. Г., Смирнов А. П. Некоторые проблемы юстировки телескопов // Оптич. журн. 1995. № 10. С. 32—35.
11. Демин А. В., Менделеева Л. М. Алгоритм юстировки составных зеркал высокоапертурных телескопов // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57, № 1. С. 51—57.
12. Demin A. V., Kovalev I. A. The mathematical model and the simulation modelling algorithm of the multitiered mechanical system // ABC Journal of Advanced Research. 2013. Paper ID. A8.
13. Лахтиков В. Б., Серегин А. Г. Оценка оптимальной конфигурации разреженной апертуры для составного главного зеркала адаптивного телескопа // Оптич. журн. 1997. Т. 64, № 3. С. 127—128.
14. Малакара Д. Оптический производственный контроль. М.: Машиностроение, 1985 С. 400.
15. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1979. 512 с.
16. Серегин А. Г., Потемин И. С., Сидоров В. И., Тульева Т. Н. Датчик автоколлимационных точек в контрольном канале адаптивного телескопа // Оптич. журн. 1995. № 10. С. 41—45.
17. Демин А. В., Смирнов А. П., Серегин А. Г., Канаев И. И. Сопряжение звездного интерферометра Физо с обзорным изображающим телескопом // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 1. С. 48—52.
18. Демин А. В., Рабыш А. Ю. Алгоритм компоновки составных зеркал // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2008. № 58. С. 31—36.

Сведения об авторе

Анатолий Владимирович Демин — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра оптико-цифровых систем и технологий; E-mail: dav_60@mail.ru

Рекомендована кафедрой
оптико-цифровых систем и технологий

Поступила в редакцию
31.08.15 г.

Ссылка для цитирования: Демин А. В. Математическая модель процесса юстировки составных зеркал // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 11. С. 901—907.

MATHEMATICAL MODEL OF COMPOSITE MIRROR ADJUSTMENT PROCESS

A. V. Demin

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: dav_60@mail.ru

A model for alignment of multi-element mirror of high-aperture telescopes is proposed. Relations for estimating the composite mirror adjustment accuracy are obtained on the base of the introduced concept of difference surface, with the use of developed algorithms of geometrical and optical-technical positioning of mirror segments.

Keywords: telescope, primary mirror, aperture, wavefront, normal, optical engineering, positioning, algorithm, model.

Data on author

Anatoly V. Demin — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Optical and Digital Systems and Technologies; E-mail: dav_60@mail.ru

For citation: Demin A. V. Mathematical model of composite mirror adjustment process // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 11. P. 901—907 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-11-901-907