УДК 62-506
DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-12-966-972

СИНТЕЗ РОБАСТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ТИПОВЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

О. А. Ремизова, В. В. Сыроквашин, А. Л. Фокин

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), 190013, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: remizova-oa@yandex.ru

Разработана методика построения робастных регуляторов для линейных систем с запаздыванием, грубых по отношению к параметрической неопределенности и к изменению величины запаздывания. Такие регуляторы реализуют традиционные (ПИ, ПИД, ПД) и связанные с ними законы управления. Методика базируется на критерии апериодической устойчивости и методе динамической компенсации. Передаточная функция регулятора определяется аналитически на основании передаточной функции объекта регулирования.

Ключевые слова: *линейные системы, робастный регулятор, законы регулирования, критерий апериодической устойчивости, метод динамической компенсации.*

Введение. Использование традиционных (П, ПИ, ПИД, ПД) законов регулирования в технических системах остается актуальным, несмотря на появление новых подходов к решению задачи стабилизации [1—4]. Так, согласно работам [5—7], к настоящему времени насчитывается уже 1731 способ настройки ПИД-регулятора, вместе с тем не прекращающийся поток публикаций [8] по этой теме свидетельствует об ее актуальности.

Популярность этого направления исследований связана с простотой и относительно хорошими результатами, получаемыми с помощью такого регулирования. При настройке регуляторов этого типа обычно учитываются требования по быстродействию, демпфированию, точности, простоте реализации. В последнее время стало актуальным требование грубости системы.

Настоящая работа посвящена построению простого в использовании метода синтеза традиционных регуляторов, обладающих хорошими робастными свойствами, особенно по отношению к запаздыванию, а также остальными показателями.

Исходная передаточная функция объекта аппроксимируется при помощи инерционного линейного звена и звена запаздывания. Далее для этой аппроксимации последовательно применяется динамическая компенсация [9—12], обеспечивающая простоту метода.

Использование предиктора не позволяет обеспечить грубость системы по отношению к изменению запаздывания, так как звено запаздывания входит в передаточную функцию регулятора. Поэтому в настоящей работе предлагается вначале синтезировать робастный регулятор для звена запаздывания, а затем выбирать передаточную функцию остальной части регулятора, связанной с инерционностью. В отличие от более сложного случая, описанного в работе [13], согласование этих этапов тривиально, если на втором этапе используется метод компенсации.

Синтез робастного регулятора для звена запаздывания. Пусть передаточная функция аппроксимированного объекта имеет вид

$$W_0(p) = k_0 \exp(-\tau p), \tag{1}$$

где k_0 — коэффициент передачи, $\underline{k_0} \le k_0 \le \overline{k_0}$, τ — запаздывание $\underline{\tau} \le \tau \le \overline{\tau}$.

Для синтеза регулятора используется номинальная передаточная функция объекта

$$W_0^0\left(p\right)=k_0^0\exp(-\tau_0 p),\qquad(2)$$

где k_0^0 — номинальный коэффициент передачи, $\underline{k_0}\le k_0^0\le\overline{k_0}$, τ_0 — номинальное значение запаздывания, $\underline{\tau}\le\tau_0\le\overline{\tau}$.

Далее ищется решение задачи синтеза, обеспечивающее апериодический характер переходных процессов для номинальной системы. В настоящей работе рассматривается управление по апериодическому критерию устойчивости [14], который предполагает наличие доминирующего вещественного собственного числа замкнутой системы с максимально возможной кратностью.

Утверждение 1. Решение задачи синтеза оптимального по апериодическому критерию устойчивости закона управления для звена запаздывания (1), грубого по отношению к вариациям величины запаздывания и коэффициента передачи, достигается применением интегрального (И) закона регулирования вида

$$W_{\text{p}_1}\left(p\right)=\frac{\omega_{\text{c}}}{k_0^0 p},\qquad(3)$$

где $\omega_{\text{c}}=0,343/\tau_0$ — частота среза.

При этом для асимптотической устойчивости системы необходимо и достаточно выполнения условия

$$\tau_0>0,218\frac{k_0}{k_0^0}\tau.\qquad(4)$$

Доказательство этого утверждения приведено в работах [11, 12].

Можно показать, что при законе (3) замкнутая номинальная система имеет полюс кратности два в точке $p_1=p_2=-0,828/\tau_0$. Это обеспечивает максимальную степень устойчивости системы и оптимальность по апериодическому критерию устойчивости.

Условие (4) определяет границы интервалов изменений реальных значений параметров k_0,τ при выбранных номинальных k_0^0,τ_0. При точном знании коэффициента передачи $k_0^0=k_0$ ошибка в задании номинального значения запаздывания в сторону увеличения $\tau_0>\tau$ не приводит к потере устойчивости; при ошибке в сторону уменьшения граничное значение $\tau_0=0,218\tau$ может быть почти в пять раз меньше истинного. Это показывает, что система имеет практически неограниченный запас возможных вариаций при задании величины запаздывания. Аналогично при точном знании величины запаздывания $\tau_0=\tau$ относительное увеличение коэффициента передачи ограничено сверху $k_0/k_0^0\le 1/0,218=4,587$, что показывает большую грубость системы к вариациям коэффициента передачи.

Помимо того, полученная номинальная система независимо от значения τ_0 имеет запас устойчивости по фазе $\approx 71°$ и по амплитуде ≈ 13 дБ, что свидетельствует о достаточно хорошем демпфировании системы.

Таким образом, реальная система (1), (3) имеет практически неограниченную грубость по отношению к параметрической неопределенности задания параметров k_0,τ в модели объекта (1). Номинальная система (2), (3) имеет достаточно хорошие демпфирующие свойства, которые не зависят от величины запаздывания.

Недостатком такого подхода является завышенное время регулирования, что связано с применением интегрального (И) закона регулирования (3) — примерно $6\tau_0$. Такой закон управления можно использовать, если для системы не вводятся ограничения по быстродействию, а модель плохо определена и имеет большую интервальную параметрическую неопределенность.

Для повышения быстродействия системы при условии сохранения первого порядка передаточной функции регулятора можно вместо интегрального закона регулирования (3) применить пропорционально-интегральный (ПИ) закон:

$$W_{\text{р}_2}(p)=\frac{\omega_{\text{c}}}{k_0^0}k_{\text{р}}\frac{T_{\text{р}}p+1}{p}, \tag{5}$$

где $k_{\text{р}}, T_{\text{р}}$ — настраиваемые параметры (дополнительный коэффициент передачи и постоянная времени регулятора).

Увеличение быстродействия связано с уменьшением грубости системы. При использовании закона регулирования (5) трудно получить простое условие устойчивости, подобное (4). В этом случае лучше воспользоваться моделированием, что позволяет уменьшить время регулирования до (3—4) τ_0.

В частном случае параметры $k_{\text{р}}, T_{\text{р}}$ могут быть выбраны из условия апериодической устойчивости для номинальной системы (2), (5). При этом характеристическое уравнение для замкнутой номинальной системы будет иметь вид

$$1+\omega_{\text{c}}k_{\text{р}}\frac{T_{\text{р}}p+1}{p}\exp(-\tau_0 p)=0. \tag{6}$$

Так как имеются два настраиваемых параметра, то получим второе уравнение, продифференцировав (6) по p:

$$\left(1+\tau_0\left(T_{\text{р}}p+1\right)p\right)\exp(-\tau_0 p)=0. \tag{7}$$

Из условия $1+\tau_0\left(T_{\text{р}}p+1)p\right)=0$ находим наиболее удаленный от мнимой оси действительный корень $\left(\tau_0=4T_{\text{р}}\right)$, откуда получим оптимальное значение постоянной времени

$$T_{\text{р}}^*=\tau_0/4. \tag{8}$$

При этом степень устойчивости возрастает по сравнению с (3), в результате получим действительный корень кратности два $p_1=p_2=-2/\tau_0$. Подставив это значение вместе с (8) в (6), получим

$$k_{\text{р}}=\frac{4\exp(-2)}{\omega_{\text{c}}\tau_0}=1{,}5783. \tag{9}$$

При использовании настроек (8), (9) время регулирования изменяется от $3\tau_0$ до $3{,}5\tau_0$. Грубость системы уменьшается незначительно, что будет видно из примера.

Синтез робастного регулятора с учетом динамики инерционной части. При решении задачи синтеза рассматривается либо устойчивая динамика инерционной части, либо наличие нулевого собственного числа произвольной кратности для передаточной функции объекта. Синтез регулятора удобно осуществить при помощи метода динамической компенсации. В качестве желаемого движения рассматривается выход одной из двух систем для объекта (2) с регуляторами (3), (5).

Пусть аппроксимирующая передаточная функция объекта имеет вид

$$W_0(p)=k_0\frac{B_m(p)}{A_n(p)}\exp(-\tau p), \tag{10}$$

где $B_m(p), A_n(p)$ — произвольные полиномы степени m, n соответственно $\left(m\le n, B_m(0)=\right.$ $\left.=A_n(0)=1\right)$, коэффициенты полиномов $B_m(p), A_n(p)$ могут изменяться в заданных интервалах, $\underline{k_0}\le k_0\le\overline{k_0}$, $\underline{\tau}\le\tau\le\overline{\tau}$.

Наряду с реальной передаточной функцией объекта рассматривается номинальная

$$W_0^0(p) = k_0^0 \frac{B_m^0(p)}{A_n^0(p)} \exp(-\tau_0 p). \tag{11}$$

Предполагается, что пары реальных и номинальных полиномов $B_m(p), B_m^0(p)$ и $A_n(p), A_n^0(p)$ являются одновременно устойчивыми или находятся на апериодической границе устойчивости.

В последнем случае для интегратора возможна аппроксимация

$$\frac{1}{p} \approx \frac{1}{p+\varepsilon} = \frac{\gamma}{\gamma p+1}, \quad \gamma = \frac{1}{\varepsilon} >> 1, \quad \varepsilon << 1. \tag{12}$$

После использования аппроксимации для интегратора (12) можно применить метод динамической компенсации; в качестве желаемого движения рассматривается выход системы, синтезированной для звена запаздывания в предыдущем разделе. Такой подход (вместо использования предиктора) позволяет обеспечить грубость системы по отношению к вариациям величины запаздывания. Передаточные функции робастных регуляторов, соответствующие базовым формулам (3), (5), будут иметь вид

$$W_{\text{p}_1}(p) = \frac{\omega_\text{c}}{k_0^0 p} \frac{A_n^0(p)}{B_m^0(p)(T_\text{e} p+1)^{n-m-1}}, \tag{13}$$

$$W_{\text{p}_2}(p) = \frac{\omega_\text{c}}{k_0^0} k_\text{p} \frac{T_\text{p} p+1}{p} \frac{A_n^0(p)}{B_m^0(p)(T_\text{e} p+1)^{n-m-1}}, \tag{14}$$

где T_e — малая постоянная времени, введенная для обеспечения правильности передаточных функций регуляторов. Введение T_e не вносит больших изменений в динамику желаемой системы, если передаточная функция инерционной части не выше трех.

Устойчивая динамика компенсируемой части всегда присутствует в динамике замкнутой системы с согласованными полюсами [15] и проявляется при ненулевых начальных условиях, это справедливо только для аппроксимирующей модели (2), (11), которая используется для синтеза регулятора, но не для исходной передаточной функции объекта.

Пример. Рассмотрим номинальную передаточную функцию объекта

$$W_0^0(p) = \frac{2\exp(-45p)}{(10p+1)(20p+1)^2(25p+1)}, \tag{15}$$

по переходной характеристике она может быть аппроксимирована выражением

$$\hat{W}_0^0(p) = \frac{2\exp(-70p)}{(40p+1)}. \tag{16}$$

Тогда регуляторы (13), (14) примут вид

$$W_{\text{p}_1}(p) = \frac{\omega_\text{c}}{2} \frac{(40p+1)}{p}, \tag{17}$$

$$W_{\text{p}_2}(p) = \frac{\omega_\text{c}}{2} k_\text{p} \frac{(T_\text{p}^* p+1)(40p+1)}{p(T_\text{e} p+1)}, \tag{18}$$

где $\omega_\text{c} = 0{,}343/70\ \text{c}^{-1}$, $T_\text{p}^* = 70/4 = 17{,}5\ \text{c}$, $k_\text{p} = 1{,}58$, $T_\text{e} = 0{,}1\ \text{c}$.

Выражение (17) описывает ПИ-, а (18) — ПИД-закон регулирования. Видно, что при использовании этих регуляторов компенсации динамики исходного объекта (15) не происходит. Переходные характеристики систем (15), (17) и (15), (18) и соответствующие управления приведены на рис. 1. Время переходного процесса для первой и второй системы составляет 400 и 230 с. При $\tau_0 = 70$ с в аппроксимирующей модели (16) получим $5,7\tau_0$ и $3,3\tau_0$.

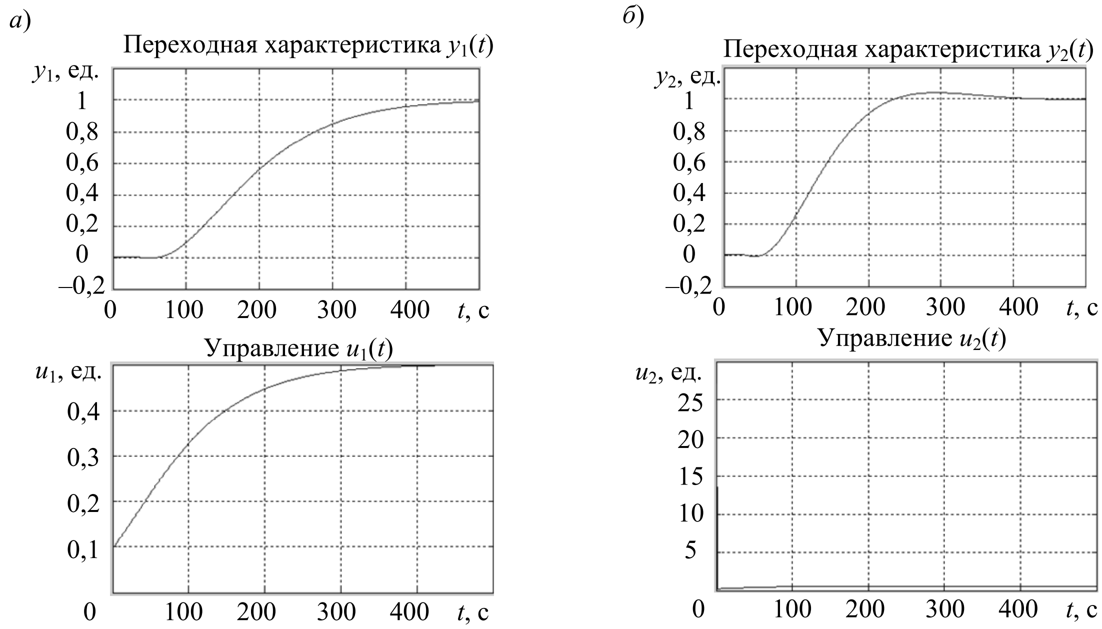

Рис. 1

Если в качестве показателя грубости системы использовать H^∞-норму функции чувствительности, то ее значения составят 1,43 и 1,62. Следовательно, вторая система немного более чувствительна к влиянию параметрической неопределенности вследствие увеличения ее быстродействия. Но значение управления u_2 для регулятора (18) выходит далеко за пределы интервала $[0,1]$.

В модифицированной системе при $T_\text{р} = 0,875$ с, $k_\text{р} = 1,136$ (рис. 2) показатели грубости составляют 1,43 и 1,54. Время регулирования во второй системе увеличилось до 300 с, при этом значение u_2 попадает в интервал $[0,1]$.

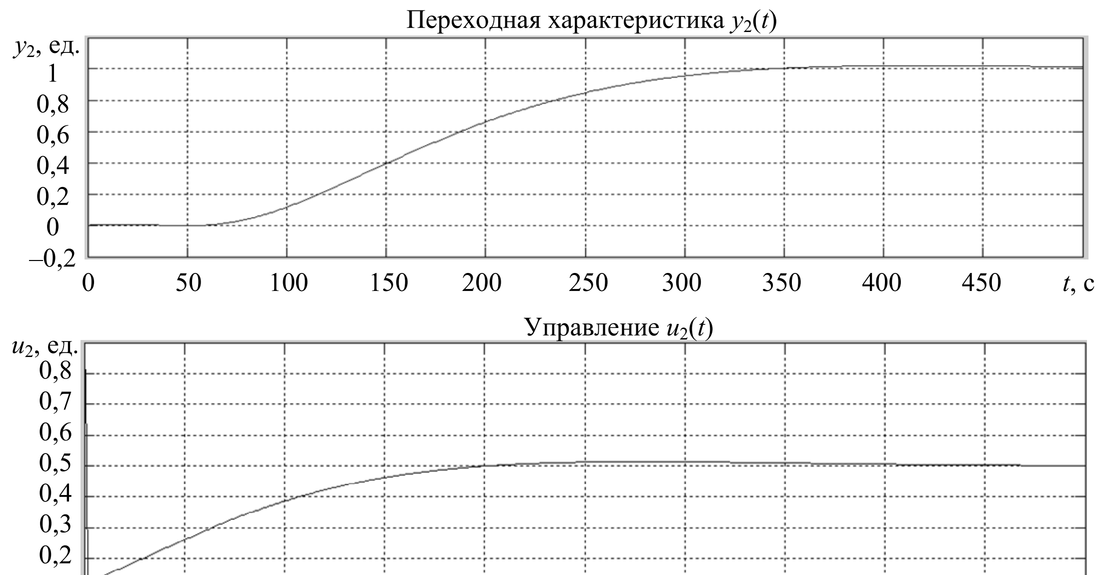

Рис. 2

Заключение. В работе предложена методика синтеза традиционных законов регулирования (ПИ, ПИД) для объектов с запаздыванием и связанных с ними более сложных законов регулирования. Методика ориентирована на проектирование робастных регуляторов, которые обеспечивают грубость системы к параметрической неопределенности передаточной функции объекта и особенно к величине запаздывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бобцов А. А., Колюбин С. А., Пыркин А. А.* Компенсация неизвестного мультигармонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // Автоматика и телемеханика. 2010. № 11. С. 136—148.
2. *Пыркин А. А.* Адаптивный алгоритм компенсации параметрически не определенного смещенного гармонического возмущения для линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автоматика и телемеханика. 2010. № 8. С. 62—78.
3. *Григорьев В. В.* Качественная экспоненциальная устойчивость непрерывных и дискретных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т. 43, № 1—2. С. 18—23.
4. *Григорьев В. В., Бойков В. И., Быстров С. В., Рябов А. И., Мансурова О. К.* Исследование процессов позитивных систем на основе качественной экспоненциальной устойчивости // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 43, № 4. С. 15—20.
5. *O'Dwyer A.* A summary of PI and PID controller tuning rules for processes with time delay. Pt. 1: PI tuning rules // Proc. of PID'00: IFAC Workshop on Digital Control. Terrassa, Spain. April, 2000. P. 175—180.
6. *O'Dwyer A.* Handbook of PI and PID controller tuning rules. 2nd Edition. London: Imperial College Press, 2006.
7. *Александров А. Г., Паленов М. В.* Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов // Автоматика и телемеханика. 2014. № 2. С. 16—30.
8. *Фокин А. Л., Харазов В. Г.* Управление линейным объектом с запаздыванием // Автоматизация и современные технологии. 2002. № 5. С. 13—17.
9. *Ремизова О. В., Рудакова И. В., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л.* Увеличение грубости оптимальных систем с запаздыванием // Изв. СПбГТИ(ТУ). 2011. № 10. С. 46—51.
10. *Косарев Д. А., Ремизова О. В., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л.* Робастное управление многомерным линейным объектом с запаздыванием // Изв. СПбГТИ(ТУ). 2012. № 17. С. 77—82.
11. *Фокин А. Л.* Синтез робастных систем управления технологическими процессами с типовыми регуляторами // Изв. СПбГТИ(ТУ). 2014. № 27. С. 101—106.
12. *Ремизова О. В., Рудакова И. В., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л.* Робастное управление линейным объектом с запаздыванием с применением квадратичных методов синтеза системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. № 12. С. 22—30.
13. *Гурецкий Х.* Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. М.: Машиностроение, 1974. 328 с.
14. *Гайдук А. Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 360 с.

Сведения об авторах

Ольга Александровна Ремизова — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности; E-mail: remizova-oa@yandex.ru

Владислав Викторович Сыроквашин — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности

Александр Леонидович Фокин — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности; E-mail: fokin_sa@mail.ru

Рекомендована кафедрой
автоматизации процессов
химической промышленности

Поступила в редакцию
28.04.15 г.

Ссылка для цитирования: *Ремизова О. А., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л.* Синтез робастных систем управления с типовыми регуляторами // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 12. С. 966—972.

SYNTHESIS OF ROBUST CONTROL SYSTEMS WITH STANDARD CONTROLLERS

O. A. Remizova, V. V. Syrokvashin, A. L. Fokin

St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University),
190013, St. Petersburg, Russia
E-mail: remizova-oa@yandex.ru

A new method of robust controllers design for linear system with delay is developed. The system is supposed to be rude with respect to parametric uncertainty and variation of the delay value; the controllers implement traditional and associated with them control laws. The proposed approach is based on the aperiodic stability criterion and the dynamic compensation method. The transfer function of the controller is determined analytically with the use of the transfer function of the object under the control.

Keywords: linear systems, robust control, regulating laws, the criterion aperiodic stability, dynamic compensation method.

Data on authors

Olga A. Remizova	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control; E-mail: remizova-oa@yandex.ru
Vladislav V. Syrokvashin	—	PhD, Associate Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control
Alexander L. Fokin	—	Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control; E-mail: fokin_sa@mail.ru

For citation: *Remizova O. A., Syrokvashin V. V., Fokin A. L.* Synthesis of robust control systems with standard controllers // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 12. P. 966—972 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-12-966-972