

## ДИАГНОСТИКА ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ ПРОЦЕССОВ

О. А. РЕМИЗОВА, И. В. РУДАКОВА, В. В. СЫРОКВАШИН, А. Л. ФОКИН

*Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет),  
190013, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: remizova-oa@yandex.ru*

Рассмотрен практический аспект проектирования систем диагностики потенциально опасных процессов, функционирующих в нормальном режиме, с целью раннего выявления нештатных ситуаций, которые проявляются в качественном изменении процесса и приводят к взрывам, поломке оборудования или браку. Проводится анализ возможных подходов к решению проблемы диагностики. Рассматривается методика диагностики, связанная с анализом вырождения системы, которое трактуется как потеря устойчивости либо как потеря управляемости. Показано, что в рамках такого подхода может также рассматриваться проблема выхода переменных за заданные ограничения. Спецификой предлагаемого подхода является построение линейных статистических регрессионных моделей динамики с изменяющимися коэффициентами, которые используются для анализа вырождения. Для контроля устойчивости использованы собственные числа системы, а для контроля управляемости — грамиантный подход. Приводится практический пример диагностики взрывоопасной ситуации для технологического процесса нитрования пиридола.

**Ключевые слова:** *потенциально опасные процессы, экспертные системы, фреймово-продукционная модель, нейросетевые модели*

**Введение.** Одной из актуальных задач при создании технических систем является управление потенциально опасными процессами. Специфика управления в этом классе объектов состоит в том, что влияние неопределенности приводит к появлению нештатных ситуаций, которые должны распознаваться посредством системы диагностики в реальном режиме времени [1—3].

В настоящей работе рассматривается проблемы мониторинга и диагностики предаварийных состояний в нормальном режиме протекания процесса. В качестве объекта управления может выступать техническая система с обратными связями и без них. Системы стабилизации объекта обеспечивают выполнение условий нормального режима с помощью заданных неравенств для переменных процесса. В частном случае объект может находиться в ручном режиме управления.

Для диагностики традиционно используются два разных подхода. Прежде всего, это решение комплекса задач для оперативного управления [1], модели которого могут быть построены с использованием качественных соотношений (модели на базе направленных сигнальных графов); на основе данных процесса (экспертные системы с фреймово-продукционной моделью); с использованием нейросетевых моделей, моделей на базе метода главных компонент, нечетких продукционных моделей с применением кластеризации для разработки правил, а также на основе количественных соотношений (феноменологические модели, модели на базе фильтров Калмана). В рамках подхода нештатная ситуация чаще всего описывается при помощи статистической модели, построенной на основе метода главных компонент, а обнаружение выполняется посредством отслеживания двух статистических параметров:  $Q$  и  $T^2$ . Далее выявляется причина нарушения. Этот подход традиционно используется при автоматизации технологических процессов.

Другой подход ориентирован на распознавание возможного вырождения системы [4—7], которое на практике может приводить к потере устойчивости или управляемости, такое

вырождение выявляется на уровне структурного анализа методами теории управления по модели динамики системы.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности практической реализации второго подхода для оперативной диагностики технологического процесса. Такой подход может оказаться более перспективным, так как знание математической модели всегда увеличивает точность диагностики потенциально опасных состояний [2]. При проведении исследования необходимо решить следующие задачи:

- 1) построение линейной статистической регрессионной модели динамики для нормального режима процесса, коэффициенты которой изменяются во времени;
- 2) анализ устойчивости или частичной устойчивости полученной линеаризованной модели в каждый момент времени на основании изменения ее структурных свойств, анализ управляемости;
- 3) своевременная выработка адекватного сигнала в случае обнаружения возможности перехода объекта в нештатный режим.

**Статистическая модель нормального режима.** Распознавание предаварийной ситуации происходит, когда система еще находится в нормальном режиме. Характерной чертой нормального режима является его статистическое однообразие, которое возникает из-за работы систем стабилизации отдельных переменных и проявляется в том, что не все моды объекта диагностики могут быть активизированы. Это затрудняет построение модели по экспериментальным данным.

В этих условиях удобно применить метод наименьших квадратов (МНК) с ортогональной декомпозицией информационной матрицы [8]. Для скалярной выходной величины линейная модель динамики имеет вид

$$x_i(k) = \theta_{i1}x_1(k-1) + \dots + \theta_{in}x_n(k-1) + \theta_{in+1}u_1(k-1) + \dots + \theta_{in+m}u_m(k-1) + \zeta_i(k), \quad (1)$$

где  $k = 0, 1, 2, \dots$  — дискретное время,  $\theta_i = [\theta_{i1} \dots \theta_{in} \theta_{in+1} \dots \theta_{in+m}]^T$  — вектор настраиваемых параметров,  $i = 1, \dots, n$  — общее число связанных подсистем со скалярным выходом,  $x_i(k)$  скалярный выход,  $u_j(k)$  — скалярное управление,  $j = 1, \dots, m$ ,  $\zeta_i(k)$  — скалярное возмущение с нулевым средним.

Для идентификации параметров уравнение (1) может быть записано в стандартном виде

$$x_i(k) = \varphi_i^T(k-1)\theta_i(k) + \zeta_i(k), \quad (2)$$

где  $\varphi_i^T(k-1) = [x_1(k-1) \dots x_n(k-1) u_1(k-1) \dots u_m(k-1)]$  — вектор регрессоров.

Формулы для МНК с ортогональной декомпозицией имеют вид

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + R_i^{-1}(k)\varphi_i(k-1)[x_i(k) - \varphi_i^T(k-1)\hat{\theta}_i(k-1)], \quad (3)$$

где  $\hat{\theta}_i(k)$  — оценка вектора  $\theta_i$  в момент времени  $k$ ;

$$R_i(k) = [I - M_i(k)]R_i(k-1) + \varphi_i(k-1)\varphi_i^T(k-1), \quad (4)$$

где  $R_i(k)$  — информационная матрица МНК;

$$M_i(k) = (1 - \lambda_i) \left[ \varphi_i^T(k-1)R_i(k-1)\varphi_i(k-1) \right]^{-1} R_i(k-1)\varphi_i(k-1)\varphi_i^T(k-1), \\ |\varphi(k-1)| > \varepsilon, \quad M_i(k) = 0, \quad |\varphi(k-1)| \leq \varepsilon, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  — погрешность, учет которой делает алгоритм устойчивым к ошибкам округления и к помехе измерения, если она есть,  $\lambda_i(t)$  — весовой коэффициент (параметр забывания),  $0 < \lambda_i(k) \leq 1$ .

Наличие границ сверху и снизу для информационной матрицы [9]

$$c_1 I < R_i(k) < c_2 I, \quad c_1, c_2 > 0 \quad (6)$$

гарантирует ограничение диапазона ошибок оценивания. Предложенная процедура идентификации позволяет получить регрессионную модель, которая обладает высокой степенью адекватности процессу в нормальном режиме.

**Построение диагностической модели.** Диагностическая модель рассматривается в форме  $(A, B, C, 0)$  представления, которое получается на основании уравнений (1):

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

$$y(k) = Cx(k), \quad (8)$$

матрицы  $A(k), B(k)$  составлены из коэффициентов  $\theta_{ij} = \theta_{ij}(k)$  в (1), которые получаются из (3)—(5),  $j = 1, \dots, n + m$ ,  $C = I$ .

Для контроля вырождения системы (6), (7) можно использовать [4—7] следующие показатели: собственные числа матрицы  $A(k)$ , сингулярные числа критериальной матрицы системы, число обусловленности, семейство функционалов вырождения, грамиан управляемости для пары  $(A(k), B(k))$ .

В простейшем случае можно воспользоваться тем, что матрица  $A(k)$  квадратная, и рассмотреть, как изменяются ее характеристические числа  $\lambda_i(k)$  во времени. Для устойчивости необходимо и достаточно, чтобы собственные числа матрицы находились строго внутри единичной окружности. Поэтому диагностическая переменная будет совпадать с наибольшей величиной модуля характеристических чисел матрицы  $A(k)$ , которые вычисляются в каждый момент времени

$$\alpha(k) = \max |\lambda_i(k)| > 1, \quad i = 1, \dots, n. \quad (9)$$

Рассмотрим другой сценарий развития нештатной ситуации, когда для вектора  $x(k)$  заданы ограничения сверху и снизу, выход за которые определяется как нарушение технологического процесса. Чтобы использовать предложенный выше подход к диагностике, необходимо ввести нелинейное преобразование координат таким образом, чтобы для каждой из координат вектора  $x(k)$  приближение к одному из ограничений означало потерю устойчивости. Эта задача имеет множество решений.

Рассмотрим вместо уравнения наблюдения (8) нелинейное преобразование

$$y = f(x), \quad (10)$$

где  $f(x)$  — нелинейная вектор-функция, у которой каждая компонента имеет полюс в точке „нуль“ при попадании вектора  $x$  на ограничения, например

$$y_i = f_i(x_i) = \frac{l}{[(\bar{x}_i - x_i)(x_i - \underline{x}_i)]^s} \geq 0, \quad (11)$$

где  $i = 1, \dots, n$ ,  $\underline{x}_i < x_i < \bar{x}_i$ ,  $l, s > 0$  — настраиваемые параметры.

Рассмотрим сумму составляющих вида (11) с разными значениями параметров:

$$y_i = f_i(x_i) = -l \ln \left[ s(\bar{x}_i - x_i)(x_i - \underline{x}_i) \right], \quad (12)$$

также возможны и другие преобразования. Выходная переменная  $y_i$  диагностической модели при нарушении ограничений должна быть доопределена. Например, для преобразований (11), (12) это можно сделать следующим образом:

$$y_i = Y_i \text{ при } x_i \geq \bar{x}_i \text{ или } x_i \leq \underline{x}_i, \quad (13)$$

где  $Y_i > 0$  — достаточно большая величина.

Для новых переменных в каждый момент времени  $k$  строится линейная модель, которая с точностью до обозначений совпадает с (1), когда  $x_i(k)$  заменяются на  $y_i(k)$ . Далее получают формулы, аналогичные (2)—(9).

Следующая задача, требующая решения, связана с возможной потерей управляемости, которая не позволит вывести систему из предаварийного состояния. Для анализа [4] удобно использовать грамианный подход. На основании уравнения (7) может быть записана матрица управляемости для первых  $k$  интервалов дискретности:  $Q(k) = [B \ AB \ \dots \ A^{k-1}B]$ . Тогда грамиан управляемости по состоянию будет  $W(k) = Q(k)Q^T(k)$ .

Установившееся значение грамиана  $W$  может быть получено в результате решения матричного дискретного уравнения Ляпунова

$$W = AWA^T + BB^T, \quad (14)$$

где  $A = A(k)$ ,  $B = B(k)$ .

Для управляемости  $W$  должна быть матрицей полного ранга. Далее используется модуль минимального собственного числа грамиана, нормированный к его максимальному по времени значению

$$m(k) = v(k) / \max v(k), \quad (15)$$

где  $v(k) = \min \gamma_i(k)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\gamma_i(k)$  — абсолютные значения собственных чисел матрицы  $W$  в дискретный момент времени  $k$ .

**Пример.** Рассмотрим номинальную модель процесса нитрования пиридона [10]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -0,014x_1 - K(x_2)x_1 + 0,1177u_1, \\ \dot{x}_2 &= -0,0104x_2 + 2,96K(x_2)x_1 + 1,9948 \cdot 10^{-5}x_3 + T_k 1,2867 \cdot 10^{-4}u_1 + 0,0118u_2, \\ \dot{x}_3 &= 1,1192 \cdot 10^{-5}x_2 - 0,0535x_3 + 0,0023u_3, \end{aligned} \quad (16)$$

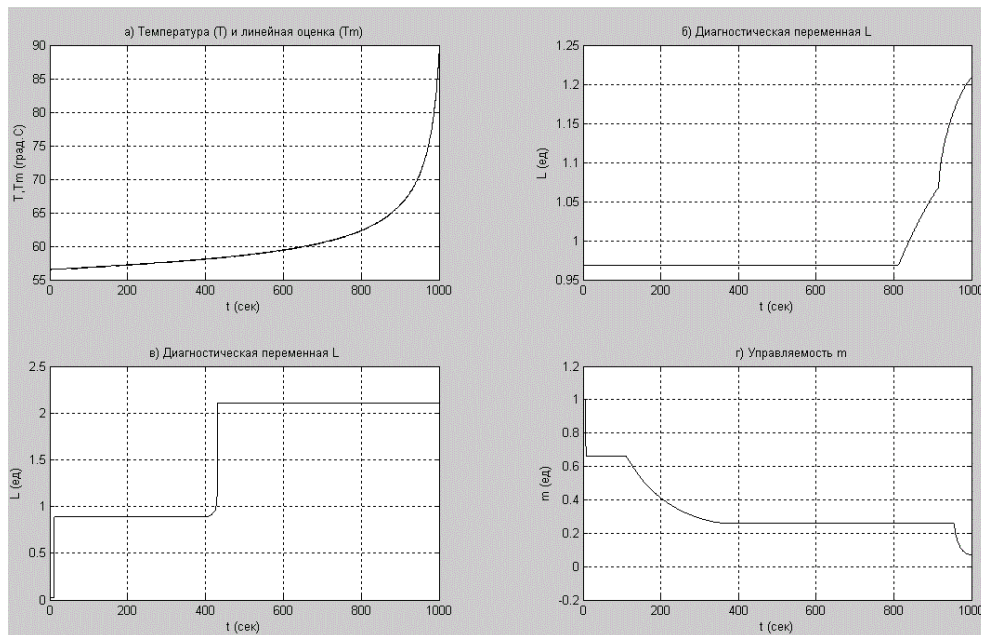
где  $K(x_2) = 1,1544 \cdot 10^{10} \exp\left(-\frac{83250}{8,31(273+x_2)}\right)$ ,  $u_1 = 5,6$  кг/с — массовый расход азотной кислоты,  $u_2 = 47,2$  кг/с — расход пиридона в смеси с уксусным ангидридом,  $u_3 = 230,8$  кг/с — расход охлаждающей воды,  $x_1$  — концентрация нитромассы на выходе реактора (моль/м<sup>3</sup>),  $x_2$  — температура нитромассы (°C),  $x_3$  — температура хладагента (°C),  $T_k$  — температура кислоты на входе ( $T_{0к} = 20$  °C).

Рассмотрим неустойчивое реальное движение, которое возникает при действии параметрического возмущения вида  $T_k = (1+0,2)T_{0к}$ . По измерениям переменных состояния и управления строятся три регрессионные модели (1), уравнение состояния (7) и показатели

аварийности (9), (15). Для ускоренного анализа предаварийной ситуации рассмотрим вторую методику, связанную с введением ограничений для переменных вида

$$59,2 \leq x_1 \leq 60,4 \text{ моль/м}^3, \quad 54 \leq x_2 \leq 58 \text{ }^\circ\text{C}, \quad 9 \leq x_3 \leq 13 \text{ }^\circ\text{C}. \quad (17)$$

Для преобразования переменных состояния (8) применена формула (12) с параметрами  $l=1, s=1$ . При вычислении регрессоров используются преобразованные значения  $y_i(k)$ ,  $i=1, 2, 3$  и показатель аварийности (9). На рисунке показано развитие нештатной ситуации. При ранней диагностике выработка сигнала о возможности возникновения аварии происходит почти на 400 с раньше, чем обычно, однако здесь возможны ложные срабатывания. Также видно, что между срабатыванием показателя (9) и показателя управляемости (15) проходит примерно 120 с. За это время систему еще можно вывести из предаварийного состояния.



**Заключение.** В работе рассмотрена задача диагностики нештатных состояний технического объекта с использованием фактора вырождения модели динамики. Нештатная ситуация определяется как потеря устойчивости либо как выход одной или нескольких переменных за установленные ограничения. В последнем случае переменные модели преобразуются с использованием специально выбираемых функций, которые стремятся к бесконечности при приближении к значениям ограничений. Это позволяет в обоих случаях использовать одинаковую методику, которая сводится к анализу устойчивости. Анализ устойчивости осуществляется в каждый момент по значениям характеристических чисел собственной матрицы дискретного уравнения состояний, полученных на основании линейных регрессионных уравнений.

Дополнительно осуществляется анализ управляемости аппроксимирующей линейной системы с целью оценки возможности вывода объекта управления из предаварийного режима.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cinar A., Parulekar S. J. Under Batch Fermentation: Modeling, Monitoring, and Control. NY: Marcel Dekker, 2003. 648 p.
2. Русинов Л. А., Якимова Е. В., Воробьев Н. В., Рудакова И. В. Диагностика нарушений в объектах, охваченных обратными связями // Изв. СПбГТИ(ТУ). 2011. № 12. С. 69—74.
3. Горьковой Е. В., Рудакова И. В., Суриков В. Н. К вопросу о создании системы диагностики для содорегенерационных котлов // Целлюлоза. Бумага. Картон. 2010. № 6. С. 54—57.

4. Бирюков Д. С., Дударенко Н. А., Ушаков А. В. Контроль вырождения динамических объектов и систем: грамианный подход // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 4. С. 34—37.
5. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Алгебраическая постановка задачи контроля системного вырождения сложных технических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 5. С. 18—22.
6. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Экспресс-оценка склонности сложных динамических систем к вырождению // Проблемы управления. 2010. № 2. С. 19—24.
7. Дударенко Н. А., Полякова М. В., Ушаков А. В. Вычислительные проблемы формирования функционалов вырождения сложных технических систем, описываемых интервальными матричными компонентами // Проблемы управления. 2011. № 2. С. 31—36.
8. Салфетников А. И., Хабалов В. В. Сходимость метода наименьших квадратов с декомпозицией информационной матрицы // Актуальные проблемы современной науки. 2004. № 2(17). С. 204—207.
9. Goodwin G., Sin K. Adaptive filtering, prediction and control. NJ: Prentice-Hall, 1984. 540 p.
10. Обновленский П. А., Мусяков Л. А., Чельцов А. В. Системы защиты потенциально опасных процессов химической технологии. Л.: Химия, 1978. 257 с.

**Сведения об авторах****Ольга Александровна Ремизова**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности;  
E-mail: remizova-oa@yandex.ru

**Ирина Викторовна Рудакова**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности;  
E-mail: remizova-ia@yandex.ru

**Владислав Викторович Сыроквашин**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности

**Александр Леонидович Фокин**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности;  
E-mail: fokin\_sa@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
автоматизации процессов  
химической промышленности

Поступила в редакцию  
24.08.15 г.

**Ссылка для цитирования:** Ремизова О. А., Рудакова И. В., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л. Диагностика потенциально опасных процессов // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 2. С. 113—119.

**DIAGNOSTICS OF POTENTIALLY HAZARDOUS PROCESSES****O. A. Remizova, I. V. Rudakova, V. V. Syrokvashin, A. L. Fokin**

*St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University),  
190013, St. Petersburg, Russia  
E-mail: remizova-oa@yandex.ru*

Diagnostics of potentially hazardous processes aimed at early prediction of emergency situation which manifests itself in qualitative change of the process and leads to explosion, equipment failure, or product defects is considered. Practical aspects of diagnostic system design are discussed. Comparison of various approaches to the problem is carried out. Special attention is given to the methods based on analysis of the system degeneration treated as the loss of stability or loss of control. The approach is shown to be applicable also to the problem of variables falling outside the scope of specified restrictions. Peculiar feature of the proposed approach is construction of linear statistical regression models of the dynamics with varying coefficients, which are used in analysis of the degeneration. The system eigenvalues are used for the system stability control, and the Gramian matrix approach is applied for handling control. A practical example of diagnostics of explosive process of pyridine nitration is presented.

**Keywords:** potentially hazardous processes, expert system, frame production model, neural net models

**Data on authors**

- Olga A. Remizova** — PhD, Associate Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control; E-mail: remizova-oa@yandex.ru
- Irina V. Rudakova** — PhD, Associate Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control; E-mail: remizova-oa@yandex.ru
- Vladislav V. Syrokvashin** — PhD, Associate Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control
- Alexander L. Fokin** — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Chemical Engineering Control; E-mail: fokin\_sa@mail.ru

**For citation:** Remizova O. A., Rudakova I. V., Syrokvashin V. V., Fokin A. L. Diagnostics of potentially hazardous processes // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 2. P. 113—119 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-113-119

---

---

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

---

---

УДК 681.5.621.3.07  
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-120-127

## СОГЛАСОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ НА ЛИНЕЙНОМ МНОГООБРАЗИИ

В. Н. ДРОЗДОВ, А. А. ПЛОТИЦЫН, А. Г. МАМАТОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru*

Рассматривается линейный объект, который помимо решения некоторой технологической задачи должен поддерживать определенное соотношение управляемых состояний самого объекта. Рассматривается частный случай, когда это соотношение является линейным многообразием. С использованием вектора ошибки (отклонения от многообразия) модель объекта управления расщепляется на две составляющие, одна из которых обеспечивает решение общей технологической задачи, а вторая — ликвидацию возможной ошибки отклонения от многообразия. Для обеих моделей алгоритмы управления в виде разностных уравнений синтезируются независимо друг от друга. Рассматривается пример двухдвигательного объекта, призванного воспроизводить некоторое задающее воздействие с одновременным поддержанием заданного соотношения между углами поворота роторов двигателей. Приводятся результаты моделирования.

**Ключевые слова:** *многодвигательный линейный объект, линейное многообразие, согласованное управление, электронный редуктор*

**Постановка задачи.** Одним из основных принципов построения современного технологического оборудования является отказ от распределения энергии при помощи механических передач и редукторов. Вместо этого широко практикуется установка индивидуальных приводов для каждого рабочего органа объекта управления [1—4]. Примером подобных систем может служить привод бумагоделательной машины с отдельно установленными двигателями на каждом ведущем валике или группе валиков [5—8].

Управляющие сигналы электродвигателей образуют вектор управления  $\mathbf{u}^T = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]$ , воздействующий на регулируемые переменные  $y_1, y_2, \dots, y_p$ , образующие вектор выхода  $\mathbf{y}^T = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]$ . Как правило, число выходных переменных равно числу управляющих воздействий.

Многодвигательные объекты во многих практических случаях являются линейными, так что математическая модель такого объекта представляется в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{x}$  — вектор состояния объекта размерности  $n$ .

Каждое управляющее воздействие может в той или иной степени влиять на каждую регулируемую переменную. На этом основании объект управления с распределенным приводом



можно отнести к объектам многосвязного регулирования. Распространенным подходом при решении задач управления системами МИМО является выделение отдельных каналов регулирования и последующее управление ими с учетом взаимного влияния [9, 10]. К особому классу задач многосвязного регулирования относятся задачи согласованного, или координированного, управления [11—14], в которых наряду с общими требованиями к управляемому процессу выдвигается условие поддержания заданных соотношений регулируемых переменных

$$\varphi_y(\mathbf{y}) = 0, \quad (2)$$

где  $\varphi_y^T(\mathbf{y}) = [\varphi_1(\mathbf{y}) \quad \varphi_2(\mathbf{y}) \quad \dots \quad \varphi_k(\mathbf{y})]$ ,  $1 \leq k \leq p-1$ .

Решение задачи согласованного управления заключается в поддержании соотношения (2). Вектор  $\mathbf{y}$  выходных переменных является функцией вектора состояния  $\mathbf{x}$  объекта управления. Тогда условие (2) переписывается следующим образом:

$$\varphi_y(\mathbf{y}(\mathbf{x})) = \varphi(\mathbf{x}) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) определяет  $(n-k)$ -мерное многообразие в пространстве состояний объекта управления, где  $n$  — порядок объекта, а  $k$  — размерность функции  $\varphi$ . Ограничимся частным, но практически важным случаем линейного многообразия, когда условие (3) приобретает вид

$$\mathbf{L}_1\mathbf{x} + \mathbf{L}_0 = 0. \quad (4)$$

Такая задача рассматривалась в работе [11] для частного случая, когда кроме условия (4) необходимо было обеспечить управление некоторым одномерным усредненным движением. На практике часто невозможно выделить усредненное движение. По этой причине рассмотрим общую задачу, когда выделение усредненного движения не требуется.

**Основные результаты.** Введем в рассмотрение вектор ошибки

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{L}_1\mathbf{x} + \mathbf{L}_0, \quad (5)$$

характеризующий нарушение условий согласованной работы. В начале функционирования системы, при  $t=0$ , практически всегда  $\mathbf{e}_1(0) \neq 0$ . К аналогичному эффекту приводят кратковременные возмущения. Система согласованного управления должна обрабатывать отклонения от положения равновесия, задаваемого условием (4), т.е. должна обеспечивать стремление ошибки  $\mathbf{e}_1$  к нулю [15]. Для отыскания алгоритма управления ошибкой составим дифференциальное уравнение:

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{L}_1\dot{\mathbf{x}} \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{L}_1\mathbf{B}\mathbf{u}.$$

При  $\mathbf{L}_1\mathbf{B} = 0$  ошибка  $\mathbf{e}_1$  неуправляема, в этом случае вводим переменную

$$\mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение для этой переменной

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}^2\mathbf{x} + \mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}.$$

В случае  $\mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{B} = 0$  снова вводим переменную  $\mathbf{e}_3 = \dot{\mathbf{e}}_2$  и так до тех пор, пока не найдется такое число новых переменных  $r \leq (n-1)/k$ , при котором  $\mathbf{L}_1\mathbf{A}^{r-1}\mathbf{B} \neq 0$ .

Если такого  $r$  не существует, то выполнить условие (4) невозможно. Будем рассматривать в дальнейшем ситуацию, когда существует  $r$ , при котором последнее неравенство имеет место. Введем в рассмотрение составной вектор

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_1 \\ \dots \\ \mathbf{e}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_1\mathbf{A} \\ \dots \\ \mathbf{L}_1\mathbf{A}^{r-1} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_0 \\ \mathbf{0}_{k \times 1} \\ \dots \\ \mathbf{0}_{k \times 1} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{e1}\mathbf{x} + \mathbf{L}_{e0}. \quad (7)$$

В пространстве состояний объекта управления (1) выполним преобразование базиса согласно выражению

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e1} & \\ \mathbf{I}_{(n-rk) \times (n-rk)} & \mathbf{0}_{(n-rk) \times rk} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e0} \\ \mathbf{0}_{(n-rk) \times 1} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{I}_{(n-rk) \times (n-rk)} & \mathbf{0}_{(n-rk) \times rk} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e0} \\ \mathbf{0}_{(n-rk) \times 1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Обратное для (8) преобразование имеет вид

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-rk) \times rk} & \mathbf{I}_{(n-rk) \times (n-rk)} \\ \mathbf{M}_2^{-1} & -\mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e0} \\ \mathbf{0}_{(n-rk) \times 1} \end{bmatrix} \right). \quad (9)$$

Разобьем матрицу состояния объекта управления (1) на блоки

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\dim \mathbf{A}_{11} = (n-rk) \times (n-rk), \dim \mathbf{A}_{12} = (n-rk) \times rk, \quad (10)$$

$$\dim \mathbf{A}_{21} = rk \times (n-rk), \dim \mathbf{A}_{22} = rk \times rk.$$

Отметим, что первые  $(n-rk)$  переменные вектора  $\mathbf{x}$  могут быть выбраны произвольно. Их выбор определяется общими требованиями, предъявляемыми к функционированию объекта, за исключением условия (4) согласованного управления.

Выполним также разбиение матрицы входа по управлению объекта (1):

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\dim \mathbf{B}_{11} = (n-rk) \times p_1, \dim \mathbf{B}_{12} = (n-rk) \times p_2, \quad (11)$$

$$\dim \mathbf{B}_{21} = rk \times p_1, \dim \mathbf{B}_{22} = rk \times p_2.$$

Здесь  $p_1$  — размерность компонента  $\mathbf{u}_1$  — вектора управления  $\mathbf{u}$ , а  $p_2$  — размерность компонента  $\mathbf{u}_2$  этого вектора.

Подставив (8)—(11) в (1), после алгебраических преобразований получим

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_{ee} \mathbf{e} + \mathbf{A}_{ez} \mathbf{z} + \mathbf{B}_{e1} \mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{e2} \mathbf{u}_2 - \mathbf{L}_{e0}, \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{ze} \mathbf{e} + \mathbf{A}_{zz} \mathbf{z} + \mathbf{B}_{z1} \mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{z2} \mathbf{u}_2.$$

Здесь

$$\mathbf{A}_{ee} = \mathbf{M}_1 \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1} + \mathbf{M}_2 \mathbf{A}_{22} \mathbf{M}_2^{-1},$$

$$\mathbf{A}_{ez} = \mathbf{M}_1 \mathbf{A}_{11} + \mathbf{M}_2 \mathbf{A}_{21} - \mathbf{M}_1 \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 \mathbf{A}_{22} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1,$$

$$\mathbf{A}_{ze} = \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1},$$

$$\mathbf{A}_{zz} = \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1,$$

$$\mathbf{B}_{e1} = \mathbf{M}_1 \mathbf{B}_{12} + \mathbf{M}_2 \mathbf{B}_{21},$$

$$\mathbf{B}_{e2} = \mathbf{M}_1 \mathbf{B}_{12} + \mathbf{M}_2 \mathbf{B}_{22}.$$

Представим

$$\mathbf{u}_1 = \bar{\mathbf{u}}_1 + \mathbf{v}_1, \quad \mathbf{u}_2 = \bar{\mathbf{u}}_2 + \mathbf{v}_2.$$

Вектор  $\bar{\mathbf{u}}_1$  выберем таким, чтобы выполнялось условие

$$\mathbf{A}_{ze} \mathbf{e} + \mathbf{B}_{z1} \bar{\mathbf{u}}_1 + \mathbf{B}_{z2} \mathbf{u}_2 = 0, \quad (13)$$

а вектор  $\bar{\mathbf{u}}_2$  таким, чтобы

$$\mathbf{A}_{ez}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{e1}\mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{e2}\bar{\mathbf{u}}_2 - \mathbf{L}_{e0} = 0. \quad (14)$$

При выполнении условия (14) первое уравнение в (12) преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_{ee}\mathbf{e} + \mathbf{B}_{e2}\mathbf{v}_2. \quad (15)$$

Обеспечив любым из известных способов устойчивость системы (15), получим  $\mathbf{e} \rightarrow 0$  при любом  $\mathbf{e}(0)$ , т.е. выполнение условия (4).

При выполнении условия (13) второе уравнение в (12) преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{zz}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{11}\mathbf{v}_1. \quad (16)$$

Система (16) никаким образом не связана с условием согласования (4) и поэтому к ее поведению могут предъявляться любые требования.

**Пример.** Объект управления состоит из двух не связанных механически подсистем. Первая подсистема представляет собой управляемый электродвигатель, нагрузкой которого является жестко соединенный с ротором барабан радиуса  $r_1$ . Передаточная функция такой подсистемы, как известно, имеет вид

$$W_1(s) = \frac{k_1}{(T_1s + 1)s},$$

а модель состояния

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1u_1, \\ \alpha_1 &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1, \end{aligned} \right\} \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}, a_1 = -\frac{1}{T_1}, b_1 = \frac{k_1}{T_1}. \quad (17)$$

Первая подсистема имеет датчик угла поворота и датчик угловой скорости, ее поведение может задаваться произвольно.

Вторая подсистема также представляет управляемый электродвигатель с некоторой инерционной нагрузкой. Математические модели обеих подсистем совпадают с точностью до индексов переменных. Вторая подсистема имеет датчик угла поворота  $\alpha_2$ . При повороте барабана первой подсистемы на угол  $\alpha_1 = 2\pi\nu$  ротор второго двигателя должен повернуться ровно на один оборот,  $\alpha_2 = 2\pi$ , т.е. должно выполняться условие

$$\alpha_1 = \nu\alpha_2,$$

где  $\nu$  — любое, в том числе и отрицательное, ненулевое число. Отметим, что подобное соотношение имеет место, если валы двух подсистем связаны механическим редуктором с передаточным отношением  $\nu$ . Перепишем последнее уравнение в виде

$$\alpha_1 - \nu\alpha_2 = 0 \Rightarrow [1 \quad -\nu] \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (18)$$

Модель состояния объекта управления, состоящего из двух названных подсистем, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \right\} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}.$$

Перепишем условие (18) в виде

$$\mathbf{L}\mathbf{x} = 0, \mathbf{L} = [1 \quad -\nu]\mathbf{C}, \mathbf{L} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad -\nu]. \quad (19)$$

Следуя (5), введем в рассмотрение ошибку выполнения условия (19),

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{L}\mathbf{x}.$$

Поскольку  $\mathbf{LB} = [0 \ 0]$ , то  $\dot{e}_1 = \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{x}$  и ошибка  $e_1$  неуправляема. Тогда, как рекомендовано ранее, вводим еще одну координату вектора ошибки

$$e_2 = \dot{e}_1 \Rightarrow e_2 = \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{x}.$$

Дифференциальное уравнение для второй составляющей ошибки будет

$$\dot{e}_2 = \mathbf{L}\mathbf{A}^2\mathbf{x} + \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u},$$

причем

$$\mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{B} = [b_1 \ -vb_2],$$

поэтому вектор ошибки  $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2]^T$  полностью управляем.

В соответствии с (7) при  $\mathbf{L}e_0 = 0$  имеем

$$\mathbf{L}_{e1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{L}\mathbf{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -v \\ 1 & 0 & -v & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -v \\ -v & 0 \end{bmatrix}.$$

Следуя изложенному ранее порядку, получаем

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ee} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{e2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -vb_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{e1} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ez} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_1 - a_2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{x}_1, \mathbf{A}_{zz} = \mathbf{A}_1, \mathbf{B}_{11} = \mathbf{B}_1, \mathbf{A}_{ze} = 0, \mathbf{B}_{12} = 0, \bar{u}_1 = 0, v_1 = u_1. \tag{21}$$

В результате на основании (21) получаем, что модель (16) совпадает с моделью первой подсистемы (17) в рассматриваемом примере. Схема моделирования в программе МАТ-LAB/Simulink синтезированной в примере системы приведена на рис. 1.

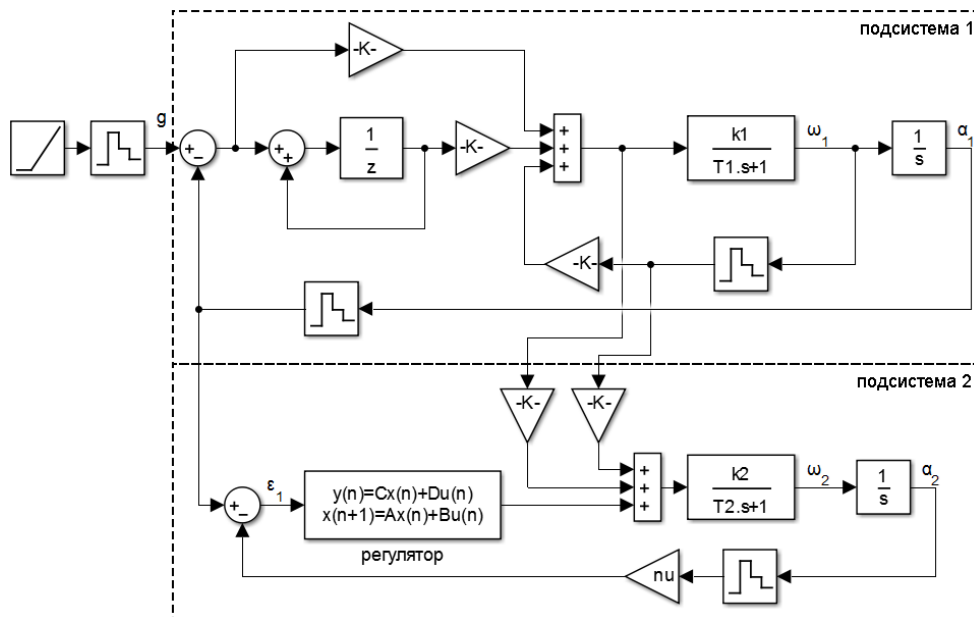


Рис. 1

Для подсистемы (17) синтезируем алгоритм контроллера, обеспечивающий слежение за линейным задающим воздействием с нулевой установившейся ошибкой [15]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_m &= g_m - \alpha_{1m}, \\ u_{1m} &= -k_{11}\omega_{1m} + k_{12}\varepsilon_m - k_{12}s_m, \\ s_{m+1} &= s_m + \varepsilon_m. \end{aligned} \right\}$$

Составляющая  $\bar{u}_2$  для управления вектором ошибки  $\mathbf{e}$  на основании (14) имеет вид

$$\bar{u}_2 = \frac{a_1 - a_2}{vb_2} \omega_1 + \frac{b_1}{vb_2} u_1.$$

Для объекта (15) с параметрами (20) синтезируем алгоритм вычисления составляющей  $v_2$  для управления вектором ошибки  $e$  [15]:

$$\left. \begin{aligned} e_{1m} &= \alpha_{1m} - v\alpha_{2m}, \\ v_{2m} &= -K_e(3)s_{1m} + N_2w_m + N_1e_{1m}, \\ s_{1m+1} &= s_{1m} + e_{1m}, \\ w_{m+1} &= -b_eK_e(3)s_{1m} + (a_{ew} + b_eN_2)w_m + (b_eN_1 + 1)e_{1m}. \end{aligned} \right\}$$

На рис. 2 представлен график отработки линейно возрастающего задания первой подсистемой при заданной скорости задающего воздействия 0,5 рад/с, ошибка не превышает 0,024 рад.

На рис. 3 приведен график ошибки выполнения условия согласования (18). Ошибка не превышает  $3,5 \cdot 10^{-4}$  рад. Исследования показывают, что она не зависит от значения  $v$ .

На рис. 4 представлены графики угловых скоростей обеих подсистем при  $v = 0,5$ . В этом случае в системе реализуется эффект повышающего редуктора, угловая скорость второй подсистемы вдвое больше угловой скорости ведущей первой подсистемы. В случае  $v > 1$  в системе реализуется эффект понижающего редуктора. При отрицательных значениях  $v$  направление вращения двигателя второй подсистемы будет противоположным направлению вращения двигателя ведущей первой подсистемы.

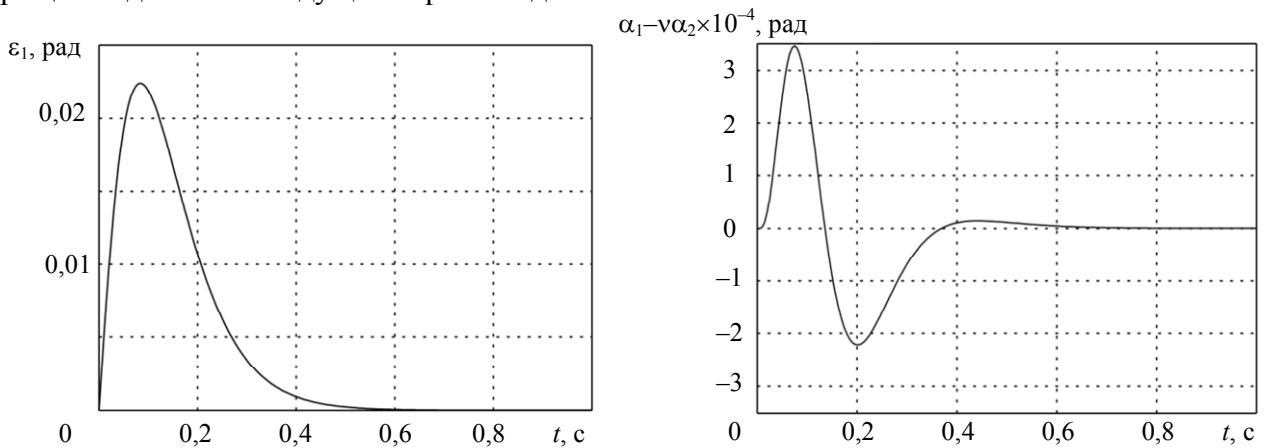


Рис. 2

Рис. 3

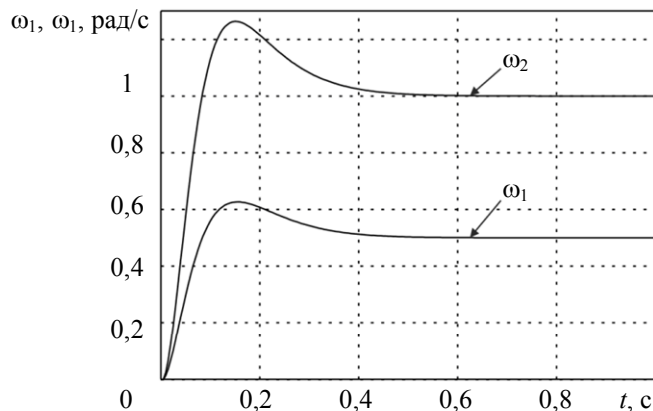


Рис. 4

**Выводы.** Благодаря введению вектора относительного движения  $e$  математическая модель линейного многодвигательного объекта (1) расщепляется на модели относительного (15)

и основного движения (16). Алгоритмы управления этими моделями синтезируются независимо друг от друга, что упрощает процедуру синтеза.

Рассмотренный пример построения электронного редуктора полностью подтверждает справедливость предлагаемой процедуры синтеза согласованного управления линейным объектом на линейном многообразии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Xiao Y., Zhu K., Liaw H.* Generalized synchronization control of multi-axis motion systems // *Control Engineering Practice*. 2005. Vol. 13, Is. 7. P. 809—819.
2. *Renton D., Elbestawi M. A.* High speed servo control of multi-axis machine tools // *Intern. J. of Machine Tools and Manufacture*. 2000. Vol. 40, Is. 4. P. 539—559.
3. *Cheng M. H., Chen C., Bakhoun E. G.* Synchronization controller synthesis of multi-axis motion system // *Intern. J. of Innovative Computing, Information and Control*. 2011. Vol. 7, Is. 7B. P. 4395—4410.
4. *Zhang L., You Y., Yang X.* A control strategy with motion smoothness and machining precision for multi-axis coordinated motion CNC machine tools // *Intern. J. of Advanced Manufacturing Technology*. 2013. Vol. 64, Is. 1—4. P. 335—348.
5. *Zhang C., Wu H., He J.* Consensus tracking for multi-motor system via observer based variable structure approach // *Journal of the Franklin Institute*. 2015. Vol. 352, N 8. P. 3366—3377.
6. *Valenzuela M.A., Lorenz R.D.* Electronic Line Shafting-Control for Paper Machine Drives // *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2001. Vol. 37, Is. 1. P. 158—164.
7. *Magura D., Fedak V., Kyslan K.* Modeling and analysis of multi-motor drive properties in a web processing continuous line // *Procedia Engineering*. 2014. Vol. 96. P. 281—288.
8. *Chen J., Yin Z., Xiong Y.* Hybrid Control Method of Tension and Position for a Discontinuous Web Transport System // *2009 IEEE Intern. Conf. on Information and Automation*. 2009. N 5204933. P. 265—270.
9. *Liu S., Mei X., Kong F.* A Decoupling Control Algorithm for Unwinding Tension System Based on Active Disturbance Rejection Control // *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Vol. 2013. N 439797.
10. *Chen T., Yu C.* Robust control for a biaxial servo with time delay system based on adaptive tuning technique // *ISA Transactions*. 2009. Vol. 48, Is. 3. P. 283—294.
11. *Мирошник И. В.* Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.
12. *Li Y., Zheng Q., Yang L.* Design of robust sliding mode control with disturbance observer for multi-axis coordinated traveling system // *Computers and Mathematics with Applications*. 2012. Vol. 64, Is. 5. P. 759—765.
13. *Giam T. S., Tan K. K., Huang S.* Precision coordinated control of multi-axis gantry stages // *ISA Transactions*. 2007. Vol. 46, Is. 3. P. 399—409.
14. *Sato K., Maeda G. J.* A practical control method for precision motion-improvement of NCTF control method for continuous motion control // *Precision Engineering*. 2009. Vol. 33, Is. 2. P. 175—186.
15. *Дроздов И. Н., Мирошник И. В., Скорубский В. И.* Системы автоматического управления с микроЭВМ. Л.: Машиностроение, 1989. 284 с.

#### Сведения об авторах

**Валентин Нилович Дроздов**

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем; E-mail: drozdovuprint@rambler.com

**Андрей Андреевич Плотицын**

— аспирант; Университет ИТМО; кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем; E-mail: andreplotitsyn@gmail.com

**Александр Геннадьевич Маматов**

— аспирант; Университет ИТМО; кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем; E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой электротехники и прецизионных электромеханических систем

Поступила в редакцию 14.05.15 г.

**Ссылка для цитирования:** Дроздов В. Н., Плотитсын А. А., Маматов А. Г. Согласованное управление линейным объектом на линейном многообразии // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 2. С. 120—127.

## COORDINATED CONTROL OF LINEAR OBJECT ON LINEAR MANIFOLD

V. N. Drozdov, A. A. Plotitsyn, A. G. Mamatov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia

E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru

Linear object under consideration provides execution of several manufacturing process and at the same time has to maintain a predetermined relation between the controllable variables of the object itself. A special case when the correlation between the controllable variables may be represented as linear manifold is studied. The object model is divided into two parts by using the error vector of deviation from the linear manifold; the first part of the model corresponds to execution of the manufacturing process, while the second part is used to eliminate deviation from the chosen manifold. Control laws for the both components of the model are synthesized independently in the form of difference equations. As an example, the problem of control for two-motor object is analyzed; the control system of the object should provide zero tracking error and maintain a certain ratio between rotation angles of motors' rotors, which is equivalent to the presence of the mechanical reduction gear between rotors. Results of the control system modeling are presented.

**Keywords:** multi-motor linear object, linear manifold, coordinated control, electronic reduction gear

### Data on authors

- |                             |   |   |
|-----------------------------|---|---|
| <b>Valentin N. Drozdov</b>  | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Electrotechnics and Precision Electromechanical Systems;<br>E-mail: drozdovuprint@rambler.com   |
| <b>Andrey A. Plotitsyn</b>  | — | Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Electrotechnics and Precision Electromechanical Systems;<br>E-mail: andreyplotitsyn@gmail.com |
| <b>Alexander G. Mamatov</b> | — | Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Electrotechnics and Precision Electromechanical Systems;<br>E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru     |

**For citation:** Drozdov V. N., Plotitsyn A. A., Mamatov A. G. Coordinated control of linear object on linear manifold // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 2. P. 120—127 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-120-127