

---

---

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

---

---

УДК 681.5.621.3.07  
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-120-127

## СОГЛАСОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ НА ЛИНЕЙНОМ МНОГООБРАЗИИ

В. Н. ДРОЗДОВ, А. А. ПЛОТИЦЫН, А. Г. МАМАТОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru*

Рассматривается линейный объект, который помимо решения некоторой технологической задачи должен поддерживать определенное соотношение управляемых состояний самого объекта. Рассматривается частный случай, когда это соотношение является линейным многообразием. С использованием вектора ошибки (отклонения от многообразия) модель объекта управления расщепляется на две составляющие, одна из которых обеспечивает решение общей технологической задачи, а вторая — ликвидацию возможной ошибки отклонения от многообразия. Для обеих моделей алгоритмы управления в виде разностных уравнений синтезируются независимо друг от друга. Рассматривается пример двухдвигательного объекта, призванного воспроизводить некоторое задающее воздействие с одновременным поддержанием заданного соотношения между углами поворота роторов двигателей. Приводятся результаты моделирования.

**Ключевые слова:** *многодвигательный линейный объект, линейное многообразие, согласованное управление, электронный редуктор*

**Постановка задачи.** Одним из основных принципов построения современного технологического оборудования является отказ от распределения энергии при помощи механических передач и редукторов. Вместо этого широко практикуется установка индивидуальных приводов для каждого рабочего органа объекта управления [1—4]. Примером подобных систем может служить привод бумагоделательной машины с отдельно установленными двигателями на каждом ведущем валике или группе валиков [5—8].

Управляющие сигналы электродвигателей образуют вектор управления  $\mathbf{u}^T = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]$ , воздействующий на регулируемые переменные  $y_1, y_2, \dots, y_p$ , образующие вектор выхода  $\mathbf{y}^T = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]$ . Как правило, число выходных переменных равно числу управляющих воздействий.

Многодвигательные объекты во многих практических случаях являются линейными, так что математическая модель такого объекта представляется в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{x}$  — вектор состояния объекта размерности  $n$ .

Каждое управляющее воздействие может в той или иной степени влиять на каждую регулируемую переменную. На этом основании объект управления с распределенным приводом

можно отнести к объектам многосвязного регулирования. Распространенным подходом при решении задач управления системами МИМО является выделение отдельных каналов регулирования и последующее управление ими с учетом взаимного влияния [9, 10]. К особому классу задач многосвязного регулирования относятся задачи согласованного, или координированного, управления [11—14], в которых наряду с общими требованиями к управляемому процессу выдвигается условие поддержания заданных соотношений регулируемых переменных

$$\varphi_y(\mathbf{y}) = 0, \quad (2)$$

где  $\varphi_y^T(\mathbf{y}) = [\varphi_1(\mathbf{y}) \quad \varphi_2(\mathbf{y}) \quad \dots \quad \varphi_k(\mathbf{y})]$ ,  $1 \leq k \leq p-1$ .

Решение задачи согласованного управления заключается в поддержании соотношения (2). Вектор  $\mathbf{y}$  выходных переменных является функцией вектора состояния  $\mathbf{x}$  объекта управления. Тогда условие (2) переписывается следующим образом:

$$\varphi_y(\mathbf{y}(\mathbf{x})) = \varphi(\mathbf{x}) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) определяет  $(n-k)$ -мерное многообразие в пространстве состояний объекта управления, где  $n$  — порядок объекта, а  $k$  — размерность функции  $\varphi$ . Ограничимся частным, но практически важным случаем линейного многообразия, когда условие (3) приобретает вид

$$\mathbf{L}_1\mathbf{x} + \mathbf{L}_0 = 0. \quad (4)$$

Такая задача рассматривалась в работе [11] для частного случая, когда кроме условия (4) необходимо было обеспечить управление некоторым одномерным усредненным движением. На практике часто невозможно выделить усредненное движение. По этой причине рассмотрим общую задачу, когда выделение усредненного движения не требуется.

**Основные результаты.** Введем в рассмотрение вектор ошибки

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{L}_1\mathbf{x} + \mathbf{L}_0, \quad (5)$$

характеризующий нарушение условий согласованной работы. В начале функционирования системы, при  $t=0$ , практически всегда  $\mathbf{e}_1(0) \neq 0$ . К аналогичному эффекту приводят кратковременные возмущения. Система согласованного управления должна обрабатывать отклонения от положения равновесия, задаваемого условием (4), т.е. должна обеспечивать стремление ошибки  $\mathbf{e}_1$  к нулю [15]. Для отыскания алгоритма управления ошибкой составим дифференциальное уравнение:

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{L}_1\dot{\mathbf{x}} \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{L}_1\mathbf{B}\mathbf{u}.$$

При  $\mathbf{L}_1\mathbf{B} = 0$  ошибка  $\mathbf{e}_1$  неуправляема, в этом случае вводим переменную

$$\mathbf{e}_2 = \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение для этой переменной

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} \Rightarrow \dot{\mathbf{e}}_2 = \mathbf{L}_1\mathbf{A}^2\mathbf{x} + \mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}.$$

В случае  $\mathbf{L}_1\mathbf{A}\mathbf{B} = 0$  снова вводим переменную  $\mathbf{e}_3 = \dot{\mathbf{e}}_2$  и так до тех пор, пока не найдется такое число новых переменных  $r \leq (n-1)/k$ , при котором  $\mathbf{L}_1\mathbf{A}^{r-1}\mathbf{B} \neq 0$ .

Если такого  $r$  не существует, то выполнить условие (4) невозможно. Будем рассматривать в дальнейшем ситуацию, когда существует  $r$ , при котором последнее неравенство имеет место. Введем в рассмотрение составной вектор

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_1 \\ \dots \\ \mathbf{e}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_1\mathbf{A} \\ \dots \\ \mathbf{L}_1\mathbf{A}^{r-1} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_0 \\ \mathbf{0}_{k \times 1} \\ \dots \\ \mathbf{0}_{k \times 1} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{e1}\mathbf{x} + \mathbf{L}_{e0}. \quad (7)$$

В пространстве состояний объекта управления (1) выполним преобразование базиса согласно выражению

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e1} & \\ \mathbf{I}_{(n-rk) \times (n-rk)} & \mathbf{0}_{(n-rk) \times rk} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e0} \\ \mathbf{0}_{(n-rk) \times 1} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{I}_{(n-rk) \times (n-rk)} & \mathbf{0}_{(n-rk) \times rk} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e0} \\ \mathbf{0}_{(n-rk) \times 1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Обратное для (8) преобразование имеет вид

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n-rk) \times rk} & \mathbf{I}_{(n-rk) \times (n-rk)} \\ \mathbf{M}_2^{-1} & -\mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{e0} \\ \mathbf{0}_{(n-rk) \times 1} \end{bmatrix} \right). \quad (9)$$

Разобьем матрицу состояния объекта управления (1) на блоки

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \dim \mathbf{A}_{11} &= (n-rk) \times (n-rk), \dim \mathbf{A}_{12} = (n-rk) \times rk, \\ \dim \mathbf{A}_{21} &= rk \times (n-rk), \dim \mathbf{A}_{22} = rk \times rk. \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что первые  $(n-rk)$  переменные вектора  $\mathbf{x}$  могут быть выбраны произвольно. Их выбор определяется общими требованиями, предъявляемыми к функционированию объекта, за исключением условия (4) согласованного управления.

Выполним также разбиение матрицы входа по управлению объекта (1):

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \dim \mathbf{B}_{11} &= (n-rk) \times p_1, \dim \mathbf{B}_{12} = (n-rk) \times p_2, \\ \dim \mathbf{B}_{21} &= rk \times p_1, \dim \mathbf{B}_{22} = rk \times p_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $p_1$  — размерность компонента  $\mathbf{u}_1$  — вектора управления  $\mathbf{u}$ , а  $p_2$  — размерность компонента  $\mathbf{u}_2$  этого вектора.

Подставив (8)—(11) в (1), после алгебраических преобразований получим

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}_{ee} \mathbf{e} + \mathbf{A}_{ez} \mathbf{z} + \mathbf{B}_{e1} \mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{e2} \mathbf{u}_2 - \mathbf{L}_{e0}, \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}_{ze} \mathbf{e} + \mathbf{A}_{zz} \mathbf{z} + \mathbf{B}_{z1} \mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{z2} \mathbf{u}_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{ee} &= \mathbf{M}_1 \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1} + \mathbf{M}_2 \mathbf{A}_{22} \mathbf{M}_2^{-1}, \\ \mathbf{A}_{ez} &= \mathbf{M}_1 \mathbf{A}_{11} + \mathbf{M}_2 \mathbf{A}_{21} - \mathbf{M}_1 \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 \mathbf{A}_{22} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1, \\ \mathbf{A}_{ze} &= \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1}, \\ \mathbf{A}_{zz} &= \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \mathbf{M}_2^{-1} \mathbf{M}_1, \\ \mathbf{B}_{e1} &= \mathbf{M}_1 \mathbf{B}_{12} + \mathbf{M}_2 \mathbf{B}_{21}, \\ \mathbf{B}_{e2} &= \mathbf{M}_1 \mathbf{B}_{12} + \mathbf{M}_2 \mathbf{B}_{22}. \end{aligned}$$

Представим

$$\mathbf{u}_1 = \bar{\mathbf{u}}_1 + \mathbf{v}_1, \quad \mathbf{u}_2 = \bar{\mathbf{u}}_2 + \mathbf{v}_2.$$

Вектор  $\bar{\mathbf{u}}_1$  выберем таким, чтобы выполнялось условие

$$\mathbf{A}_{ze} \mathbf{e} + \mathbf{B}_{z1} \bar{\mathbf{u}}_1 + \mathbf{B}_{z2} \mathbf{u}_2 = 0, \quad (13)$$

а вектор  $\bar{\mathbf{u}}_2$  таким, чтобы

$$\mathbf{A}_{ez}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{e1}\mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{e2}\bar{\mathbf{u}}_2 - \mathbf{L}_{e0} = 0. \quad (14)$$

При выполнении условия (14) первое уравнение в (12) преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_{ee}\mathbf{e} + \mathbf{B}_{e2}\mathbf{v}_2. \quad (15)$$

Обеспечив любым из известных способов устойчивость системы (15), получим  $\mathbf{e} \rightarrow 0$  при любом  $\mathbf{e}(0)$ , т.е. выполнение условия (4).

При выполнении условия (13) второе уравнение в (12) преобразуется к виду

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_{zz}\mathbf{z} + \mathbf{B}_{11}\mathbf{v}_1. \quad (16)$$

Система (16) никаким образом не связана с условием согласования (4) и поэтому к ее поведению могут предъявляться любые требования.

**Пример.** Объект управления состоит из двух не связанных механически подсистем. Первая подсистема представляет собой управляемый электродвигатель, нагрузкой которого является жестко соединенный с ротором барабан радиуса  $r_1$ . Передаточная функция такой подсистемы, как известно, имеет вид

$$W_1(s) = \frac{k_1}{(T_1s + 1)s},$$

а модель состояния

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1u_1, \\ \alpha_1 &= \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1, \end{aligned} \right\} \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix}, a_1 = -\frac{1}{T_1}, b_1 = \frac{k_1}{T_1}. \quad (17)$$

Первая подсистема имеет датчик угла поворота и датчик угловой скорости, ее поведение может задаваться произвольно.

Вторая подсистема также представляет управляемый электродвигатель с некоторой инерционной нагрузкой. Математические модели обеих подсистем совпадают с точностью до индексов переменных. Вторая подсистема имеет датчик угла поворота  $\alpha_2$ . При повороте барабана первой подсистемы на угол  $\alpha_1 = 2\pi\nu$  ротор второго двигателя должен повернуться ровно на один оборот,  $\alpha_2 = 2\pi$ , т.е. должно выполняться условие

$$\alpha_1 = \nu\alpha_2,$$

где  $\nu$  — любое, в том числе и отрицательное, ненулевое число. Отметим, что подобное соотношение имеет место, если валы двух подсистем связаны механическим редуктором с передаточным отношением  $\nu$ . Перепишем последнее уравнение в виде

$$\alpha_1 - \nu\alpha_2 = 0 \Rightarrow [1 \quad -\nu] \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (18)$$

Модель состояния объекта управления, состоящего из двух названных подсистем, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \right\} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}.$$

Перепишем условие (18) в виде

$$\mathbf{L}\mathbf{x} = 0, \mathbf{L} = [1 \quad -\nu]\mathbf{C}, \mathbf{L} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad -\nu]. \quad (19)$$

Следуя (5), введем в рассмотрение ошибку выполнения условия (19),

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{L}\mathbf{x}.$$

Поскольку  $\mathbf{LB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$ , то  $\dot{e}_1 = \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{x}$  и ошибка  $e_1$  неуправляема. Тогда, как рекомендовано ранее, вводим еще одну координату вектора ошибки

$$e_2 = \dot{e}_1 \Rightarrow e_2 = \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{x}.$$

Дифференциальное уравнение для второй составляющей ошибки будет

$$\dot{e}_2 = \mathbf{L}\mathbf{A}^2\mathbf{x} + \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u},$$

причем

$$\mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 & -vb_2 \end{bmatrix},$$

поэтому вектор ошибки  $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix}^T$  полностью управляем.

В соответствии с (7) при  $\mathbf{L}e_0 = 0$  имеем

$$\mathbf{L}_{e1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{L}\mathbf{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -v \\ 1 & 0 & -v & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -v \\ -v & 0 \end{bmatrix}.$$

Следуя изложенному ранее порядку, получаем

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ee} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{e2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -vb_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{e1} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ez} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_1 - a_2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{x}_1, \mathbf{A}_{zz} = \mathbf{A}_1, \mathbf{B}_{11} = \mathbf{B}_1, \mathbf{A}_{ze} = 0, \mathbf{B}_{12} = 0, \bar{u}_1 = 0, v_1 = u_1. \tag{21}$$

В результате на основании (21) получаем, что модель (16) совпадает с моделью первой подсистемы (17) в рассматриваемом примере. Схема моделирования в программе МАТ-LAB/Simulink синтезированной в примере системы приведена на рис. 1.

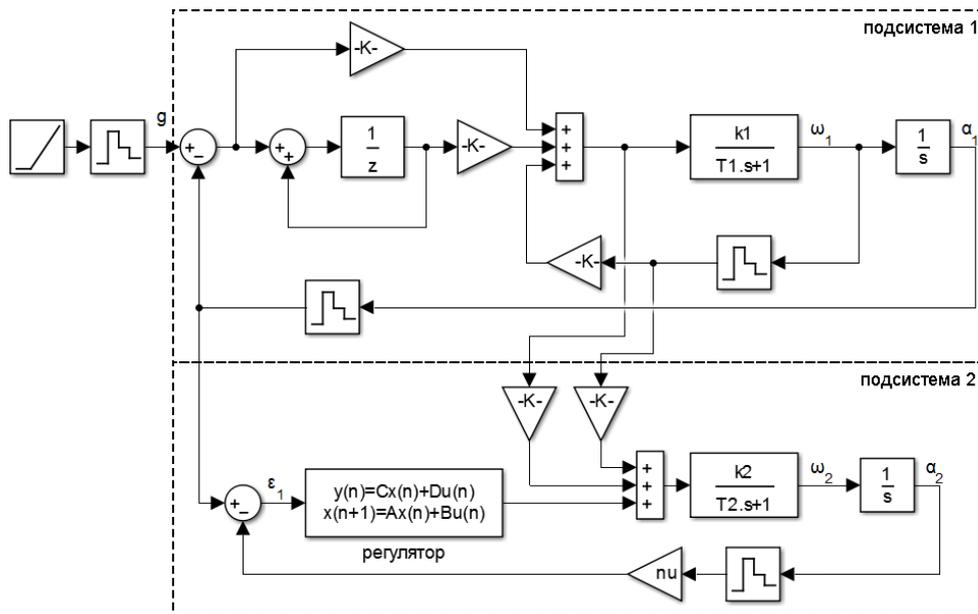


Рис. 1

Для подсистемы (17) синтезируем алгоритм контроллера, обеспечивающий слежение за линейным задающим воздействием с нулевой установившейся ошибкой [15]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_m &= g_m - \alpha_{1m}, \\ u_{1m} &= -k_{11}\omega_{1m} + k_{12}\varepsilon_m - k_{12}s_m, \\ s_{m+1} &= s_m + \varepsilon_m. \end{aligned} \right\}$$

Составляющая  $\bar{u}_2$  для управления вектором ошибки  $\mathbf{e}$  на основании (14) имеет вид

$$\bar{u}_2 = \frac{a_1 - a_2}{vb_2} \omega_1 + \frac{b_1}{vb_2} u_1.$$

Для объекта (15) с параметрами (20) синтезируем алгоритм вычисления составляющей  $v_2$  для управления вектором ошибки  $e$  [15]:

$$\left. \begin{aligned} e_{1m} &= \alpha_{1m} - v\alpha_{2m}, \\ v_{2m} &= -K_e(3)s_{1m} + N_2w_m + N_1e_{1m}, \\ s_{1m+1} &= s_{1m} + e_{1m}, \\ w_{m+1} &= -b_eK_e(3)s_{1m} + (a_{ew} + b_eN_2)w_m + (b_eN_1 + 1)e_{1m}. \end{aligned} \right\}$$

На рис. 2 представлен график отработки линейно возрастающего задания первой подсистемой при заданной скорости задающего воздействия 0,5 рад/с, ошибка не превышает 0,024 рад.

На рис. 3 приведен график ошибки выполнения условия согласования (18). Ошибка не превышает  $3,5 \cdot 10^{-4}$  рад. Исследования показывают, что она не зависит от значения  $v$ .

На рис. 4 представлены графики угловых скоростей обеих подсистем при  $v = 0,5$ . В этом случае в системе реализуется эффект повышающего редуктора, угловая скорость второй подсистемы вдвое больше угловой скорости ведущей первой подсистемы. В случае  $v > 1$  в системе реализуется эффект понижающего редуктора. При отрицательных значениях  $v$  направление вращения двигателя второй подсистемы будет противоположным направлению вращения двигателя ведущей первой подсистемы.

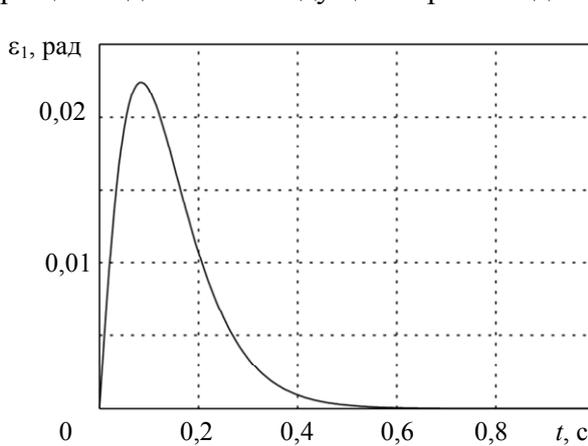


Рис. 2

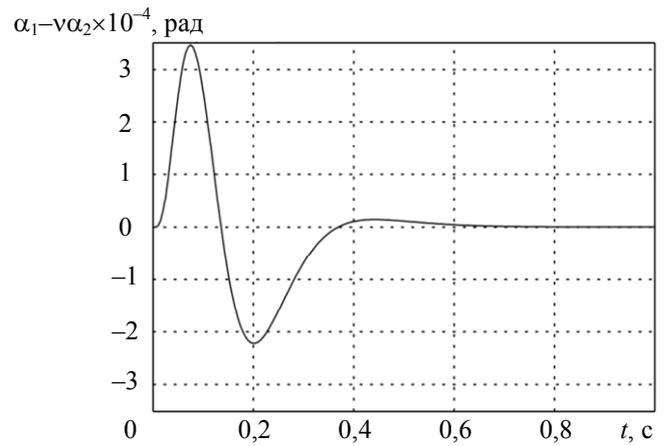


Рис. 3

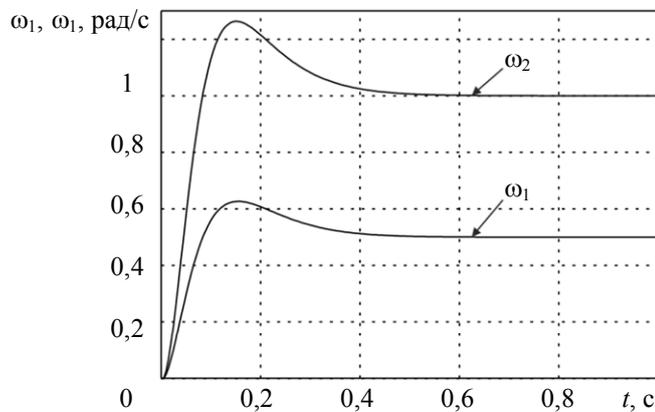


Рис. 4

**Выводы.** Благодаря введению вектора относительного движения  $e$  математическая модель линейного многодвигательного объекта (1) расщепляется на модели относительного (15)

и основного движения (16). Алгоритмы управления этими моделями синтезируются независимо друг от друга, что упрощает процедуру синтеза.

Рассмотренный пример построения электронного редуктора полностью подтверждает справедливость предлагаемой процедуры синтеза согласованного управления линейным объектом на линейном многообразии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Xiao Y., Zhu K., Liaw H.* Generalized synchronization control of multi-axis motion systems // *Control Engineering Practice*. 2005. Vol. 13, Is. 7. P. 809—819.
2. *Renton D., Elbestawi M. A.* High speed servo control of multi-axis machine tools // *Intern. J. of Machine Tools and Manufacture*. 2000. Vol. 40, Is. 4. P. 539—559.
3. *Cheng M. H., Chen C., Bakhoun E. G.* Synchronization controller synthesis of multi-axis motion system // *Intern. J. of Innovative Computing, Information and Control*. 2011. Vol. 7, Is. 7B. P. 4395—4410.
4. *Zhang L., You Y., Yang X.* A control strategy with motion smoothness and machining precision for multi-axis coordinated motion CNC machine tools // *Intern. J. of Advanced Manufacturing Technology*. 2013. Vol. 64, Is. 1—4. P. 335—348.
5. *Zhang C., Wu H., He J.* Consensus tracking for multi-motor system via observer based variable structure approach // *Journal of the Franklin Institute*. 2015. Vol. 352, N 8. P. 3366—3377.
6. *Valenzuela M.A., Lorenz R.D.* Electronic Line Shafting-Control for Paper Machine Drives // *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2001. Vol. 37, Is. 1. P. 158—164.
7. *Magura D., Fedak V., Kyslan K.* Modeling and analysis of multi-motor drive properties in a web processing continuous line // *Procedia Engineering*. 2014. Vol. 96. P. 281—288.
8. *Chen J., Yin Z., Xiong Y.* Hybrid Control Method of Tension and Position for a Discontinuous Web Transport System // *2009 IEEE Intern. Conf. on Information and Automation*. 2009. N 5204933. P. 265—270.
9. *Liu S., Mei X., Kong F.* A Decoupling Control Algorithm for Unwinding Tension System Based on Active Disturbance Rejection Control // *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Vol. 2013. N 439797.
10. *Chen T., Yu C.* Robust control for a biaxial servo with time delay system based on adaptive tuning technique // *ISA Transactions*. 2009. Vol. 48, Is. 3. P. 283—294.
11. *Мирошник И. В.* Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.
12. *Li Y., Zheng Q., Yang L.* Design of robust sliding mode control with disturbance observer for multi-axis coordinated traveling system // *Computers and Mathematics with Applications*. 2012. Vol. 64, Is. 5. P. 759—765.
13. *Giam T. S., Tan K. K., Huang S.* Precision coordinated control of multi-axis gantry stages // *ISA Transactions*. 2007. Vol. 46, Is. 3. P. 399—409.
14. *Sato K., Maeda G. J.* A practical control method for precision motion-improvement of NCTF control method for continuous motion control // *Precision Engineering*. 2009. Vol. 33, Is. 2. P. 175—186.
15. *Дроздов И. Н., Мирошник И. В., Скорубский В. И.* Системы автоматического управления с микроЭВМ. Л.: Машиностроение, 1989. 284 с.

#### Сведения об авторах

**Валентин Нилович Дроздов**

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем; E-mail: drozdovuprint@rambler.com

**Андрей Андреевич Плотыцын**

— аспирант; Университет ИТМО; кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем; E-mail: andreyploitsyn@gmail.com

**Александр Геннадьевич Маматов**

— аспирант; Университет ИТМО; кафедра электротехники и прецизионных электромеханических систем; E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой электротехники и прецизионных электромеханических систем

Поступила в редакцию 14.05.15 г.

**Ссылка для цитирования:** Дроздов В. Н., Плотитсын А. А., Маматов А. Г. Согласованное управление линейным объектом на линейном многообразии // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 2. С. 120—127.

## COORDINATED CONTROL OF LINEAR OBJECT ON LINEAR MANIFOLD

V. N. Drozdov, A. A. Plotitsyn, A. G. Mamatov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia

E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru

Linear object under consideration provides execution of several manufacturing process and at the same time has to maintain a predetermined relation between the controllable variables of the object itself. A special case when the correlation between the controllable variables may be represented as linear manifold is studied. The object model is divided into two parts by using the error vector of deviation from the linear manifold; the first part of the model corresponds to execution of the manufacturing process, while the second part is used to eliminate deviation from the chosen manifold. Control laws for the both components of the model are synthesized independently in the form of difference equations. As an example, the problem of control for two-motor object is analyzed; the control system of the object should provide zero tracking error and maintain a certain ratio between rotation angles of motors' rotors, which is equivalent to the presence of the mechanical reduction gear between rotors. Results of the control system modeling are presented.

**Keywords:** multi-motor linear object, linear manifold, coordinated control, electronic reduction gear

### Data on authors

- |                             |   |   |
|-----------------------------|---|---|
| <b>Valentin N. Drozdov</b>  | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Electrotechnics and Precision Electromechanical Systems;<br>E-mail: drozdovuprint@rambler.com   |
| <b>Andrey A. Plotitsyn</b>  | — | Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Electrotechnics and Precision Electromechanical Systems;<br>E-mail: andreyplotitsyn@gmail.com |
| <b>Alexander G. Mamatov</b> | — | Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Electrotechnics and Precision Electromechanical Systems;<br>E-mail: amamatov@corp.ifmo.ru     |

**For citation:** Drozdov V. N., Plotitsyn A. A., Mamatov A. G. Coordinated control of linear object on linear manifold // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 2. P. 120—127 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-120-127