УДК 629.78
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-128-133

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ОПЕРАТИВНОМ СБЛИЖЕНИИ С ОРБИТАЛЬНЫМ ОБЪЕКТОМ

А. А. Авксентьев

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: aaa1508@yandex.ru

Обоснована необходимость использования оптимального по быстродействию управления угловым движением космического аппарата (КА), сближающегося с орбитальным объектом. Рассмотрен космический аппарат с неподвижно закрепленной на его корпусе двигательной установкой и двигателями-маховиками, используемыми в качестве исполнительных органов системы управления угловым движением. Определена зависимость угловой скорости вращения от угла поворота КА при его оптимальном по быстродействию развороте вокруг оси, направленной по вектору кратчайшего поворота. Учтены главные моменты инерции космического аппарата, гироскопические моменты сил, возникающие по перекрестным осям, а также ограничения на моменты сил, развиваемые двигателями-маховиками. Доказано, что при оптимальном по быстродействию управлении одна из проекций результирующего момента на оси, по которым установлены исполнительные органы, достигает ограничения. Разработаны алгоритмы расчета управляющих моментов, позволяющих развернуть аппарат вокруг оси кратчайшего поворота за минимальное время, и рассчитать положение любой связанной с корпусом оси аппарата во время его разворота. Работоспособность алгоритмов проверена математическим моделированием поворота корпуса КА на заданный угол. Близость к оптимальному результату показана путем сравнения с известным для такого случая решением.

Ключевые слова: *угловое движение, экстенсивное управление, кватернион, оперативность*

Введение. Несмотря на большое число работ, посвященных сближению в космосе, задача повышения эффективности управления космическим аппаратом (КА), сближающимся с орбитальным объектом (ОО), не потеряла своей актуальности. Сбои в доставке грузов на международную космическую станцию, преждевременный выход из строя дорогостоящих КА и загрязнение околоземного пространства космическим мусором вызывают необходимость разработки методов управления, обеспечивающих оперативное сближение КА с тем или иным ОО.

Принято считать, что для скорейшего сближения рассматриваемых объектов первостепенное значение имеет оптимальное управление движением центра масс КА. Однако оперативность сближения зависит и от быстроты угловых разворотов. Рассмотрим КА с неподвижно закрепленной на его корпусе единственной двигательной установкой (ДУ). Такая конструкция является наиболее предпочтительной по массе, габаритам и расходу рабочего тела. При использовании неподвижно закрепленной ДУ изменение направления вектора тяги требует разворота корпуса КА. И до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность ориентации, двигатель не должен включаться. Задержка включения может привести к недопустимо большим отклонениям по относительным фазовым координатам сближающихся объектов, а также к затягиванию сближения во времени. Поэтому оптимизацию управления угловым движением КА по быстродействию следует считать одним из условий максимальной оперативности сближения.

Общая постановка задачи. Двигательная установка КА, двигающегося по околоземной орбите, создает управляющее ускорение, направленное по связанной с корпусом оси ox. Для разворота корпуса и связанного с ним вектора тяги используются двигатели-маховики. Необходимо разработать комплекс алгоритмов, обеспечивающих мягкое сближение КА с ОО за минимальное время с учетом динамики углового движения КА. При этом считается допустимой раздельная оптимизация управления для углового движения, а также дальнего и ближнего наведения.

В настоящей работе рассматривается управление угловым движением, используемое на этапах дальнего и ближнего наведения.

Постановка задачи управления угловым движением. Угловое движение космического аппарата как твердого тела описывается динамическими уравнениями Эйлера [1]:

$$\left.\begin{aligned} &J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y)\omega_y\omega_z = M_x, \\ &J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z)\omega_z\omega_x = M_y, \\ &J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x)\omega_x\omega_y = M_z, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где $J_x\, J_y, J_z$ — моменты инерции КА относительно связанных с ним осей ox, oy, oz, $\frac{d\omega_x}{dt}, \frac{d\omega_y}{dt}, \frac{d\omega_z}{dt}$ — проекции вектора углового ускорения на связанные оси, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции вектора угловой скорости на связанные с КА оси, M_x, M_y, M_z — проекции управляющего момента сил $\mathbf{M}$ на связанные оси, причем

$$M_x \in [-M_{x\max}, M_{x\max}],\; M_y \in [-M_{y\max}, M_{y\max}],\; M_z \in [-M_{z\max}, M_{z\max}], \tag{2}$$

где $M_{x\max}, M_{y\max}$ и $M_{z\max}$ — модули максимальных моментов, развиваемых двигателями-маховиками по связанным с КА осям.

В начальный момент времени t_0 направляющие косинусы описываются матрицей

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} C_{xX} & C_{yX} & C_{zX} \\ C_{xY} & C_{yY} & C_{zY} \\ C_{xZ} & C_{yZ} & C_{zZ} \end{vmatrix}, \tag{3}$$

состоящей из проекций ортов осей связанной системы координат $oxyz$ на оси абсолютной геоцентрической экваториальной системы координат (АГЭСК) $OXYZ$.

Необходимо разработать алгоритм расчета управляющего момента, обеспечивающего за минимальное время поворот оси ox КА из начального положения $\mathbf{C}_{x0} = (C_{xX0}, C_{xY0}, C_{xZ0})$ в требуемое конечное $\mathbf{C}_{x\text{к}} = (C_{xX\text{к}}, C_{xY\text{к}}, C_{xZ\text{к}})$ по кратчайшему пути. В начальном и конечном положениях абсолютная угловая скорость КА близка к нулю.

Решение. Направление кратчайшего поворота в АГЭСК определяется вектором

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{C}_{x0} \times \mathbf{C}_{x\text{к}},$$

где $\times$ — символ векторного произведения.

Угол поворота

$$\gamma = \arccos(\mathbf{C}_{x0} \cdot \mathbf{C}_{x\text{к}}),$$

где $\cdot$ — символ скалярного произведения ортов.

Вектор $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ из АГЭСК пересчитывается в связанную систему координат

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{с}} = \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\gamma}}.$$

Доказано [2], что при повороте вокруг одной оси для обеспечения оптимального быстродействия КА должен поворачиваться со скоростью

$$\left|\omega_{\text{тр}}\right| = \sqrt{2\left|\frac{d\omega_{\gamma\,\max}}{dt}\right|\gamma},$$

где $\left|\dfrac{d\omega_{\gamma\,\max}}{dt}\right|$ — максимальное по модулю угловое ускорение, которое двигатели-маховики способны развить в направлении $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{с}}$.

Расчет значения управляющего момента производится циклически с шагом $\Delta t = 0{,}05$ с, и результат практически не зависит от того, что в начале первого шага вместо максимального значения используется

$$\left|\frac{d\omega_{\gamma\,\max 0}}{dt}\right| = \frac{1}{3}\left(\frac{M_{x\,\max}}{J_x} + \frac{M_{y\,\max}}{J_y} + \frac{M_{z\,\max}}{J_z}\right). \tag{4}$$

На последующих шагах вместо (4) применяется модуль вектора с уточненными составляющими.

Вектор требуемой угловой скорости

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{тр}} = \left|\boldsymbol{\omega}_{\text{тр}}\right| \dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{с.орт}},$$

где $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{с.орт}}$ — орт оси $\dot{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{с}}$.

Для достижения $\boldsymbol{\omega}_{\text{тр}}$ к текущей угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ необходимо добавить

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{д}} = \boldsymbol{\omega}_{\text{тр}} - \boldsymbol{\omega}.$$

По $\boldsymbol{\omega}_{\text{д}}$ должен быть направлен результирующий момент сил $\mathbf{M}_{\text{р}}$, представленный первыми слагаемыми уравнений (1). Одинаковая направленность векторов $\boldsymbol{\omega}_{\text{д}}$ и $\mathbf{M}_{\text{р}}$ означает, что их проекции соотносятся следующим образом:

$$\frac{\omega_{x\,\text{д}}}{M_{x\,\text{р}}} = \frac{\omega_{y\,\text{д}}}{M_{y\,\text{р}}} = \frac{\omega_{z\,\text{д}}}{M_{z\,\text{р}}}. \tag{5}$$

Докажем, что если решение задачи расчета управления существует, то хотя бы одна из проекций управляющего момента достигает своего граничного значения:

$$M_x = -M_{x\,\max} \cup M_x = M_{x\,\max} \cup M_y = -M_{y\,\max} \cup M_y = M_{y\,\max} \cup$$
$$\cup M_z = -M_{z\,\max} \cup M_z = M_{z\,\max}. \tag{6}$$

Действительно, если предположить, что при оптимальном по быстродействию управлении ни одна из проекций $\mathbf{M}$ такого значения не достигает, то модуль управляющего момента $\mathbf{M}$ следует увеличить. Это приведет к скорейшему достижению $\boldsymbol{\omega}_{\text{д}}$, а значит, к повышению быстродействия, что противоречит исходному предположению об оптимальности управления. Значит, по крайней мере, одна из проекций достигает значения (6). Превысить граничное значение нельзя в силу условия (2). Изложенные рассуждения приводят к следующему алгоритму для расчета управления.

Предположим, что $\mathbf{M}$ достигает границы (6) по оси ox, тогда

$$M_{x\,\text{р}} = (J_y - J_z)\omega_y\omega_z + \operatorname{sign}(\omega_{x\,\text{д}})M_{x\,\max}. \tag{7}$$

Из (5) определяются $M_{y\,\text{р}}$ и $M_{z\,\text{р}}$, а затем с учетом (1):

$$M_y = M_{y\,\text{р}} + (J_x - J_z)\omega_z\omega_x \text{ и } M_z = M_{z\,\text{р}} + (J_y - J_x)\omega_x\omega_y . \tag{8}$$

Если $M_y \notin [-M_{y\,\max}, M_{y\,\max}]$ или $M_z \notin [-M_{z\,\max}, M_{z\,\max}]$, то полученное управление не может быть реализовано, и рассматривается предположение о том, что управляющий момент достигает граничного значения $\operatorname{sign}(\omega_{y\,\text{д}})M_{y\,\max}$ по оси oy. По выражению (7) рассчитывается $M_{y\,\text{р}}$, а затем по (8) — M_x и M_z. Если M_x или M_z не попадают в интервал (2), то аналогично (6) рассчитывается $M_{z\,\text{р}}$, а затем аналогично (8) — M_x и M_y.

Если проекции $\mathbf{M}$ во всех рассмотренных случаях не попали в допустимые диапазоны (2), значит, слишком велики гироскопические моменты, представленные вторыми слагаемыми уравнений (1). Тогда управляющий момент $\mathbf{M}$ направляется по вектору $-\boldsymbol{\omega} = (-\omega_x, -\omega_y, -\omega_z)$, и значения гироскопических моментов уменьшаются. На некотором шаге расчета гироскопические моменты становятся достаточно малыми для того, чтобы направить результирующий момент по $\boldsymbol{\omega}_\text{д}$.

Далее из уравнений (1) определяются составляющие ускорения корпуса КА:

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{(J_y - J_z)\omega_y\omega_z + M_x}{J_x}, \quad \frac{d\omega_y}{dt} = \frac{(J_z - J_x)\omega_z\omega_x + M_y}{J_y},$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{(J_x - J_y)\omega_x\omega_y - M_z}{J_z}. \tag{9}$$

С помощью матрицы (3) ускорение пересчитывается в АГЭСК, а затем интегрируется любым численным методом. В результате получаются значения вектора угловой скорости для моментов времени t_0 и $t_0 + \Delta t$. Рассчитывается среднее значение вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_\text{ср} = (\omega_{X\,\text{ср}}, \omega_{Y\,\text{ср}}, \omega_{Z\,\text{ср}})$ со средней величиной модуля $\left|\boldsymbol{\omega}_\text{ср}\right|$, при которой за время Δt КА повернется вокруг оси результирующего поворота $\boldsymbol{\omega}_\text{ср}$ на угол

$$\Delta\gamma = \left|\boldsymbol{\omega}_\text{ср}\right| \Delta t .$$

Положение любой оси КА после разворота вычисляется с помощью кватерниона $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_0, \lambda_X, \lambda_Y, \lambda_Z)$ [3]:

$$\lambda_0 = \cos(0{,}5\Delta\gamma), \quad \lambda_X = \frac{\omega_{X\,\text{ср}} \sin(0{,}5\Delta\gamma)}{\left|\boldsymbol{\omega}_\text{ср}\right|},$$

$$\lambda_Y = \frac{\omega_{Y\,\text{ср}} \sin(0{,}5\Delta\gamma)}{\left|\boldsymbol{\omega}_\text{ср}\right|}, \quad \lambda_Z = \frac{\omega_{Z\,\text{ср}} \sin(0{,}5\Delta\gamma)}{\left|\boldsymbol{\omega}_\text{ср}\right|}.$$

Например, положение оси ox КА в момент времени ($t_0 + \Delta t$):

$$\mathbf{C}_{x\,\Delta t} = \operatorname{vect}(\lambda \circ \mathbf{C}_{x0} \circ \tilde{\lambda}),$$

где $\tilde{\boldsymbol{\lambda}} = (\lambda_0, -\lambda_X, -\lambda_Y, -\lambda_Z)$ — сопряженный по отношению к $\boldsymbol{\lambda}$ кватернион, vect — векторная часть кватерниона, $\circ$ — символ кватернионного умножения.

Аналогично рассчитывается положение оси oy в момент времени ($t_0 + \Delta t$). Положение орта оси oz определяется как векторное произведение ортов осей ox и oy. Шаг расчета управления угловым движением закончен, и следует перейти к следующему шагу. Процесс повторяется до того момента, пока угол между текущим и требуемым конечным положениями разворачиваемой оси КА не станет достаточно малым.

Пример. Проведено математическое моделирование разворота КА на 180° с учетом того, что:

— $M_x \in [-2{,}34;\ 2{,}34]$ Нм, $M_y \in [-4{,}08,\ 4{,}08]$ Нм, $M_z \in [-4{,}662,\ 4{,}662]$ Нм;

— $J_x = 117$ кгм^2, $J_y = 206$ кгм^2, $J_z = 233$ кгм^2;

— систематические ошибки датчиков угловых скоростей (ДУС) по осям ox и oy — $5\cdot10^{-4}$ рад/с, oz — $-5\cdot10^{-4}$ рад/с. Среднеквадратические отклонения случайных составляющих ошибок ДУС равны $1\cdot10^{-4}$ рад/с;

— момент от эксцентриситета тяги равен 0,125 Нм и направлен по оси oz.

— промежутки времени между коррекциями углового положения КА по звездам составляют 20 с.

Исследования показали [4], что двигательную установку аппарата следует включать при приближении ее оси к требуемому направлению на ≤6°.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости угла и угловой скорости от времени разворота, полученные с использованием предложенного алгоритма.

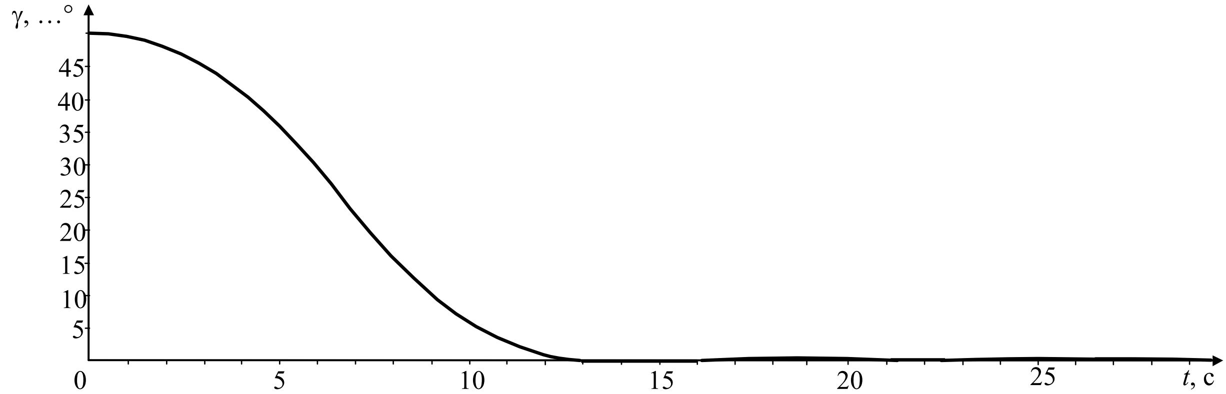

Рис. 1

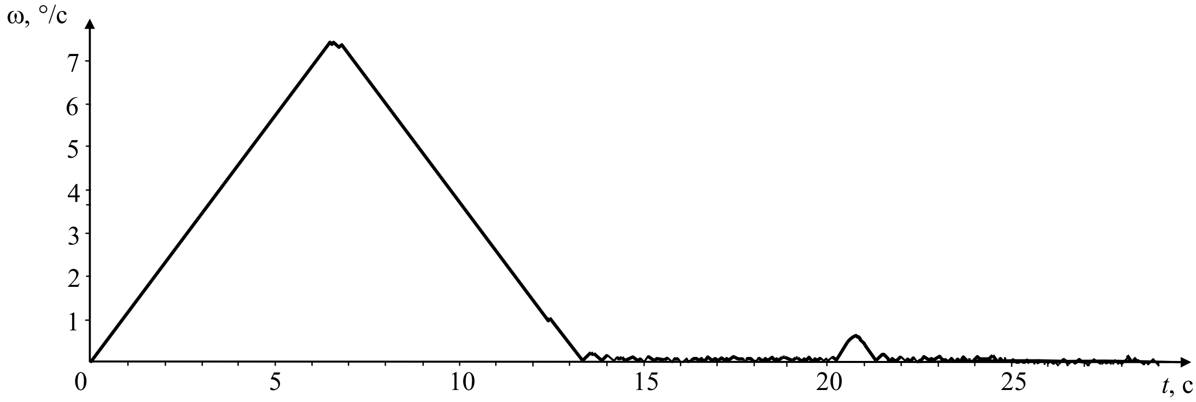

Рис. 2

Графики подтверждают вывод о том, что для максимального быстродействия на первой половине пути КА должен разворачиваться с максимально возможным ускорением, а на второй — с максимальным замедлением.

Заключение. Разработан алгоритм, работоспособность которого подтверждена путем математического моделирования с учетом действия основных возмущений, а близость к оптимальному решению — путем сравнения с известным для рассмотренного случая решением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бутенин Н. В., Лунц Я. Р., Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики. М.: Наука, 1979. Т. 2. 544 с.

2. *Авксентьев А. А., Котяшов Е. В.* Результативность сближения космического аппарата с пассивным объектом в условиях действия случайных возмущений // Тр. XXXII Всерос. НТК „Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем", 27—28 июня 2013 г. Серпухов: Филиал ВА РВСН им. Петра Великого, 2013. Сб. 3. С. 18—24.

3. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

4. *Авксентьев А. А., Ефимов В. П., Котяшов Е. В.* Расчет условия включения двигательной установки космического аппарата с учетом динамики углового движения // Тр. XXXIV Всерос. конф. по проблемам науки и технологий, посвященной 90-летию со дня рождения академика В. П. Макеева. Миасс, Челябинская обл., 10—12 июня 2014 г. С. 151—155.

Сведения об авторе

Александр Алексеевич Авксентьев — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского; E-mail: aaa1508@yandex.ru

Рекомендована ВКА им. А. Ф. Можайского

Поступила в редакцию 22.07.15 г.

Ссылка для цитирования: *Авксентьев А. А.* Оптимальное управление угловым движением космического аппарата при оперативном сближении с орбитальным объектом // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 2. С. 128—133.

OPTIMAL CONTROL OF ANGULAR MOTION OF A SPACECRAFT FOR FAST APPROACHING TO AN ORBITAL OBJECT

A. A. Avksentyev

A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: aaa1508@yandex.ru

The necessity of optimal (relative to the speed of action) control angular motion of spacecraft approaching an orbital object, is justified. A spacecraft with propulsion motor fixed stationary on its body and flywheel drives used as execution units of angular motion control system is considered. Dependence of angular speed of on the spacecraft turn angle is derived for the case of optimally fast rotation around the axis directed along the required angular speed. The main moments of inertia of the spacecraft are taken into account as well as gyroscopic moment of forces along the cross axis and restrictions to moment of forces exerting by the flywheel drives. It is shown that under optimally fast control, one of the projections of resulting moment on the axes along which the execution units are mounted, attains its limitation. The algorithms of evaluation of control moments making it possible to turn the spacecraft for the minimum time are developed. The algorithms also allow calculation of position of any axis bounded to the spacecraft body during the turn. The algorithms performance is tested with the use of mathematical modeling of spacecraft body turn through a specified angle, comparison with the known solution is carried out.

Keywords: angular motion, extensive control, quaternion, operation speed

Data on author

Alexander A. Avksentyev — PhD, Associate Professor; Mozhaysky Military Space Academy; E-mail: aaa1508@yandex.ru

For citation: *Avksentyev A. A.* Optimal control of angular motion of a spacecraft for fast approaching to an orbital object // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 2. P. 128—133 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-2-128-133