УДК 681.783.25
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-4-300-305

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ СРЕДЫ НА ПОТЕНЦИАЛЬНУЮ ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ИМПУЛЬСНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ДАЛЬНОМЕРАМИ

Е. Н. Зверева, Е. Г. Лебедько, К. В. Трифонов, Ле Вин Ву

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: e.zvereva@rambler.ru

Рассматривается влияние турбулентности атмосферы на среднюю квадратичную погрешность времени запаздывания сигнала в импульсных лазерных дальномерах, которая определяет потенциальную точность измерения дальности. Эта погрешность вследствие флуктуаций значений принимаемого сигнала представляется случайной величиной. Определяются плотность распределения вероятностей и математическое ожидание средней квадратичной погрешности определения времени запаздывания.

Ключевые слова: *импульсный лазерный дальномер, турбулентная среда, точность измерения дальности, случайная величина, время прихода сигнала*

Потенциальная точность измерения дальности импульсными оптическими дальномерами в соответствии с теорией оценок определяется неустранимой случайной погрешностью, которая обусловлена ошибкой оценки времени запаздывания сигнала. Погрешностью измерения временного интервала будем пренебрегать, учитывая возможности цифровой техники и косвенных методов измерения.

При оценке времени запаздывания по методу максимума правдоподобия дисперсия оценки будет иметь минимальное значение при оптимальной фильтрации принимаемого сигнала и его временной фиксации по максимальному значению. В этом случае среднюю квадратичную погрешность оценки времени запаздывания можно определить соотношением [1]:

$$\sigma = \frac{1}{\mu\omega_1}, \tag{1}$$

где $\mu = \left[\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\left|S(j\omega)\right|^2}{G(\omega)}\right]^{\frac{1}{2}}$ — отношение сигнала к шуму, $\omega_1 = \left[\frac{\int_0^\infty \omega^2 \frac{\left|S(j\omega)\right|^2}{G(\omega)} d\omega}{\int_0^\infty \frac{\left|S(j\omega)\right|^2}{G(\omega)} d\omega}\right]^{\frac{1}{2}}$ — средняя квадратичная частота спектра шума, $S(j\omega) = a\int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$ — спектральная функция принимаемого сигнала $as(t)$, a — величина сигнала, $G(\omega)$ — энергетический спектр входных шумов.

Распространение излучения в турбулентной среде приводит к случайному изменению амплитуды электрического поля, которое подчиняется логарифмически нормальному закону распределения [2]:

$$W(U)=\begin{cases}0 \quad \text{при } U\le 0,\\ \dfrac{1}{\sigma_U U\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\left(\dfrac{\ln U-\ln U_0}{\sqrt{2}\sigma_U}\right)^2\right] \quad \text{при } U>0,\end{cases} \tag{2}$$

где U_0 — лучистый поток в отсутствие турбулентности.

Поскольку ток на выходе селективных фотоприемников пропорционален лучистому потоку, т.е. U^2, распределение величины лучистого потока, прошедшего турбулентную среду, будет, согласно функциональному преобразованию случайных величин, определяться формулой [3]:

$$W(P)=\sum_k W(U_k)\left|\frac{dU_k}{dP}\right|. \tag{3}$$

При квадратичном преобразовании лучистый поток, прошедший турбулентную среду, также описывается логарифмически нормальным законом распределения

$$W(P)=\begin{cases}0 \quad \text{при } P\le 0,\\ \dfrac{1}{\sigma_P P\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\left(\dfrac{\ln P-\ln P_0}{\sqrt{2}\sigma_P}\right)^2\right] \quad \text{при } P>0,\end{cases}$$

где $\sigma_P{}^2=\overline{\left[\ln\dfrac{P}{P_0}\right]^2}=2{,}24\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}\right)^{7/6}\int\limits_0^L C_n^2(z)z^{5/6}dz$ $(L_0<\lambda L<l_0)$ — дисперсия натурального логарифма от нормированного значения лучистого потока, P_0 — среднее значение лучистого потока в отсутствие турбулентности, l_0 и L_0 — внутренний и внешний масштабы турбулентности соответственно (зависят от высоты источника излучения h над землей), определяемые следующими приближенными формулами [4]:

$$l_0=\left(10^{-9}h\right)^{1/3} \text{ и } L_0=(4h)^{1/2};$$

C_n — коэффициент интенсивности турбулентной атмосферы, зависящий от времени суток и высоты над землей; L — длина пути распространения излучения; λ — длина волны излучения; z — текущее значение длины.

Для ограниченного лазерного пучка дисперсия натурального логарифма определяется выражением

$$\sigma_P^2=0{,}64C_n^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^{7/6}L^{11/6}.$$

Таким образом, значение сигнала на выходе фотоприемника, а следовательно и отношение сигнала к шуму, являются случайными величинами. В этом случае и средняя квадратичная погрешность определения времени запаздывания также является случайной величиной.

Определим плотность распределения вероятностей и математическое ожидание этой случайной величины. Так как оптический и электрический тракты лазерного дальномера являются линейными системами, то определение плотности вероятностей величины сигнала на выходе приемно-усилительного тракта — чрезвычайно сложная задача теории случайных процессов.

Можно воспользоваться приближенным методом определения одномерной плотности, основанным на том, что характеристическая функция процесса на выходе линейной системы может быть определена в виде ряда Маклорена [3]:

$$\Xi_{12}(v)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{j^k m_{k2}v^k}{k!}, \tag{4}$$

где m_{k2} — начальные моменты выходного распределения.

В этом случае плотность распределения вероятностей выходного процесса будет определяться прямым преобразованием Фурье

$$W_1(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Xi_{12}(v)e^{-jvz}dv=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{m_{k2}}{2\pi k!}\int_{-\infty}^{\infty}(jv)^k e^{-jvz}dv. \tag{5}$$

Так как k-ю производную дельта-функции можно представить в интегральном виде

$$\frac{d^k\delta(z)}{dz^k}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(-jv)^k e^{-jvz}dv,$$

формулу (5) можно записать в виде

$$W_1(z)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{m_{k2}}{k!}\frac{d^k\delta(z)}{dz^k}. \tag{6}$$

Тогда $k+1$ начальный момент выходного распределения, согласно [3], будет равен

$$m_{(k+1)2}=\frac{1}{(2\pi)^k}\int_{-\infty}^{\infty}\cdot\cdot(k)\cdot\cdot\int_{-\infty}^{\infty}G_{k2}(\omega_1,...,\omega_k)d\omega_1\cdots d\omega_k\ , \tag{7}$$

где k-мерный энергетический спектр выходного случайного процесса

$$G_{k2}(\omega_1,...,\omega_k)=G_{k1}(\omega_1,...,\omega_k)K\left(-j\sum_{n=1}^{k}\omega_n\right)\prod_{n=1}^{k}K(j\omega_n). \tag{8}$$

В формуле (8) $G_{k1}(\omega_1,...,\omega_k)$ — k-мерный энергетический спектр входного случайного процесса, $K(j\omega)$ — передаточная функция приемно-усилительного тракта.

Поскольку энергетический спектр флуктуаций амплитуды, обусловленный турбулентностью среды распространения, является низкочастотным [4], а ширина полосы пропускания приемно-усилительного тракта много больше ширины энергетического спектра флуктуаций, то

$$m_{(k+1)2}=\frac{1}{(2\pi)^k}\int_{-\infty}^{\infty}\cdot\cdot(k)\cdot\cdot\int_{-\infty}^{\infty}G_{k2}(\omega_1,...,\omega_k)d\omega_1\cdots d\omega_k=$$

$$=\frac{1}{(2\pi)^k}\int_{-\infty}^{\infty}\cdot\cdot(k)\cdot\cdot\int_{-\infty}^{\infty}G_{k1}(\omega_1,...,\omega_k)d\omega_1\cdots d\omega_k=m_{k1}, \tag{9}$$

т.е. начальные моменты выходного распределения равны начальным моментам входного распределения m_{k1}.

Таким образом, формула (6) принимает вид

$$W_1(z)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{m_{k1}}{k!}\frac{d^k\delta(z)}{dz^k}. \tag{10}$$

Определение k моментов входного распределения осуществляется по формуле [5]:

$$m_{k1} = \frac{1}{j^k} \left[\frac{d^k \Xi_{11}(v)}{dv^k} \right]_{v=0} . \tag{11}$$

Здесь $\Xi_{11}(v) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(jv)^n}{n!} \exp\left(\ln J_0 n + \frac{n^2 \sigma_P^2}{2} \right)$ — характеристическая функция логарифмически нормального распределения.

Таким образом, одномерная плотность распределения вероятностей отношения сигнала к шуму на выходе приемно-усилительного тракта при турбулентности среды распространения излучения описывается зависимостью

$$W_1(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{j^k k!} \left[\frac{d^k \Xi_{11}(v)}{dv^k} \right]_{v=0} \frac{d^k \delta(\mu)}{d\mu^k} . \tag{12}$$

Плотность распределения вероятностей средней квадратичной погрешности времени запаздывания сигнала, согласно формуле (3), будет определяться достаточно сложным аналитическим выражением:

$$W_1(y) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{j^k k!} \left[\frac{d^k \Xi_{11}(v)}{dv^k} \right]_{v=0} \omega_1{}^2 \frac{d^k \delta\left(y^{-1}\right)}{d\left(y^{-1}\right)^k} , \tag{13}$$

полученным с учетом свойства дельта-функции $\delta(\alpha x) = \frac{1}{|\alpha|} \delta(x)$. Однако в случае слабой турбулентности ($C_n = 8 \cdot 10^{-9}$ м$^{-1/3}$) при L < 14 км и средней турбулентности ($C_n = 4 \cdot 10^{-8}$ м$^{-1/3}$) при L < 2,5 км и λ = 1,06 мкм в дневное время у земной поверхности при малых значениях σ_P логарифмически нормальный закон близок к нормальному [6]:

$$W_1(P) = \frac{1}{\sigma_н \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(P - P_0^*\right)^2}{2\sigma_н^2} \right]$$

с параметрами $P_0^* = P_0 \exp\left(2{,}561 \sigma_P^2\right)$ и $\sigma_н^2 = 5{,}302 P_0^2 \sigma_P^2$.

В этом случае в силу того, что оптический и приемно-усилительный тракты являются линейными, величина отношения сигнала к шуму на выходе приемного тракта также будет подчиняться нормальному закону распределения, а плотность вероятностей средней квадратичной погрешности времени запаздывания сигнала будет описываться, согласно (3), соотношением

$$W_1(y) = \frac{1}{y^2 \omega_1 \sigma_\mu \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{1}{y} - \omega_1 m_1 \{\mu\} \right)^2}{2\left(\omega_1 \sigma_\mu\right)^2} \right] . \tag{14}$$

Как видно из формулы (14), плотность вероятностей средней квадратичной погрешности фиксации временного положения сигнала отличается от гауссовой.

Математическое ожидание средней квадратичной погрешности оценки времени запаздывания сигнала будет определяться зависимостью

$$m_1\left\{\sigma_\phi\right\}=\int_{-\infty}^{\infty} f(\mu)W(\mu)d\mu=\frac{1}{\sigma_\mu\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\mu\omega_1}\exp\left[-\frac{\left(\mu-m_1\{\mu\}\right)^2}{2\sigma_\mu^2}\right]d\mu=$$

$$=\frac{1}{\omega_1 m_1\{\mu\}}\sum_{k=0}^{E\left(-\frac{1}{2}\right)}\frac{1}{(2k+1)!k!}\left(\frac{2\sigma_\mu}{4m_1^2\{\mu\}}\right)^k, \qquad (15)$$

где $E(z)=E\left(\frac{\pi}{2},z\right)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-z^2\sin^2\alpha}\,d\alpha=\int_0^1\frac{\sqrt{1-z^2y^2}}{\sqrt{1-y^2}}dy$ — полный эллиптический интеграл второго рода.

Для указанных выше условий малой и средней турбулентности потенциальная точность измерения повысится не более чем на 6 %, а при сильной турбулентности — более чем на 20 %.

Следует также заметить, что сама погрешность измерения имеет гауссову статистику, а средняя квадратичная погрешность в условиях турбулентности отличается от нормального распределения.

Таким образом, при определении потенциальной точности измерения дальности с помощью лазерных дальномеров в условиях турбулентности среды распространения излучения корректно использовать математическое ожидание средней квадратичной погрешности оценки времени запаздывания сигнала.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лебедько Е. Г.* Системы импульсной оптической локации. СПб: Лань, 2014. 366 с.

2. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1966. Т. 1. 728 с.

3. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.

4. *Пратт В. К.* Лазерные системы связи. М.: Связь, 1972. 132 с.

5. *Лебедько Е. Г.* Теоретические основы передачи информации. СПб: Лань, 2011. 350 с.

6. *Абезгауз Г. Г.* и др. Справочник по вероятностным расчетам. М.: Изд-во МО СССР, 1966. 408 с.

Сведения об авторах

Елена Николаевна Зверева — Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; старший преподаватель; E-mail: e.zvereva@rambler.ru

Евгений Георгиевич Лебедько — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: eleb@rambler.ru

Кирилл Владимирович Трифонов — аспирант; Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: kirilltrif90@gmail.com

Ву Дин Ле — аспирант; Университет ИТМО, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: ldvu81@rambler.ru

Рекомендована кафедрой оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию 10.12.15 г.

Ссылка для цитирования: *Зверева Е. Н., Лебедько Е. Г., Трифонов К. В., Ле Вин Ву.* Влияние турбулентности среды на потенциальную точность измерения импульсными лазерными дальномерами // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 4. С. 300—305.

IMPACT OF ATMOSPHERIC TURBULENCE ON POTENTIAL ACCURACY OF PULSED LASER RANGEFINDER

E. N. Zvereva, E. G. Lebedko, K. V. Trifonov, Vu Dinh Le

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: e.zvereva@rambler.ru

The effect of atmospheric turbulence on the RMS variation of pulsed signal time delay is considered. The variation is responsible for the root mean square error of pulsed laser rangefinder and therefore determines the potential accuracy of range measurement. The probability density function for the time delay values and the mathematical expectation of the root square variation of the laser pulse arrival time are evaluated.

Keywords: pulsed laser rangefinder, turbulent medium, range measurement accuracy, random variable, signal arrival time

Data on authors

Elena N. Zvereva	—	ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; Senior Lecturer; E-mail: e.zvereva@rambler.ru
Evgeny G. Lebedko	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: eleb@rambler.ru
Kirill V. Trifonov	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: kirilltrif90@gmail.com
Vu Dinh Le	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: ldvu81@rambler.ru

For citation: *Zvereva E. N., Lebedko E. G., Trifonov K. V., Le Vu Dinh.* Impact of atmospheric turbulence on potential accuracy of pulsed laser rangefinder // Izv. vuzov. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 4. P. 300—305 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-4-300-305