

## ПРЕДОТВРАЩЕНИЕ НАКЛОНА ИЗОБРАЖЕНИЯ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ПЛОСКИМИ ЗЕРКАЛАМИ

А. М. БУРБАЕВ, К. В. НИЖЕГОРОВОДА

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: aburbaev@mail.ru

Проанализированы причины наклона изображения в оптических проекционных системах измерительных приборов, содержащих плоские зеркала. Предложена методика проверки компоновки зеркал в системе на этапе проектирования. В основу методики положен векторно-матричный метод. Даны практические рекомендации разработчику.

**Ключевые слова:** оптические проекционные системы, плоские зеркала, наклон изображения, компоновка системы, векторно-матричный метод

**Введение.** В процессе разработки оптических проекционных систем измерительных приборов (типовая схема одной из таких систем представлена на рис. 1), содержащих источник света и конденсор (на рисунке не показаны), шкалу  $I$ , связанную с измерительным устройством, проекционный объектив  $2$ , плоские зеркала  $3$ — $6$  и матовый просвечивающий экран  $7$ , необходимо контролировать возможный наклон плоскости изображения шкалы на экране прибора по отношению к неподвижному индексу, или шкале-нониусу. Здесь и далее под наклоном изображения будем понимать не предусмотренный разработчиком поворот плоскости изображения вокруг осевого луча (оптической оси). Вместе с тем в практике юстировки оптических проекционных систем, содержащих экран, принято контролировать еще и наклон плоскости изображения по отношению к плоскости экрана.

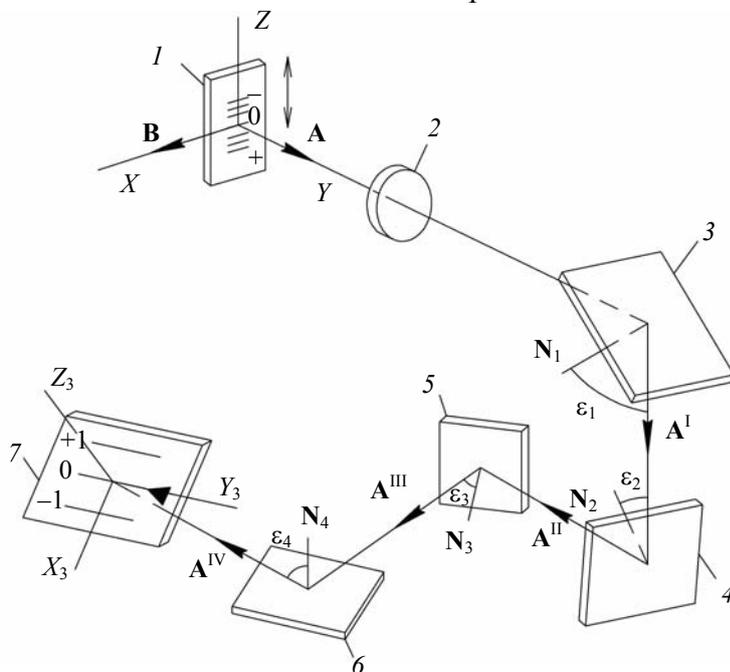


Рис. 1

Подобные проекционные системы по причине своей простоты находят широкое применение в самых разных измерительных приборах: это оптические приборы для измерения линейных и угловых величин в машиностроении [1], многочисленные проекторы к профилеш-

лифовальным станкам, монтажные столики и, наконец, лабораторные приборы для точных измерений массы [2].

При выполнении рациональной (позволяющей сократить габариты прибора) компоновки оптических элементов системы не всегда учитывается необходимость проверки результатов проектирования с целью исключения наклона изображения, который может быть обнаружен лишь на этапе окончательной юстировки. Анализу причин типовых погрешностей юстировки, приводящих к наклону изображения, и устранению его в профильных проекторах, содержащих два зеркала, посвящена работа [3]. Основное внимание в ней, помимо анализа причин наклона изображения, уделено вопросам базирования зеркал и технологии сборки.

Исследованию возможности предотвращения еще на стадии проектирования наклона изображения в оптических проекционных (отсчетных) системах, содержащих любое количество зеркал, а также разработке рекомендаций конструктору посвящена настоящая статья.

**Анализ причин наклона изображения в оптических системах с плоскими зеркалами.** Влияние поворота плоского зеркала на направление отраженного луча рассмотрено в справочнике [4]. Для исследования причин возникновения дефекта рассмотрим влияние поворота зеркала лишь на наклон изображения. Пусть в исходном положении зеркало (рис. 2) совпадает с плоскостью  $XU$  неподвижной системы координат  $XYZ$ , а его нормаль  $\mathbf{N}_0$  совпадает с осью  $Z$ , поэтому  $\mathbf{N}_0 = \mathbf{k}$  ( $\mathbf{k}$  — единичный вектор, параллельный оси  $Z$ ). Падающий осевой луч, обозначенный ортом  $\mathbf{A}$  его направления, совпадает с плоскостью  $YZ$  и образует угол  $\varepsilon_0$  с нормалью  $\mathbf{N}_0$ . Тогда отраженный луч — орт  $\mathbf{A}'_0$  — образует равный углу падения угол с нормалью  $\mathbf{N}_0$  и лежит в той же плоскости  $YZ$ , что и падающий по орту  $\mathbf{A}$  луч. По орту  $\mathbf{A}'_0$  направим ось  $Z_l$  лучевой системы  $X_l Y_l Z_l$ , которая повернута на угол  $\varepsilon_0$  по часовой стрелке вокруг оси  $X$  неподвижной системы  $XYZ$ . Эта лучевая система координатных осей связана с наблюдателем (экраном прибора или окулярной сеткой), что удобно при оценке контролируемых отклонений.

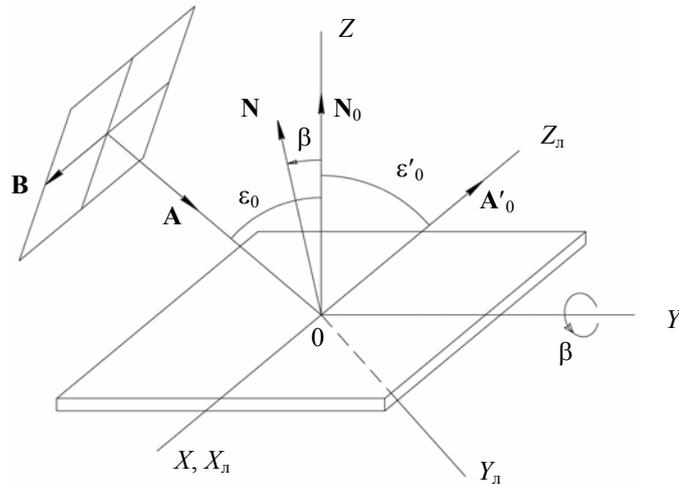


Рис. 2

Повернем зеркало из указанного положения вокруг оси  $Y$  на угол  $\beta$ , вследствие чего выражение для орта нормали примет вид

$$\mathbf{N} = \sin\beta \mathbf{i} + \cos\beta \mathbf{k}, \tag{1}$$

$\mathbf{i}$  — единичный вектор, параллельный оси  $X$ .

Для нахождения угла наклона изображения, возникающего при повороте плоского зеркала, необходимо отразить в этом зеркале любой из векторов направления в плоскости предмета (в которой находится шкала), ортогональному падающему осевому лучу  $\mathbf{A}$ . Применим для этого направление горизонта (орт  $\mathbf{B}$ , совпадающий с направлением оси  $X$  и штрихов шкалы). Для изображения направления горизонта в системе  $X_l Y_l Z_l$  запишем

$$\mathbf{V}'_{\perp} = S_{\perp} M' \mathbf{V} = S_{\perp} M' \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = S_{\perp} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_0 & -\sin \varepsilon_0 \\ 0 & \sin \varepsilon_0 & \cos \varepsilon_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{pmatrix},$$

где  $S_{\perp}$  — матрица перехода от системы  $XYZ$  к  $X_{\perp}Y_{\perp}Z_{\perp}$  путем поворота вокруг оси  $X$  на угол  $\varepsilon_0$ , а  $M'$  — матрица действия плоского зеркала.

Подставив в элементы матрицы проекции орта нормали, повернутой на угол  $\beta$ , из (1) после перемножения и преобразования получим

$$\mathbf{V}'_{\perp} = \begin{pmatrix} \cos 2\beta \\ \sin 2\beta \sin \varepsilon_0 \\ -\sin 2\beta \cos \varepsilon_0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 2\beta \sin \varepsilon_0 \\ -2\beta \cos \varepsilon_0 \end{pmatrix}.$$

Последнее выражение для орта  $\mathbf{V}'_{\perp}$  направления горизонтали справедливо для малого угла  $\beta$  поворота зеркала, откуда находим угол  $\gamma_{\text{ни}}$  наклона изображения, который составит

$$\gamma_{\text{ни}} = \arctg \frac{(\mathbf{V}'_{\perp})_y}{(\mathbf{V}'_{\perp})_x} \approx 2\beta \sin \varepsilon_0.$$

Таким образом, можно сделать заключение, что наклон изображения возникает, когда нормаль зеркала „выходит из плоскости падения“, параллельной в исходном положении одной из плоскостей исходной (базовой) системы координатных осей. Величина этого угла пропорциональна углу  $\beta$  поворота нормали зеркала и синусу угла падения.

Прокладывая путь световому пучку внутри свободного пространства прибора, конструктор решает сразу несколько задач компоновки оптической системы, наиболее сложной из которых является обеспечение требуемого расположения изображения шкалы на экране прибора, поскольку только юстировочными подвижками плоских зеркал эту задачу не решить. Рассчитать направление изображения штрихов шкалы на экране в результате последовательного отражения светового пучка от нескольких зеркал невозможно, пока не известны проекции ортов нормалей всех зеркал на координатные оси.

**Методика проверки разработанной конструктором компоновки системы.** Задачу проверки возможного наклона изображения можно решить, если воспользоваться формулой, полученной в работе [4] и позволяющей найти направление нормали плоского зеркала по заданным направлениям падающего и отраженного лучей:

$$\mathbf{N} = \frac{(A' - A)_x \mathbf{i} + (A' - A)_y \mathbf{j} + (A' - A)_z \mathbf{k}}{\sqrt{2} \sqrt{1 - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}')}},$$

в скобках, в числителе, представлены разности одноименных проекций ортов  $\mathbf{A}'$  отраженного и  $\mathbf{A}$  падающего осевых лучей пучка, а в знаменателе — скалярное произведение тех же ортов.

Осуществляя трассировку светового пучка и используя программу автоматизированного проектирования, можно найти проекции ортов падающего и отраженного осевых лучей для конкретного зеркала. Получив, таким образом, выражения для ортов нормалей всех зеркал оптической системы, с помощью следующего алгоритма можно найти выражение для орта  $\mathbf{V}^k_{\perp}$  — изображения направления горизонтали (штрихов шкалы) на экране прибора

$$\mathbf{V}^k_{\perp} = S_3 M'_k \cdot \cdot \cdot M'_2 M'_1 \mathbf{V},$$

где  $M'_1, M'_2, \dots, M'_k$  — матрицы действия плоских зеркал,  $k$  — число зеркал в системе,  $S_3$  — матрица перехода от базовой системы координатных осей к системе осей экрана.

Умножив справа налево орт  $\mathbf{V}$  направления горизонтали (штрихов шкалы) на матрицы действия плоских зеркал, расположенных последовательно согласно оптической схеме, и перейдя к системе осей экрана, находим орт  $\mathbf{V}^k_{\perp}$  направления изображения этих штрихов на экране прибора, чтобы сравнить полученный результат с требуемым.

С целью сокращения времени проверки возможного наклона изображения целесообразно использовать следующие выводы и рекомендации.

1. Для разработки компоновки оптической проекционной (отсчетной) системы необходимо задать базовую систему координатных осей, связанную с основными функциональными устройствами прибора, базами его корпусных деталей, например, плоскостью основания прибора, направлением осей вращения или направлением перемещения подвижных систем, следом плоскости экрана на горизонтальной плоскости. Тогда оптическую ось объектива проекционной (отсчетной) системы можно направить вдоль одной из осей этой системы координат.

2. Орт направления плоскости предмета сохраняет свою ориентацию и после отражения от зеркала, если он перпендикулярен плоскости падения осевого луча, но изменяет направление, если оказывается параллельным плоскости падения, в частном случае при угле отклонения осевого луча  $90^\circ$  направление орта изменяется также на  $90^\circ$ .

3. Наиболее просто проконтролировать ориентацию плоскости изображения, если угол отклонения осевого луча составляет  $90^\circ$ , при таком угле луч остается параллельным одной из осей базовой системы координат. Отклонение (наклон) осевого луча, при котором плоскость падения оказывается наклоненной к одной из плоскостей базовой системы координат, приводит к наклону изображения. Этот наклон изображения может быть скомпенсирован последующим поворотом осевого луча вокруг одной из осей базовой системы координат на тот же угол. При этом важно, чтобы орты падающего и отраженного осевых лучей имели одинаковые проекции на одну из осей базовой системы координат.

4. При четном числе отражений изображение шкалы остается прямым, а при нечетном — зеркальным.

**Заключение.** Предложена методика проверки компоновки оптической проекционной системы, содержащей ряд плоских зеркал. В основу методики положена формула, позволяющая по заданным в процессе проектирования направлениям падающего и отраженного осевых лучей найти направление нормали плоского зеркала. Полученные таким образом выражения для ортов нормалей всех зеркал системы позволяют, с использованием достаточно простого алгоритма, получить выражение для изображения орта направления плоскости предмета на экране прибора и оценить результат.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коломийцов Ю. В., Духонел И. И., Инюшин А. И. и др. Оптические приборы для измерения линейных и угловых величин в машиностроении. М.: Машиностроение, 1964. 256 с.
2. Феоктистов В. Г. Лабораторные весы. М.: Изд-во стандартов, 1979. 200 с.
3. Бурбаев А. М., Чумаченко А. В. Устранение поворота изображения в процессе юстировки оптических измерительных приборов // Сб. тр. VII Междунар. конф. „Прикладная оптика—2006“. СПб, 2006. Т. 1. С. 39—42.
4. Погарев Г. В., Киселёв Н. Г. Оптические юстировочные задачи. Л.: Машиностроение, 1989. 260 с.

#### Сведения об авторах

**Амир Маруанович Бурбаев**

— доцент; Университет ИТМО, кафедра компьютерной фотоники и видеоинформатики; E-mail: aburbaev@mail.ru

**Ксения Викторовна Нижегородова**

— студент; Университет ИТМО, кафедра компьютерной фотоники и видеоинформатики; E-mail: nizhegorodovakv@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
компьютерной фотоники  
и видеоинформатики

Поступила в редакцию  
28.01.16 г.

**Ссылка для цитирования:** Бурбаев А. М., Нижегородова К. В. Предотвращение наклона изображения в оптических системах с плоскими зеркалами // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 4. С. 306—310.

**PREVENTION OF IMAGE TILT IN PLANE MIRROR OPTICAL SYSTEMS****A. M. Burbaev, K. V. Nizhegorodova***ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia**E-mail: aburbaev@mail.ru*

Reasons for tilt of image in plane mirror projecting (indication) systems of measuring instruments are considered. Reasons for image tilt in the systems are analyzed. A method is developed for checking the mirrors arrangement on the system design stage. The proposed approach is based on vector-matrix representation. Practical recommendations for system designer are formulated.

**Keywords:** optical projecting systems, plane mirrors, image inclination, system arrangement, vector-matrix method

**Data on authors**

- Amir M. Burbaev** — Associate Professor; ITMO University, Department of Computer Photonics and Digital Video Processing; E-mail: aburbaev@mail.ru
- Kseniya V. Nizhegorodova** — Student; ITMO University, Department of Computer Photonics and Digital Video Processing; E-mail: nizhegorodovakv@yandex.ru

**For citation:** *Burbaev A. M., Nizhegorodova K. V.* Prevention of image tilt in plane mirror optical systems // *Izv. vuzov. Priborostroenie.* 2016. Vol. 59, N 4. P. 306—310 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-4-306-310