

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В. И. СЕНЬЧЕНКОВ

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: svi9@rambler.ru

Предложен новый подход к формированию множества контролируемых признаков сложных технических систем, заключающийся в обработке траекторий выходных процессов системы на основе теории пространств измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу. Такой подход позволяет аппроксимировать частичными суммами рядов Фурье траектории с произвольным множеством конечных разрывов, тем самым учитывая сложность структуры систем и алгоритмов их функционирования. Обосновано применение в качестве контролируемых признаков коэффициентов разложения траекторий в частичные суммы рядов Фурье по ортонормированному базису Лежандра. Получены усовершенствованные, по сравнению с предложенными автором в предыдущих работах на основе других базисов, зависимости для вычисления значений контролируемых признаков и определения их количества. Раскрываются новые аспекты построения изображений — формального описания видов технического состояния системы. Построение осуществляется по ограниченному объему неоднородной априорной информации с привлечением одного из методов непараметрического статистического анализа — стохастической аппроксимации и теории конечномерных евклидовых пространств. Раскрыты преимущества использования в структуре рекуррентных соотношений, на основе которых строятся изображения, ортогонального тригонометрического базиса в пространстве непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману. Множество изображений всех видов технического состояния является основой математического аппарата диагностирования системы. Представленный материал может быть использован при разработке алгоритмического обеспечения автоматизированных систем мониторинга технического состояния.

Ключевые слова: техническое состояние, диагностирование, наблюдаемое состояние, контролируемый признак, траектория, измеримость по Лебегу, изображение вида технического состояния, базис Лежандра, ортогональный тригонометрический базис

Введение. Наличие объективной информации о техническом состоянии сложных систем — важнейшее условие обеспечения их надежности на этапе эксплуатации. Поэтому диагностирование таких систем должно опираться на теоретическую базу, позволяющую в полной мере учитывать сложность построения систем и алгоритмов их функционирования [1—5].

В настоящей статье развивается новый подход [6] к математическому описанию сложных технических систем как объектов диагностирования, основанный на привлечении теории пространств измеримых функций, непараметрического статистического анализа и теории конечномерных евклидовых пространств.

Каждая сложная система характеризуется выходным процессом или наблюдаемым состоянием

$$\mathbf{F}_{\langle v \rangle} = (f_1, f_2, \dots, f_v)^T, \quad \mathbf{F}_{\langle v \rangle} \in F, \quad (1)$$

где F — множество возможных наблюдаемых состояний.

Компонентами f_j , $j = \overline{1, v}$, вектора (1) являются траектории выходных параметров (физических величин), зарегистрированные в контрольных точках системы. В зависимости от технического состояния системы траектории изменяются. Задача состоит в том, чтобы любую

траекторию представить совокупностью количественных характеристик — контролируемых признаков, которые однозначно определяют ее поведение.

После преобразования всех траекторий вектора (1) формируется вектор нормированного наблюдаемого состояния

$$\mathbf{Y}_{\langle n \rangle} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T, \quad \mathbf{Y}_{\langle n \rangle} \in Y, \quad (2)$$

где $y_j, j = \overline{1, n}$ — числовые значения контролируемых признаков; Y — множество нормированных наблюдаемых состояний.

Размерность вектора (2) определяется как

$$n = \sum_{j=1}^v n_j, \quad (3)$$

где n_j — число контролируемых признаков, которыми представляется траектория f_j .

Иначе требуется задать биективное отображение

$$\Psi: F \rightarrow Y, \quad (4)$$

которое позволяет сопоставить каждому вектору траекторий $\mathbf{F}_{\langle n \rangle}$ единственный вектор $\mathbf{Y}_{\langle n \rangle}$ нормированного наблюдаемого состояния: $\Psi: F_{\langle v \rangle} \mapsto Y_{\langle n \rangle}$.

Случай, когда моделирование базируется на предположении, что траектории выходных процессов в рамках одного вида технического состояния системы регистрируются как непрерывные зависимости времени, достаточно глубоко исследован в известных работах.

Однако анализ структуры и режимов применения сложных систем показывает, что необходимо предусматривать возможность разрывов траекторий в рамках одного вида технического состояния. Сложные системы могут иметь режимы, когда в течение короткого интервала времени выполняются многочисленные программные переключения со скачкообразным изменением параметров — разрывом траекторий.

Для формирования множества контролируемых признаков в данном случае необходимо выбрать класс математических объектов, которыми допустимо представлять траектории с произвольным множеством конечных разрывов. Тот факт, что эти разрывы всегда конечны, следует из физической сущности рассматриваемых процессов — значения любого параметра, характеризующего функционирование системы, ограничены.

Преобразование траекторий выходных процессов системы к виду измеримых функций. Далее предполагается, что областью определения T каждой траектории $f(t), t \in T$, является временной интервал, соответствующий времени регистрации выходного процесса в рамках одного вида технического состояния системы.

Из вышеизложенного видно, что траектории могут рассматриваться как ограниченные функции следующих видов: непрерывные; разрывные в точках; разрывные на интервалах; разрывные в точках и на интервалах.

Для траекторий, имеющих разрывы на интервалах τ , можно выделить три случая [7].

1. Траектории представляют собой отдельные импульсы, расположение которых на области определения зависит от технического состояния системы. Импульсы могут периодически следовать один за другим (рис. 1), а отклонения ε начальной фазы каждого импульса от заданного периода T являются признаками изменения технического состояния.

2. Траектории имеют произвольную форму в рамках указанных выше ограничений, а величина интервалов, на которых они претерпевают разрывы, инвариантна к изменению технического состояния системы (рис. 2). Такие интервалы могут появляться, например, в процессе программных отключений отдельных подсистем, которые подвергаются диагностированию.

3. Форма траекторий произвольна, но существуют разрывы на интервалах, величина которых зависит от технического состояния системы.

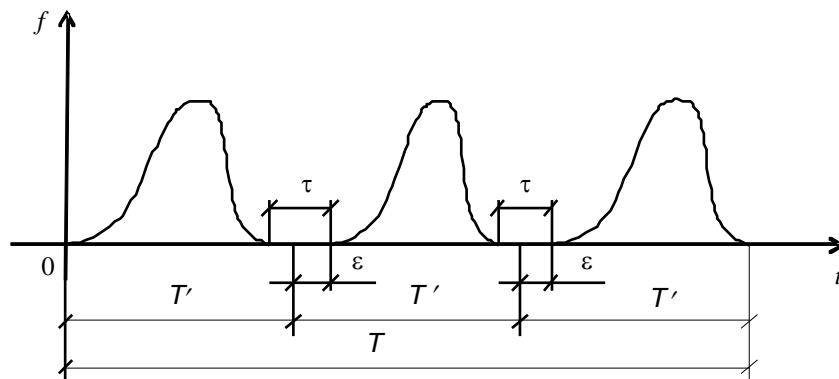


Рис. 1

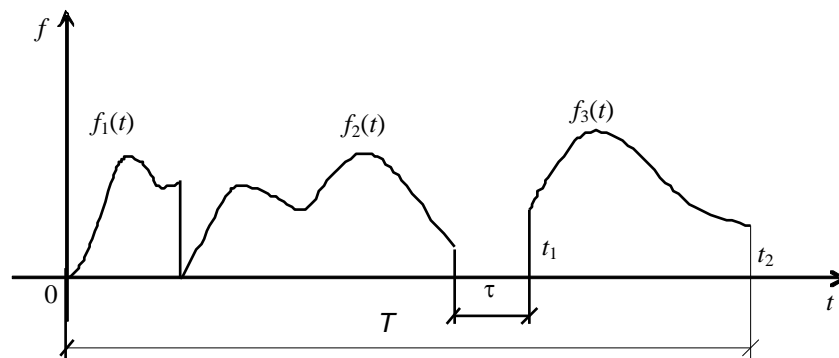


Рис. 2

С учетом всех физически реализуемых видов траекторий и принятых ограничений в качестве математических объектов представления траекторий берутся измеримые по Лебегу функции [8]. На эти функции накладываются минимальные ограничения по непрерывности — они могут иметь не более чем счетное множество разрывов первого рода [9]. Если на области определения T траекторий задана σ -алгебра B борелевских множеств [10], то мера Лебега определяется как

$$\mu = \mu[t_1; t_2] = t_2 - t_1; \quad t_1, t_2 \in T, t_1 < t_2$$

или мера Лебега с уплотнением

$$\mu[t_1; t_2] = \int_{t_1}^{t_2} s(t) dt. \quad (5)$$

Выражение (5) задано интегралом Римана от функции плотности меры $s(t) \in C(T)$; $C(T)$ — множество непрерывных функций, заданных на T .

Тогда все не более чем счетные множества области определения, к которым относятся одноточечные и пустые, имеют нулевую меру, а мера континуальных ограниченных множеств положительна и конечна. Следовательно, непрерывные и разрывные в точках траектории будут измеримы по Лебегу в исходном виде. Траектории с разрывами на интервалах τ , относящиеся к случаю, приведенному на рис. 1, представляются как непрерывные функции посредством включения в их состав указанных интервалов в качестве множеств нулевых значений данных функций. Тем самым учитывается расположение на области определения составных частей (импульсов) исходных траекторий.

Для того чтобы привести к виду измеримых функций траектории, удовлетворяющие случаю, представленному на рис. 2, достаточно исключить из них разрывы на интервалах. Поскольку величины указанных интервалов инвариантны к изменению технического состояния системы, интервалы могут быть стянуты в точки. Такой прием означает преобразование

множеств положительной меры в множества, мера которых равна нулю. Например, траектория состоит из трех участков, или функций $f_i(t)$, $i = \overline{1,3}$ (см. рис. 2). Интервал τ стягивается в точку посредством преобразования функции $f_3(z)$ в функцию $f_3^*(t + \tau)$, при этом $f_3(t) = f_3^*(t + \tau)$. Полученная траектория показана на рис. 3. Важно отметить, что мера множества $[t_1; t_2]$, на котором определена функция $f_3(t)$, совпадает с мерой области определения $[t'_1; t'_2]$ функции $f_3^*(t + \tau)$:

$$\mu[t_1; t_2] = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1 = \mu[t'_1; t'_2].$$

Если используется мера Лебега с уплотнением, то функция $s(t)$ плотности меры заменяется функцией $s_3^*(t + \tau)$: $s(t) = s_3^*(t + \tau)$, тогда $\mu[t_1; t_2] = \int_{t_1}^{t_2} s(t) dt = \int_{t'_1}^{t'_2} s^*(t + \tau) dt = \mu[t'_1; t'_2]$.

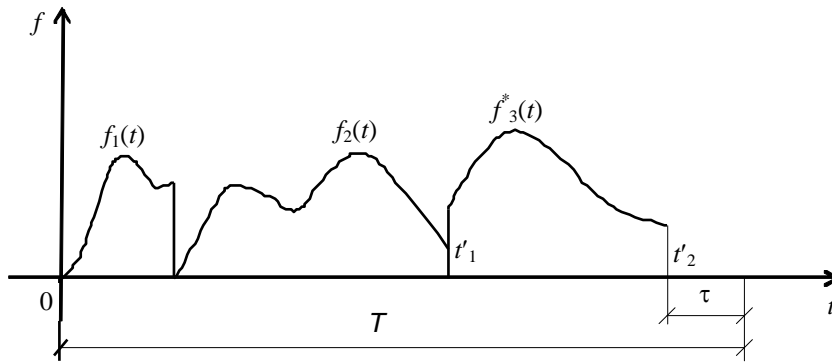


Рис. 3

В общем виде преобразование траекторий сводится к следующему. На области определения траектории выбирается множество, на котором заданы или одна функция, принадлежащая данной траектории, или несколько f_j , $j \in J^t$, отделенных точками (где J^t — индексное множество). Эти функции принимаются неподвижными, т.е. подвергаются тождественному преобразованию:

$$f_j(t) = f_j^*(t + \tau), \quad \tau = 0.$$

Остальные функции $f_r(t)$, $r \in I^t \setminus J^t$ преобразуются на основе выражения

$$f_r(t) = f_r^* \left(t \pm \sum_{p \in I^\tau} \tau_p \right),$$

где I^t , I^τ — соответственно индексные множества функций, принадлежащих траектории, и интервалов τ_p , которыми отделены функции $f_r(t)$ от $f_j(t)$.

Траектории с разрывами на интервалах, относящиеся к третьему случаю, преобразовать к виду измеримых функций не представляется возможным. Величина интервалов зависит от технического состояния, следовательно, их стягивание в точки означало бы потерю информации об изменении состояния системы. Как показывает анализ, класс систем с такими выходными процессами достаточно узок, поэтому рассматриваемый случай является несущественным ограничением для технических приложений изложенного преобразования.

Структура функционального пространства $L_2(T, \mathbf{B}, \mu)$ на множестве траекторий. Пусть f_j — множество траекторий, представляющих j -ю координату векторов (1):

$$f_j = \{ f_j \}, \quad j = \overline{1, \nu}. \tag{6}$$

Предполагается, что элементы множеств (6) преобразованы к виду измеримых по Лебегу функций. Для того чтобы найти отображение (4), на каждом из множеств (6) должна быть

задана структура функционального пространства. В работе [6] обоснованы и сформулированы требования к свойствам данного пространства, на основе которых осуществляется преобразование траекторий. Указанными свойствами обладает известное из функционального анализа [8] пространство $L_2(T, B, \mu)$ измеримых функций, квадратично интегрируемых по Лебегу, и только оно.

Траектория как элемент пространства L_2 может быть разложена по счетному базису $\{\varphi_k | k=0, 1, 2, \dots\}$ — ортогональному или ортонормированному — и представлена как сумма сходящегося ряда. Сходимость рядов к траекториям в L_2 вытекает из того, что L_2 изоморфно пространству l_2 бесконечных числовых последовательностей со сходящейся суммой квадратов [8]:

$$l_2 = \left\{ (l_{(k)})_{k \in N} \mid \sum_{k \in N} l_{(k)}^2 < \infty \right\}; L \cong l_2,$$

где \cong — отношение изоморфности; N — множество натуральных чисел.

В силу указанной изоморфности каждый элемент $(l_{(k)})_{k \in N} \in l_2$ может трактоваться как последовательность коэффициентов ряда, сходящегося к какой-либо траектории при разложении ее по базису $\{\varphi_k | k=0, 1, 2, \dots\}$.

Поскольку в этом пространстве ряды сходятся всегда, коэффициенты разложения вычисляются единственным образом и дают полное представление о поведении траектории. Поэтому определенное число коэффициентов при начальных (как наиболее значимых) членах разложения траекторий являются признаками, содержащими информацию о техническом состоянии системы, или контролируемые признаки.

Для аппроксимации траекторий в L_2 следует применять ряды Фурье, поскольку их частичные суммы наименее отклоняются от траекторий в среднем квадратичном [8]:

$$\min_{d_k \in D} \left\{ \left\| f - \sum_{k=0}^p d_k \varphi_k \right\|^2 \right\} = \left\| f - \sum_{k=0}^p c_k \varphi_k \right\|^2 = \int_T \left(f - \sum_{k=0}^p c_k \varphi_k \right)^2 d\mu, \quad (7)$$

где $\sum_{k=0}^p d_k \varphi_k$ и $\sum_{k=0}^p c_k \varphi_k$ — частичные суммы рядов с произвольными коэффициентами d_k и

коэффициентами Фурье c_k ; $\left\| f - \sum_{k=0}^p c_k \varphi_k \right\|^2$ — нормированное значение отклонения; D — мно-

жество всех возможных значений коэффициентов при базисных функциях φ_k .

Правая часть выражения (7) задана интегралом Лебега. Следует заметить, что конструкция интеграла Лебега позволяет находить первообразные для функций со счетным множеством разрывов первого рода.

Соотношение для вычисления коэффициентов Фурье в L_2 по ортонормированному базису $\{\varphi_k | k=0, 1, 2, \dots\}$ имеет следующий вид [11, 12]:

$$c_k = \int_T f(t) \varphi_k(t) d\mu. \quad (8)$$

Наиболее простым ортонормированным базисом в пространстве L_2 , заданном на множестве конечной меры, является базис Лежандра. По этой причине целесообразно использовать именно его. Для получения рядов Фурье по базису Лежандра в явной форме область определения траекторий необходимо показать в виде закрытого интервала: $T = [t'; t'']$. Тогда указанный базис задается формулой Родрига [13], которая в адаптированном виде представляется как

$$\varphi_k(t) = \frac{1}{k!2^k} \frac{d^k}{dt^k} (t^2 - 1)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где $t' < t < t''$, $\frac{d^k}{dt^k}(\cdot)$ — производная k -го порядка по переменной t .

Начальные элементы этого базиса в соответствии с выражением (9):

$$\varphi_0(t) = 1, \quad \varphi_1(t) = t, \quad \varphi_2(t) = \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2}, \quad \varphi_3(t) = \frac{5}{2}t^3 - \frac{3}{2}t, \quad \varphi_4(t) = \frac{35}{8}t^4 - \frac{15}{4}t^2 + \frac{3}{8}, \dots$$

С учетом выражений (8) коэффициенты Фурье траекторий вектора (1) вычисляются по формулам

$$c_{kj} = (2k+1) \int_{\Gamma} f_j(t) \varphi_k \left(\frac{2t}{t''-t'} \right) d\mu, \quad j = \overline{1, v}, \quad (10)$$

а частичные суммы рядов Фурье определяются соотношениями

$$f_j(t) \approx \sum_{k=0}^p c_{kj} \varphi_k \left(\frac{2t}{t''-t'} \right), \quad j = \overline{1, v}. \quad (11)$$

Формирование нормированного наблюдаемого состояния системы. При решении конкретных прикладных задач возникает вопрос о мощности множества элементов, которые следует включать в частичные суммы рядов Фурье, чтобы обеспечить требуемую результативность диагностирования.

Пусть $\sum_{k=0}^p c_{kj} \varphi_k$ и $\sum_{k=0}^{sp} c_{kj} \varphi_k$ — две частичные суммы вида (11) различной длины ($s = 2, 3, \dots$). В первом приближении может быть принято $s = 2$. Если отличие отклонений этих сумм от траектории удовлетворяет некоторому предельно допустимому значению, то мощность $p+1$ множества коэффициентов при начальных членах разложения является достаточной для характеристики поведения траектории f_j . В случае относительного сравнения отклонений может быть предложено условие

$$\left| \frac{\left\| f_j - \sum_{k=0}^p c_{kj} \varphi_k \right\|^2 - \left\| f_j - \sum_{k=0}^{sp} c_{kj} \varphi_k \right\|^2}{\left\| f_j - \sum_{k=0}^p c_{kj} \varphi_k \right\|^2} \right| \leq \delta, \quad j = \overline{1, v}, \quad (12)$$

где δ — максимально допустимое относительное различие отклонений.

Если для траектории f_j неравенство (12) выполняется, то число коэффициентов Фурье, которые принимаются в качестве контролируемых признаков в соответствующей контрольной точке системы, равно $p+1$. В противном случае число слагаемых в частичной сумме

$\sum_{k=0}^p c_{kj} \varphi_k$ нужно последовательно увеличивать на единицу и каждый раз проверять неравенство (12).

Пусть при разложении компонента f_1 вектора (1) в частичную сумму $\sum_{k=0}^p c_{kj} \varphi_k$ ряда Фурье получено $p+1 = n_1$ коэффициентов. Они принимаются в качестве начальных n_1 компонентов вектора (2):

$$c_{01} = y_1, \quad c_{11} = y_2, \dots, \quad c_{n_1-1,1} = y_{n_1}. \quad (13)$$

Пусть также при разложении компонента f_2 вектора (1) получено $p+1 = n_2$ коэффициентов. Они принимаются в качестве следующих n_2 компонентов вектора (2). Аналогичным образом производится разложение траекторий f_j , $j = \overline{3, v}$, а полученные совокупности коэффициентов n_j , $j = \overline{3, v}$, располагаются за совокупностью n_2 в порядке возрастания номеров. В итоге будет получен вектор нормированного наблюдаемого состояния (2), размерность которого определяется выражением (3).

Таким образом, отображение (4) задается соотношениями (10), (12) а также равенствами (13) для первого компонента вектора (1) и аналогичными равенствами для последующих.

Построение изображений видов технического состояния системы. Формальное описание вида технического состояния системы (например, какого-либо отказа) называется его изображением. Множество изображений всех видов технического состояния составляет основу математического обеспечения диагностирования системы.

Пусть Q — множество наименований видов технического состояния:

$$Q = \{q_i \mid i = \overline{1, m}\}. \quad (14)$$

Реализация отображения (4), в результате которой формируется множество Y , позволяет строить изображения, опираясь на свойства конечномерных евклидовых пространств. Для этого на Y задается структура n -мерного евклидова пространства [9]. В этом пространстве выделяются подмножества Y^i , $i = \overline{1, m}$, каждое из которых соответствует i -му виду технического состояния из множества (14). Подмножества Y^i с топологической точки зрения представляют собой частично пересекающиеся области в пространстве Y [14].

Процесс отнесения текущего состояния системы к той или иной области Y^i в этом пространстве характеризуется значительной неопределенностью из-за наличия пересечений областей и может давать ошибочные результаты. Поэтому каждую область Y^i в модели необходимо заменить одним элементом

$$E_i = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{in})^T, \quad i = \overline{1, m}, \quad (15)$$

который интегрально описывает свойства всей области и представляет собой изображение i -го вида технического состояния.

Известно, что на евклидовых пространствах реализуется принцип сжимающих отображений [8]. В соответствии с этим принципом всегда может быть найдена та или иная вычислительная схема, которая позволяет выразить целую область изображением вида (15). Для этого предварительно должна быть получена некоторая выборка нормированных наблюдаемых состояний Y_k^i , принадлежность которых каждому подмножеству Y^i известна [15]:

$$\{Y_{<n>k}^1 \mid k = \overline{1, N_1}\} \subset Y^1; \quad \{Y_{<n>k}^2 \mid k = \overline{1, N_2}\} \subset Y^2; \dots; \{Y_{<n>k}^m \mid k = \overline{1, N_m}\} \subset Y^m, \quad (16)$$

где N_i — мощность выборки по i -му виду технического состояния.

Выборка (16) в общем случае является неоднородной и ограниченной по объему. Это связано с недостатком статистической информации по отказам сложных технических систем, особенно уникальных и эксплуатируемых в единичных экземплярах. Неоднородную статистическую информацию малых объемов позволяют обрабатывать методы непараметрического статистического анализа, в частности, метод стохастической аппроксимации [16, 17].

Наиболее простая и эффективная вычислительная схема, которая выводится на основе этого метода, представляется рекуррентными соотношениями [15, 18, 19], реализующими алгоритм Роббинса—Монро:

$$E_i(k) = E_i(k-1) - \frac{1}{k} [E_i(k-1) - G(Y^i(k))], \quad i = \overline{1, m}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (17)$$

где

$$G(\mathbf{Y}) = (g_1(\mathbf{Y}), g_2(\mathbf{Y}), \dots, g_n(\mathbf{Y}))^T \quad (18)$$

— ортогональная система функций, или G -преобразованием вектора \mathbf{Y} .

Для каждого компонента e_{ij} вектора \mathbf{E}_i рекуррентные соотношения представляются как

$$e_{ij}(k) = e_{ij}(k-1) - \frac{1}{k} [e_{ij}(k-1) - g_j(Y^i(k))], \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Компонент e_{ij} показывает степень подобия нормированных наблюдаемых состояний, принадлежащих i -му виду технического состояния, по j -му контролируемому признаку.

Возникает задача формирования ортогональной системы функций (18). В известных работах предлагаются различные варианты таких систем. Так, в работе [15] для построения системы (18) впервые использовался ортонормированный тригонометрический базис в пространстве C_2 непрерывных функций, квадратично интегрируемых по Риману [8]. Однако, как показал анализ, большими преимуществами обладает ортогональный тригонометрический базис в этом же пространстве:

$$1, \sin kx, \cos kx, \quad x \in R, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (19)$$

где R — множество вещественных чисел.

Начальные элементы этого базиса принимаются в качестве основы построения системы функций (18). Данная система ортогональна, если базисная функция $g_r(\mathbf{Y})$ задается соотношением:

$$g_r(\mathbf{Y}) = \begin{cases} \delta_{rj} \sin ky_j, & k = (j+1)/2, \quad j \text{ — нечетное;} \\ \delta_{rj} \cos ky_j, & k = j/2, \quad j \text{ — четное;} \\ r, & j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (20)$$

где $\delta_{rj} = \begin{cases} 1, & \text{если } r = j; \\ 0, & \text{если } r \neq j \end{cases}$ — дельта-функция (символ Кронекера).

Ортогональность системы (18) следует из того, что каждая функция $g_j(\mathbf{Y})$ определяется только одним элементом базиса (19). Влияние других элементов исключается введением в соотношение (20) символа Кронекера.

Выражение (17) позволяет формировать изображение $\mathbf{E}_i(k)$ на последующем шаге через это же изображение $\mathbf{E}_i(k-1)$ на предыдущем шаге и очередной элемент $\mathbf{Y}(k)$ из выборки (16). В качестве изображения на нулевом шаге берется произвольный элемент выборки после его G -преобразования: $\mathbf{E}_i(0) = G(\mathbf{Y}(0))$. Тригонометрические функции в выражении (20) ограничивают значения координат e_{ij} интервалом $[-1; 1]$. Ограниченность координат значительно упрощает алгоритмическую реализацию процесса построения изображений, а также вычислительные операции при диагностировании.

На множестве всех G -преобразованных элементов пространства \mathbf{Y} порождается новое евклидово пространство $G(\mathbf{Y})$, в котором каждая координата ограничена диапазоном $[-1; 1]$. В нем также выделяются частично пересекающиеся между собой области $G(\mathbf{Y}^i)$. Множество $\mathbf{E} = \{\mathbf{E}_i \mid i = \overline{1, m}\}$ построенных изображений содержится именно в данном пространстве: $\mathbf{E} \subset G(\mathbf{Y})$. По этой причине все последующие зависимости строятся на топологии пространства $G(\mathbf{Y})$.

По мере увеличения числа шагов достигается сходимость процесса уточнения изображений к оптимальному вектору \mathbf{E}_i^* :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \rho(\mathbf{E}_i(k), \mathbf{E}_i^*) = 0,$$

где $\rho(\mathbf{E}_i(k), \mathbf{E}_i^*) = \left(\sum_{j=1}^n (e_{ij}(k) - e_{ij}^*)^2 \right)^{0,5}$ — расстояние в пространстве $G(Y)$ между $\mathbf{E}_i(k)$ и \mathbf{E}_i^* .

Оптимальность \mathbf{E}_i^* понимается как минимум суммарного расстояния между данным изображением и всеми элементами области $G(Y^i)$:

$$\sum_{p: \mathbf{Y}_p \in G(Y^i)} \rho(\mathbf{E}_i^*, G(\mathbf{Y}_p)) = \min_{\mathbf{E}_i(k) \in G(Y^i)} \left\{ \sum_{p: \mathbf{Y}_p \in G(Y^i)} \rho(\mathbf{E}_i(k), G(\mathbf{Y}_p)) \right\}.$$

Очевидно, что в конкретных алгоритмах число шагов при построении изображений ограничено объемом выборки (16). В результате изображения \mathbf{E}_i , полученные после заключительного шага, могут отличаться от \mathbf{E}_i^* . Поэтому математический аппарат диагностирования должен обладать свойством адаптивности. В рамках изложенного подхода адаптивность обеспечивается, поскольку процесс уточнения изображений с применением рекуррентных соотношений может быть продолжен при получении дополнительной информации о техническом состоянии системы.

Заключение. Предложенный аппарат формирования множества контролируемых признаков на основе свойств пространства L_2 обобщает и дополняет известные подходы в том смысле, что последние являются его частными случаями. Использование в рекуррентных соотношениях (17) ортогонального тригонометрического базиса приводит к порождению в структуре модели новой составляющей — замкнутого и ограниченного евклидова пространства $G(Y)$. Топология данного пространства еще подлежит более глубокому исследованию, поскольку здесь могут быть получены новые результаты по метрическим методам диагностирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев А. К., Мальцев П. А.* Основы теории построения и контроля сложных систем. Л.: Энергоатомиздат, 1988. 192 с.
2. *Acar Y., Kadipasaoglu S., Schipperijn P.* A decision support framework for global supply chain modelling: An assessment of the impact of demand, supply and lead – time uncertainties on performance // Intern. J. of Production Research. 2010. Vol. 48, N 11. P. 3245—3268.
3. *Sokolov B., Ivanov D.* Integrated scheduling of material flows and information services in industry 4.0 supply networks // IFAC – Papers Online. 2015. Vol. 48, N 3. P. 1533—1538.
4. *Статников И. Н., Фирсов Г. И.* Интерактивное структурирование пространства параметров при проектировании динамических систем // Вестник ТГТУ. 2015. Т. 21, № 1. С. 36—41. DOI: 10.17277/vestnik.2015.01.pp.036-041.
5. *Сеньченков В. И., Моторин В. М., Грушковский П. А.* Построение оптимальных алгоритмов диагностирования с ограничениями методом динамического программирования // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 10. С. 783—791.
6. *Сеньченков В. И.* Модели, методы и алгоритмы анализа технического состояния. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 377с.
7. *Сеньченков В. И.* Математическое обеспечение контроля технического состояния мехатронных комплексов // Авиакосмическое приборостроение. 2005, № 10. С. 27—32.
8. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2009. 572 с.
9. *Зорич В. А.* Математический анализ. Ч. 1. М.: МЦНМО, 2002. 674 с.

10. Халмош П. Теория меры / Пер. с англ. Д. А. Василькова; под ред. С. В. Фомина. М.: Изд-во иностр. литер., 1953. 280 с.
11. Тенев В. А., Русяк И. Г., Суфиянов В. Г., Ермолаев М. А., Нефедов Д. Г. Построение аппроксимирующих математических моделей по результатам численных экспериментов // Вестник ЮУрГУ. Сер. „Математическое моделирование и программирование“. 2015. Т. 8, № 1. С. 76—87. DOI: 10.14529/mmp150106.
12. Volovich G. I., Solomin E. V., Topolskaya I. G., Topolsky D. V. A mathematical model of noise in the measuring channels of intelligent systems // Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software. 2014. Vol. 7, N 4. P. 120—125.
13. Суетин П. К. Классические ортогональные полиномы. М.: Наука, 1979. 416 с.
14. Сеньченков В. И., Абсалямов Д. Р. Формальное описание отказов и выбор минимального множества контролируемых признаков в технических системах // Авиакосмическое приборостроение. 2011. № 3. С. 36—41.
15. Сеньченков В. И. Процедура обучения при разработке моделей контроля технического состояния сложных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 1. С. 3—8.
16. Кан Ю. С. О сходимости процедуры стохастической аппроксимации для оценивания квантильного критерия в случае разрывной функции распределения // Автоматика и телемеханика. 2011, № 2. С. 71—76.
17. Граничин О. Н. Поисковые алгоритмы стохастической аппроксимации с рандомизацией на входе // Автоматика и телемеханика. 2015. № 5. С. 43—59.
18. Биргер И. А. Техническая диагностика. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.
19. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978. 411 с.

Сведения об авторе

Валентин Иванович Сеньченков — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных технических систем космических комплексов;
E-mail: svi9@rambler.ru

Рекомендована кафедрой
специальных технических систем
космических комплексов

Поступила в редакцию
03.03.16 г.

Ссылка для цитирования: Сеньченков В. И. Математический аппарат диагностирования сложных технических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 7. С. 547—557.

MATHEMATICAL FORMALISM FOR DIAGNOSING OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEM

V. I. Senchenkov

A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: svi9@rambler.ru

A new approach to the formation of the set of controlled parameters of the complex technical systems is proposed. The essence of the method is the processing of the trajectories of the output processes of the system on the base of the theory of the spaces of the measurable Lebesgue square-integrable functions. The approach allows for the trajectories with an arbitrary set of the finite discontinuities to be approximated by partial sums of the Fourier series, thereby to take into account the complexity of the structure and algorithms of the systems operation. It is shown that coefficients of the trajectory expansion into a finite Fourier series on the base of orthonormal Legendre polynomials may be employed as control indicators. Dependences used for calculation of values of the controlled indicators and for the definition of their number are improved as compared to those proposed in previous works by the author based on other bases.

Keywords: technical condition, diagnosis, observed condition, controlled indicator, trajectory, Lebesgue measurability, technical condition image, Legendre basis, orthogonal trigonometric basis

Data on author

Valentine I. Senchenkov — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Technical Systems of Space Complexes;
E-mail: svi9@rambler.ru

For citation: *Senchenkov V. I.* Mathematical formalism for diagnosing of complex technical system // *Izv. vuzov. Priborostroenie.* 2016. Vol. 59, N 7. P. 547—557 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-7-547-557