

ИССЛЕДОВАНИЕ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

О. В. БРЯНЦЕВА¹, В. А. ПОДЧУКАЕВ²¹Саратовская государственная юридическая академия, 410028, Саратов, Россия²Саратовская государственная юридическая академия, 410028, Саратов, Россия
Институт проблем точной механики и управления РАН, 410028, Саратов, Россия
E-mail: sstu85@yandex.ru

Представлен анализ переходных процессов в скалярных полях динамических систем, порожденных эффектом „выколотых“ точек этих полей. Получено уравнение движения центра смещения скалярного поля динамической системы в виде равнобочной гиперболы с переменным коэффициентом (числителем), квантованное „выколотыми“ точками центра смещения. Квантовый характер движения продемонстрирован с помощью топологической карты знаковых признаков движения на примере аттрактора Лоренца. Предложена нотная запись прямого и обратного движений с их визуализацией минимальными средствами.

Ключевые слова: скалярное поле, „выколотая“ точка, центр смещения, квант движения, прямое движение, обратное движение, топологическая карта движения, нотная запись

Механизм квантования движения скалярных полей динамических систем. В отличие от пространства состояний $R^n \times [0, \infty)$, где движение совершает изображающая точка решения динамической системы (это движение будем называть прямым), в пространстве решений (или фазовом пространстве R^n) движение совершает изображающая точка не только решения, но и центра смещения скалярного поля, имеющего вид гиперсферы со смещенным центром [1]:

$$x^T(t, t_0, x_0, F)x(t, t_0, x_0, F) + 2G^T[x(t, t_0, x_0, F), x_0]x(t, t_0, x_0, F) = x_0^T x_0, \quad (1)$$

где F — заданный на полуоси $[t_0, \infty)$ ограниченный ненулевой вектор внешних воздействий; t — время; t_0 — заданный начальный момент времени; x_0 — заданный вектор начальных состояний; $G[x(t, t_0, x_0, F), x_0] \in R^n$ — вектор центра смещения гиперсферы, движение которого подчинено уравнению

$$G[x(t, t_0, x_0, F), x_0] = -\frac{1}{2} \operatorname{col} \left[x_i(t, t_0, x_0, F) - \frac{x_{0,i}^2}{x_i(t, t_0, x_0, F)} \right], i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

здесь $x_i(t, t_0, x_0, F)$ — компоненты вектора $x(t, t_0, x_0, F) \in R^n$ решения уравнения

$$\dot{x}(t, t_0, x_0, F) \equiv f[x(t, t_0, x_0, F), t, F] \quad (3)$$

в пространстве состояний.

Уравнение (3) описывает векторное поле, порождающее скалярное поле (1).

Особенность движения (2) заключается в том, что точкам смены знака компонентами вектора состояний (иначе, особым или нулевым точкам векторного поля) соответствуют бесконечно большие разрывы второго рода в выражении (2), называемые „выколотыми“ точками, которые означают, как показано в работе [1, лемма 4], скачкообразный переход (иначе,

квантовый скачок после прохождения выколотой точки) изображающей точки вектора центра смещения на другую ветвь равнобочной гиперболы. Равнобочная гипербола на плоскости (G_i, x_i) показана на рис. 1.

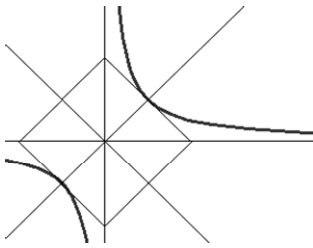


Рис. 1

Тем самым скалярное поле (1) оказывается квантованным „выколотыми“ точками вектора центра смещения, что позволяет, в дополнение к известному в теории автоматического управления квантованию по времени и по уровню, ввести понятие квантования движения „выколотыми“ точками.

Определение 1. Квант движения означает интервал знакопеременной компоненты ротора векторного поля [1], где ее знак постоянен, а интервал заканчивается „выколотой“ точкой, порожденной особой точкой вектора состояний $x_i(t, t_0, x_0, F) = 0$.

Уравнение (2) описывает сложное движение всех компонент вектора центра смещения в плоскостях (G_i, x_i) , оси которых $x_i, i = \overline{1, n}$, образуют фазовое пространство R^n . Следовательно, формализма только двух пространств (пространства состояний и фазового пространства) недостаточно для описания движений векторного и скалярного полей, поскольку для описания движения изображающей точки вектора центра смещения необходимо ввести в рассмотрение третье (дополнительное) пространство с взаимно ортогональными осями $G_i, i = \overline{1, n}$.

Определение 2. Пространство движений центра смещения гипертферы (1) назовем гиперпространством состояний вектора центра смещения.

Отличие гиперпространства состояний от классического пространства состояний состоит в том, что функцию времени в нем выполняет упорядоченная последовательность номеров квантов движения. Последовательность прохождения „выколотых“ точек образует натуральный ряд чисел номеров N квантов движения, что позволяет гиперпространство состояний вектора центра смещения обозначить как $R^n \times [N]$.

Поясним сказанное. Движение вектора $G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]$ можно описать полученной из выражения (2) формулой

$$G_i = \frac{[x_{0,i} - x_i(t, t_0, x_0, F)][x_{0,i} + x_i(t, t_0, x_0, F)]}{2x_i}, i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

которую можно трактовать как уравнение равнобочной гиперболы с переменным коэффициентом (числитель) и как новое определение геометрического места точек равнобочной гиперболы на полуоси $[0, x_i)$.

Формулу (4), описывающую квант движения, можно рассматривать и как новое решение „задачи трех тел“ или „задачи трех изображающих точек“, расположенных на одной прямой, относительно которых по ветви равнобочной гиперболы движется изображающая точка компоненты вектора центра смещения. Этими точками являются:

- 1) изображающая точка $x_{0,i}$ начального состояния векторного поля;
- 2) изображающая точка $x_i(t, t_0, x_0, F)$ прямого движения векторного поля;
- 3) особая точка $x_i(t, t_0, x_0, F) = 0$ векторного поля.

Аналогом технической реализации описанного движения является дизель с противоположно двигающимися поршнями Корейво.

Любые две знакопеременные компоненты $(x_i, x_j), i \neq j$, вектора состояний образуют фазовую плоскость, на которой в точке смены знака одной из компонент (особой точке)

происходит переход (прямое движение по часовой или против часовой стрелки) изображающей точки решения из одного квадранта в другой (смежный). Этой особой точке взаимно однозначно соответствует „выколота“ точка центра смещения.

Такой переходный процесс в работе [2] предложено интерпретировать топологической картой знаковых признаков движения. Эта карта представляет собой таблицу соответствия номеров „выколотых“ точек номерам квадрантов фазовой плоскости, в которые переходит изображающая точка прямого движения.

В смежный квадрант помимо прямого перехода можно попасть в результате перехода в противоположном направлении из начального квадранта. Поэтому обратный переход будем отождествлять с трехчетвертным переходом в противоположном направлении.

Поскольку первые слагаемые правой части выражения (2) описывают обратное движение изображающих точек, то топологическую карту можно дополнить столбцами противоположного движения компонент (см. [2, табл. 2]). При этом каждая строка карты будет идентифицировать соответствующий ей квантовый скачок на другую ветвь равнобочной гиперболы, инициированный вторым слагаемым правой части выражения (2).

Топологическая карта прямого и противоположного движения аттрактора Лоренца. Переходный процесс обоих движений проиллюстрируем на примере аттрактора Лоренца, первая и вторая компоненты вектора состояний которого знакопеременны и, как следствие, порождают „выколотые“ точки (см. таблицу).

Номер „выколотой“ точки (кванта движения)	Прямое движение			Противоположное (обратное) движение		
	Номер и знак 1-й и 2-й компонент вектора состояний ¹		Номер квадранта фазовой плоскости ²	Классификация визуального эффекта	Последовательность номеров квадрантов трехчетвертного перехода ³	Направление движения
Начальное состояние (при $t=0$)	Знак „+“, $x_{0,2}=20>0$	Знак „+“, $x_{0,1}=10>0$	I	Спираль по 8 квадрантам (обход по часовой стрелке): I-IV-III-II-I-IV-III-II	I	—
1	2(-)	(+)	IV		II-III-IV	Против часовой стрелки
2	(-)	1(-)	III		I-II-III	
3	2(+)	(-)	II		IV-I-II	
4	(+)	1(+)	I		III-IV-I	
5	2(-)	(+)	IV		II-III-IV	
6	(-)	1(-)	III		I-II-III	
7	2(+)	(-)	II		IV-I-II	
8	2(-)	(-)	III	1-й реверс I рода (II-III)	I-IV-III	
9	2(+)	(-)	II	Фрагмент спирали (II-I-IV)	IV-I-II	Против часовой стрелки
10	(+)	1(+)	I		III-IV-I	
11	2(-)	(+)	IV		II-III-IV	
12	2(+)	(+)	I	2-й реверс I рода (IV-I)	III-II-I	По часовой стрелке
13	2(-)	(+)	IV	Фрагмент спирали (IV-III-II)	II-III-IV	Против часовой стрелки
14	(-)	1(-)	III		I-II-III	
15	2(+)	(-)	II		IV-I-II	
16	2(-)	(-)	III	3-й реверс I рода (II-III)	I-IV-III	По часовой стрелке
17	2(+)	(-)	II	Фрагмент спирали (II-I-IV)	IV-I-II	Против часовой стрелки
18	(+)	1(+)	I		III-IV-I	
19	2(-)	(+)	IV		II-III-IV	
20	2(+)	(+)	I		4-й реверс I рода (IV-I)	

Продолжение таблицы

Номер „выколотой“ точки (кванта движения)	Прямое движение			Противоположное (обратное) движение		
	Номер и знак 1-й и 2-й компонент вектора состояний ¹		Номер квадранта фазовой плоскости ²	Классификация визуального эффекта	Последовательность номеров квадрантов трехчетвертного перехода ³	Направление движения
21	2(-)	1(-)	III	Реверс II рода или переход в смежный (по диагонали) квадрант (I-III)	III	—
22	(-)	1(+)	IV	Спираль по 10 квадрантам (обход против часовой стрелки): IV-I-II-III-IV-I-II- III-IV-I	II-I-IV	По часовой стрелке
23	2(+)	(+)	I		III-II-I	
24	(+)	1(-)	II		IV-III-II	
25	2(-)	(-)	III		I-IV-III	
26	(-)	1(+)	IV		II-I-IV	
27	2(+)	(+)	I		III-II-I	
28	(+)	1(-)	II		IV-III-II	
29	2(-)	(-)	III		I-IV-III	
30	(-)	1(+)	IV		II-I-IV	
31	2(+)	(+)	I		III-II-I	
32	2(-)	(+)	IV	5-й реверс I рода (I-IV)	II-III-IV	Против часо- вой стрелки
33	2(+)	(+)	I	Фрагмент спирали (I-II-III)	III-II-I	По часовой стрелке
34	(+)	1(-)	II		IV-III-II	
35	2(-)	(-)	III		I-IV-III	
36	2(+)	(-)	II	6-й реверс I рода (III-II)	IV-I-II	Против часо- вой стрелки
37	2(-)	(-)	III	Фрагмент спирали (III-IV-I)	I-IV-III	По часовой стрелке
38	(-)	1(+)	IV		II-I-IV	
39	2(+)	(+)	I		III-II-I	
40	2(-)	(+)	IV	7-й реверс I рода (I-IV)	II-III-IV	Против часо- вой стрелки
41	2(+)	(+)	I	Фрагмент спирали (I-II-III)	III-II-I	По часовой стрелке
42	(+)	1(-)	II		IV-III-II	
43	2(-)	(-)	III		I-IV-III	
44	2(+)	(-)	II	8-й реверс I рода (III-II)	IV-I-II	Против часо- вой стрелки
45	2(-)	(-)	III	Фрагмент спирали (III-IV-I)	I-IV-III	По часовой стрелке
46	(-)	1(+)	IV		II-I-IV	
47	2(+)	(+)	I		III=II-I	
48	2(-)	(+)	IV	9-й реверс I рода (I-IV)	II-III-IV	Против часо- вой стрелки
49	2(+)	(+)	I	Фрагмент спирали	III-II-I	По часовой стрелке
50	(+)	1(-)	II		IV-III-II	
					...	

Примечания.

¹Ячейка, в которой не указан номер компоненты вектора состояний, наследует знак предыдущей ячейки.²Нумерация против часовой стрелки.³Первые два номера квадрантов совпадают с номерами квадрантов при обратном движении относительно прямого движения компонент вектора состояний, а последний — это номер квадранта при прямом переходе.

Переходный процесс, иллюстрируемый таблицей, позволяет различать следующие движения в прямом и противоположном (обратном) направлениях:

1) движение по спирали — последовательный обход по или против часовой стрелки четырех и более квадрантов, обусловленный чередованием смен знака компонентами вектора состояний;

2) движение по фрагменту спирали — последовательный обход по или против часовой стрелки трех квадрантов, обусловленный чередованием смен знака компонентами вектора состояний;

3) реверс I рода — переход в смежный квадрант с изменением направления перехода (по сравнению с предыдущим) на противоположное; идентифицируется двумя последовательными сменами знака компонентой x_2 вектора состояний;

4) реверс II рода („выколотая“ точка № 21) — переход в смежный (по диагонали) квадрант, обусловленный одновременной сменой знака компонентами вектора состояний.

Используя, например, музыкальную терминологию [3], переход изображающей точки решения из начального квадранта в смежный квадрант фазовой плоскости можно назвать тактом, идентифицировав такт понятием размер. Прямое движение, характеризуемое размером $1/4$, отождествляется со сменой знака компонентой вектора состояний, а обратное движение изображающей точки центра смещения, характеризуемое размером $3/4$ (размерность вальса), отождествляется с переходом на другую ветвь равнобочной гиперболы. Тем самым смена знака при прямом движении описывается четвертной нотой, а переход на другую ветвь равнобочной гиперболы при обратном движении — половинной нотой с добавленной справа точкой, что означает увеличение ее длительности на половину (в противоположном относительно прямого движения направлении перехода) и соответствует общему размеру $3/4$.

Соответственно переходный процесс прямого и обратного движения на фазовой плоскости можно отобразить посредством музыкальных нот.

Нотная запись переходного процесса. П посредством четвертных нот (штиль вверх означает переход по часовой стрелке, а штиль вниз — переход против часовой стрелки) переходный процесс прямого движения изображающей точки решения может быть представлен музыкальной строкой (рис. 2), в которой дробная запись обозначает реверсную точку II рода (составленную из половинных нот).

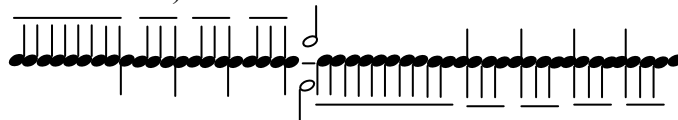


Рис. 2

Аналогично переходный процесс противоположного (обратного) движения имеет вид, представленный на рис. 3.

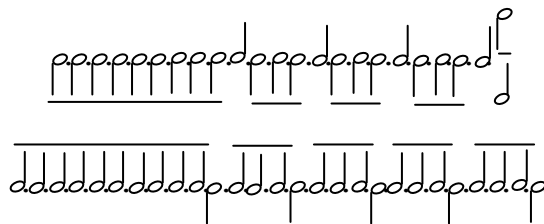


Рис. 3

Заключение. Основной результат представленного исследования заключается в интерпретации движения скалярного поля динамических систем посредством механизма квантования „выколотыми“ точками центра смещения и минимизации описания переходных процессов прямого и противоположного (обратного) движения посредством музыкальных нот, свидетельствующих о спинорном характере этих движений. В визуальном плане нотное представление более информативно, нежели фазовый портрет, ассоциирующийся с клубком нити динамического хаоса.

Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-08-00181а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подчукаев В. А. Анализ скалярных полей динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 1. С. 5—24.
2. Подчукаев В. А. „Великие проблемы“ физики и „физического минимума“ (в смысле В. Л. Гинзбурга) глазами инженера от „искусства управления“ // Докл. Академии военных наук. 2013. Т. 59, № 5. Вып. 1. 75 с.
3. Архангельская Е. В., Брянцева О. В., Подчукаев В. А. Теория музыки в описании движения по восходящим и нисходящим спиралям // Теоретические и прикладные аспекты современной науки: Сб. науч. тр. по материалам VII Междунар. науч.-практ. конф. Белгород: ИП Петрова М. Г., 2015. Ч. II. С. 142—145.

Сведения об авторах

Ольга Владимировна Брянцева — канд. физ.-мат. наук, доцент; СГЮА; E-mail: obryanceva@yandex.ru
Владимир Анатольевич Подчукаев — д-р техн. наук, профессор; СГЮА, ИПТМУ РАН, Саратов; E-mail: sstu85@yandex.ru

Рекомендована СГЮА

Поступила в редакцию
09.02.16 г.

Ссылка для цитирования: Брянцева О. В., Подчукаев В. А. Исследование скалярных полей динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 9. С. 723—728.

RESEARCH OF SCALAR FIELDS OF DYNAMIC SYSTEMS

O. V. Bryanceva¹, V. A. Podchukaev²

¹Saratov State Law Academy, 410028, Saratov, Russia

²Institute of Precision Mechanics and Control, Russian Academy of Sciences, 410028, Saratov, Russia
E-mail: sstu85@yandex.ru

Analysis of transition processes in scalar fields of dynamic systems generated by the effect of puncture points of these fields is presented. The resulting equation of displacement center motion for the scalar field of a dynamical system is derived in the form of an equilateral hyperbola with variable numerator, quantized by the puncture points of the displacement center. The quantum character of the motion is demonstrated with the help of topologic map of landmark signs using Lorenz attractor as an example. A notation for forward and backward movements is proposed to allow for visualization of both the movements with minimal means.

Keywords: scalar field, puncture point, displacement center, quantum of movement, direct motion, retrograde motion, topologic motion map, musical notation

Data on authors

Olga V. Bryanceva — PhD, Associate Professor; Saratov State Law Academy; E-mail: obryanceva@yandex.ru
Vladimir A. Podchukaev — Dr. Sci., Professor; Saratov State Law Academy, Institute of Precision Mechanics and Control RAS; E-mail: sstu85@yandex.ru

For citation: Bryanceva O. V., Podchukaev V. A. Research of scalar fields of dynamic systems // Izv. vuzov. PriBORostroenie. 2016. Vol. 59, N 9. P. 723—728 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-9-723-728