

ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ КОНТАМИНАЦИИ СОЗНАНИЯ В УЛЬТРАМЕТРИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ p -АДИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ СУБЪЕКТА

К. О. Гнидко, Р. Б. Жолус

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: greeny598@gmail.com

Рассматривается проблема обеспечения информационно-психологической безопасности. Предложен универсальный подход к упреждающему реагированию на потенциально опасные состояния индивидуального и группового сознания, основанный на математическом моделировании и прогнозировании динамики ментальных состояний мыслящей системы в ультраметрической p -адической системе координат. Обосновано применение математического аппарата теории решеток к моделированию ультраметрической ментальной динамики. Выдвинута и теоретически обоснована гипотеза о возможности формального описания контаминации сознания как подмножества точек фазового пространства динамической модели поведения индивидуума. Представлены и доказаны утверждения относительно количества и параметров неподвижных точек мономиальных динамических систем мышления, а также порождаемых ими объектов — аттракторов, репеллеров, дисков Зигеля. Основной теоретический вклад осуществлен в теорию идентификации за счет применения абстрактного математического аппарата неархимедова анализа к моделированию динамики состояний специфической сложной системы — сознания.

Ключевые слова: проактивная безопасность, контаминация сознания, информационно-психологическая безопасность, p -адическое исчисление, неархимедов анализ, теория идентификации

Введение. Настоящая статья продолжает серию работ, посвященных проблеме проактивной защиты психики и сознания персонала, обслуживающего автоматизированные системы критически важной инфраструктуры, от деструктивных информационно-психологических воздействий [1—3]. Разработка эффективных мер противодействия технологиям манипулирования сознанием требует применения многомодельного подхода к обнаружению потенциально вредоносных объектов в информационных потоках и всестороннего исследования особенностей психики человека, которые делают такое манипулирование возможным. Согласно приведенным в работе [4] результатам обширного исследования, все многочисленные проявления когнитивных искажений (ошибок сознания) могут быть отнесены к двум классам. Когнитивные искажения первого класса обусловлены незнанием фундаментальных закономерностей бытия или неумением применять эти знания на практике, а также отличиями человеческой логики от математической [5—9]; ко второму классу относятся случаи *контаминации сознания*, когда неконтролируемые психические процессы становятся причиной нежелательной реакции индивидуума. В данной статье представлено теоретическое обоснование гипотезы о возможности прогнозирования состояния контаминации сознания и его формального описания как подмножества точек фазового пространства динамической модели в p -адической системе координат, рассмотренной в работе [3].

Определение потенциально опасных состояний сознания. Представляется вполне естественной попытка создания формальной теории для математического описания взаимодействия ментальных объектов — идей, ассоциаций, мыслей — в пространстве бессознательного [10]. Для этого необходимо выбрать соответствующую систему координат и установить

законы перехода системы из одного состояния в другое. В то время как большинство исследователей для моделирования сознания используют ту же вещественную систему координат, которая применяется для описания материального макромира, А. Ю. Хренников [11] одним из первых обратил внимание на целесообразность применения ультраметрического p -адического анализа к проблеме моделирования мыслительных процессов. Работа [11] во многом послужила отправной точкой для представленного в настоящей статье исследования. Используя результаты исследований в области общей топологии и теории решеток, можно результаты, полученные в работе [3], обобщить для произвольных древовидных структур, обладающих ультраметрической топологией [12, 13].

Рассмотрим следующую гипотезу, имеющую ключевое значение для исследования методов защиты психики и сознания человека от потенциально опасного информационно-психологического воздействия: *состояние контаминации сознания может быть формально описано как подмножество точек ультраметрического фазового пространства p -адической динамической модели поведения индивидуума в локальной окрестности неподвижных точек данной модели*. Обоснование приведенной гипотезы целесообразно разделить на последовательное доказательство двух утверждений.

Утверждение 1 (о существовании изоморфизма между когнитивным ультраметрическим пространством и древовидной решеткой p -адических шаров). Динамическое мышление в любом ультраметрическом пространстве может быть представлено как динамическое мышление на некоторой древоподобной решетке, и наоборот.

Чтобы доказать это утверждение, необходимо установить изоморфизм между ультраметрическим I -пространством и некоторым классом древоподобных решеток. Для этого воспользуемся представленными в работе [14] топологическими результатами, которые, применительно к утверждению 1, можно свести к двум следующим постулатам.

1. Для любого ультраметрического пространства (X, ρ) решетка L его шаров является полной, атомарной, древоподобной и вещественно градуированной.

2. Пусть ε — полная, атомарная, древоподобная, вещественно градуированная решетка и $A(\varepsilon)$ — множество ее атомов. Определим вещественную неотрицательную функцию $d(x, y)$ на множестве $A(\varepsilon) \times A(\varepsilon)$ по следующему правилу:

$$d(x, y) = \inf \{r(L) : x, y < L\} \equiv r(x \vee y),$$

где r — радиус шара.

В работе [14] доказано, что d является ультраметрикой на множестве $A(\varepsilon)$, следовательно, $(A(\varepsilon), d)$ — ультраметрическое пространство. Далее доказано, что если исходя из ультраметрического пространства (X, ρ) определяется решетка L его шаров, а затем ультраметрическое пространство $A(L, d)$, то эти два ультраметрических пространства изометричны. Следовательно, если на основе полной, атомарной, древоподобной решетки ε определяется ультраметрическое пространство $A(\varepsilon, d)$ ее атомов, а затем соответствующая решетка L шаров последнего ультраметрического пространства, то решетки ε и L изоморфны.

Покажем, что даже простейшие динамические системы на p -адических деревьях могут демонстрировать весьма сложное поведение. В терминах теории динамических систем (см., например, [15]), если $f(x) = x_0$, то x_0 — неподвижная точка. Если $x_n = x_0$ при некотором $n = 1, 2, \dots$, то x_0 — периодическая точка. Пусть $\gamma = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ — соответствующий цикл. В частности, неподвижная точка x_n является периодической с периодом 1. Ясно, что x_0 — неподвижная точка итерированного отображения f^n , если x_0 — периодическая точка с периодом n . Неподвижная точка x_0 называется аттрактором, если существует окрестность

(шар) $V(x_0)$ точки x_0 , такая что все ее точки $y \in V(x_0)$ притягиваются точкой x_0 , т.е. $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = x_0$. Пусть x_0 — аттрактор. Рассмотрим его область притяжения:

$$A(x_0) = \{y \in \mathbb{Z}_p : y_n \rightarrow x_0, n \rightarrow \infty\}. \quad (1)$$

Будем называть неподвижную точку x_0 репеллером, если существует ее окрестность $V(x_0)$, такая что $|f(x) - x_0| > |x - x_0|$ для $x \in V(x_0), x \neq x_0$. Цикл $\gamma = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ является аттрактором (репеллером), если x_0 — аттрактор (репеллер) отображения f^n .

Также введем определение p -адического аналога диска Зигеля. Допустим, $a \in \mathbb{Z}_p$ — неподвижная точка функции $f(x)$. Шар $U_{1/p^k}(a), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, называется диском Зигеля, если каждая сфера $S_{1/p^l}(a), l \geq k$, является инвариантной сферой функции $f(x)$; иными словами, если взять начальную точку на одной из сфер $S_{1/p^l}(a), l \geq k$, то все итерированные точки будут лежать на ней: $d_p(x_n, a) = d_p(x_0, a) = \text{const}$. Объединение всех дисков Зигеля с центром в точке a называют максимальным диском Зигеля. Обозначим максимальный диск Зигеля через $Z_{\max}(a)$.

Математический аппарат теории динамических систем позволяет находить аттракторы, репеллеры и диски Зигеля, используя свойства производных функции $f(x)$. Пусть a — периодическая точка с периодом n функции $g : U \rightarrow U$. Обозначим $\lambda = \frac{dg^n(a)}{dx}$. Точка a называется: 1) притягивающей, если $0 \leq |\lambda| < 1$; 2) индифферентной (нейтральной), если $|\lambda| = 1$; 3) отталкивающей, если $|\lambda| > 1$. В рамках настоящей статьи рассматривается поведение динамических систем $p_n(x) = x^n, n = 2, 3, \dots$ на множестве \mathbb{Z}_p .

Представим второе утверждение, вытекающее из результатов, приведенных в работе [16].

Утверждение 2 (о количестве и свойствах неподвижных точек мономиальной динамической системы мышления). Пусть n и m — натуральные числа. Обозначим наибольший общий делитель этих чисел символом (n, m) . Динамическая система $p_n(x) = x^n$ имеет $m = (n - 1, p - 1)$ неподвижных точек $a_j = \theta_{j,k}, j = 1, \dots, m, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, на сфере $S_1(0)$. Неподвижные точки $a_j \neq 1$ принадлежат сфере $S_1(1)$.

1. Если $(n, p) = 1$, то все m точек являются центрами дисков Зигеля и максимальные диски Зигеля $Z_{\max}(a_j)$ совпадают с шарами $U_{1/p}(a_j)$. Для любого $k = 2, 3, \dots$ все k -циклы являются также центрами дисков Зигеля с радиусом $1/p$.

2. Если $(n, p) \neq 1$, то все m точек — аттракторы и $A(a_j) = U_{1/p}(a_j)$. Для любого $k = 2, 3, \dots$ все k -циклы — также аттракторы.

Чтобы найти неподвижные точки функций $p_n(x) = x^n$ на множестве \mathbb{Z}_p , требуется решить уравнение $x^n = x, x \in \mathbb{Z}_p$. Имеется тривиальное решение $x = 0$. Остальные решения являются решениями уравнения $x^{n-1} = 1, x \in \mathbb{Z}_p$. Необходимо определить, при каких значениях k справедливо условие $\sqrt[k]{1} \in \mathbb{Z}_p$. Воспользуемся следующим фактом [17]: уравнение $x^k = 1$ имеет $(k, p - 1)$ различных корней на множестве \mathbb{Z}_p . Для обоснования утверждения 2 приведем следующую теорему (доказательство опустим в целях краткости).

Теорема. Пусть a — фиксированная точка аналитической функции $f: U \rightarrow U$. Тогда:

1) если a — притягивающая точка функции f , то она является аттрактором динамической системы $U \rightarrow U, x \rightarrow f(x)$; если $r > 0$ удовлетворяет неравенству

$$q = \max_{1 \leq n} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dx^n} f(a) r^{n-1} < 1 \quad (2)$$

и $U_r(a) \subset U$, то $U_r(a) \subset A(a)$;

2) если a — индифферентная точка функции f , то она является центром диска Зигеля; если $r > 0$ удовлетворяет неравенству (2) и условию $U_r(a) \subset U$, то $U_r(a) \subset Z_{\max}(a)$;

3) если a — отталкивающая точка функции f и $r > 0$, то a — репеллер динамической системы $U \rightarrow U, x \rightarrow f(x)$.

Приведенная теорема позволяет перейти к исследованию особенностей поведения широкого класса динамических систем вида $p_n(x) = x^n, n = 2, 3, \dots$, на поле \mathbb{C}_p комплексных p -адических чисел. Наиболее важные свойства таких систем с соответствующими доказательствами приведены в работе [16]. Однако в рамках данной статьи ограничимся рассмотрением частного случая динамической системы вида $p_n(x) = x^n$ на поле \mathbb{Z}_p целых p -адических чисел.

Рассмотрим универсальный подход к оцениванию уровня контаминации сознания (K), воспользовавшись утверждениями 1 и 2. Будем считать уровень контаминации высоким, если информационное состояние x мыслящей системы совпадает с одним из аттракторов a_j , соответствующих нежелательному ментальному состоянию. Напомним, что в рамках разработанной модели аттрактор является решением, которое передается из области бессознательно в управляющий центр сознания в ответ на начальное условие x_0 . Средний уровень контаминации регистрируется, если информационное состояние x принадлежит области притяжения одного из нежелательных аттракторов. В этом случае система „обречена“ за конечное время, в силу свойств аттрактора, приблизиться на сколь угодно малое расстояние к притягивающей точке и перейти, таким образом, в состояние высокой контаминации. Избежать подобного исхода можно только путем смены режима работы мыслительного процессора или в результате воздействия мощной внешней информационной силы (например, посредством поля группового сознания). Низким будем считать уровень контаминации, при котором информационное состояние x принадлежит максимальному диску Зигеля и не может покинуть его, не прибегнув к смене режима функционирования мыслительного процессора. Такая система ограничена в выборе вариантов действий, что, однако, не обязательно приведет к одному из нежелательных состояний в ходе выполнения автоматических бессознательных процессов:

$$K = \begin{cases} \text{высокий, если } x = a_j, (n, p) \neq 1; \\ \text{средний, если } x \in A(a_j), (n, p) \neq 1; \\ \text{низкий, если } x \in Z_{\max}(a_j), (n, p) = 1, \end{cases}$$

где a_j — аттрактор с соответствующей областью притяжения $A(a_j)$ или центр диска Зигеля динамической системы $p_n(x) = x^n$ (см. утверждение 2).

Заключение. Таким образом, моделирование процессов мышления в p -адической системе координат с применением математического аппарата теории решеток и общей топологии может быть использовано в качестве базиса для разработки алгоритмического и программного обеспечения системы мониторинга информационно-психологической безопасности и проактивной

защиты персонала критически важных объектов инфраструктуры государства от деструктивных информационных воздействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнидко К. О., Ломако А. Г. Контроль потенциально опасного информационно-психологического воздействия на индивидуальное и групповое сознание потребителей мультимедийного контента // Тр. СПИИРАН. 2015. № 38. С. 9—33.
2. Гнидко К. О., Ломако А. Г., Жолус Р. Б. Обнаружение визуальных контаминантов на основе вычисления перцептивного хэша // Тр. СПИИРАН. 2015. № 39. С. 193—211.
3. Гнидко К. О. Моделирование индивидуального и группового поведения в p -адических системах координат для решения задач информационной безопасности // Тр. СПИИРАН. 2016. № 44. С. 65—82.
4. Wilson T. D., Brekke N. Mental contamination and mental correction: unwanted influences on judgments and evaluations // Psychological Bull. 1994. Vol. 116, N 1. P. 117—142.
5. Larrick R., Morgan J., Nisbett R. E. Teaching the use of cost-benefit reasoning in everyday life // Psychological Science. 1990. N 1. P. 362—370.
6. Einhorn H. J., Hogarth R. M. Behavioral decision theory: Processes of judgement and choice // Annual Rev. of Psychology. 1981. Vol. 32, N 1. P. 53—88.
7. Fischhoff B., Slovic P., Lichtenstein S. Knowing with certainty: The appropriateness of extreme confidence // J. of Experimental Psychology: Human Perception and Performance. 1977. Vol. 3. P. 552—564. DOI: 10.1037/0096-1523.3.4.552.
8. Tversky A., Kahneman D. Judgements of and by representativeness // Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases. N. Y.: Cambridge Univ. Press, 1982. P. 84—100.
9. Fong G., Krantz D., Nisbett R. E. The effects of statistical training on thinking about everyday problems // Cognitive Psychology. 1986. N 18. P. 253—292.
10. Tegmark M. Consciousness as a state of matter // Chaos Solitons Fractals. 2015. Vol. 76. P. 238—270. DOI: 10.1016/j.chaos.2015.03.014.
11. Хренников А. Ю. Моделирование процессов мышления в p -адических системах координат. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
12. De Groot J. Non-archimedean metrics in topology // Proc. of the Amer. Math. Soc. 1956. Vol. 7, N 5. P. 948—953.
13. Engelking R. General Topology. Berlin: Heldermann Verlag, 1989. 540 p.
14. Lemin A. J. The category of ultrametric spaces is isomorphic to the category of complete, atomic, tree-like, and real graduated lattices LAT* // Algebra Universalis. 2003. Vol. 50, N 1. P. 35—49.
15. Beardon A. F. Iteration of rational functions: Complex analytic dynamical systems // Springer Science & Business Media, 2000. Vol. 132.
16. Khrennikov A. Y. Non-Archimedean Analysis: Quantum Paradoxes, Dynamical Systems and Biological Models. Dordrecht : Springer Netherlands, 1997. 312 p.
17. Борович З. И., Шафаревич И. Р. Теория чисел. М.: Наука, 1985. 507 с.

Сведения об авторах

- Константин Олегович Гнидко** — канд. техн. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра систем сбора и обработки информации; E-mail: greeny598@gmail.com
- Роман Борисович Жолус** — канд. биол. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского

Рекомендована
ВКА им. А. Ф. Можайского

Поступила в редакцию
25.04.16 г.

Ссылка для цитирования: Гнидко К. О., Жолус Р. Б. Оценивание уровня контаминации сознания в ультраметрическом пространстве состояний p -адической модели поведения субъекта // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 9. С. 729—734.

**INDICATION OF MENTAL CONTAMINATION IN ULTRAMETRIC STATE SPACE
OF p -ADIC MODEL OF THE SUBJECT'S BEHAVIOR****K. O. Gnidko, R. B. Zholus***A. F. Mozhaisky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: greeny598@gmail.com*

The problem of ensuring information and psychological security is considered. A universal approach to proactively respond to potentially dangerous conditions of individual and group consciousness, based on mathematical modeling and forecasting of dynamics of mental state of a thinking system in ultrametric p -adic coordinate system is proposed. Application of the lattice theory to ultrametric modelling of mental dynamics is justified. A hypothesis concerning possibility of formal mathematical description of mental contamination as a subset in phase space of dynamic behavior model of a person is formulated and substantiated. Statements and appropriate proofs regarding the number and properties of fixed points of monomial dynamic systems as well as objects generated by them – attractors, repellers, and Siegel disks are presented. An essential theoretical contribution made to the theory of identification consists in application of abstract non-Archimedean analysis to modelling of states dynamics of conscience as specific complex system.

Keywords: proactive security, mental contamination, information and psychological security, risk prevention, p -adic computation, non-Archimedean analysis, identification theory

Data on authors

Konstantin O. Gnidko — PhD; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Information Collecting and Processing Systems; E-mail: greeny598@gmail.com
Roman B. Zholus — PhD; A. F. Mozhaisky Military Space Academy

For citation: *Gnidko K. O., Zholus P. B.* Indication of mental contamination in ultrametric state space of p -adic model of the subject's behavior // *Izv. vuzov. Priborostroenie*. 2016. Vol. 59, N 9. P. 729—734 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-9-729-734