

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВЫМ ТЕХНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ ПРИ НАЛИЧИИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЮ С КОМПЕНСАЦИЕЙ ВОЗМУЩЕНИЙ

О. А. РЕМИЗОВА, А. Л. ФОКИН

*Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет),  
190013, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: remizova-oa@yandex.ru*

Предложена новая структурная схема системы, обеспечивающая робастное управление объектом при наличии запаздывания по управлению с компенсацией медленно изменяющихся возмущений. На основании внутренней модели объекта в каждый момент времени оценивается реакция выхода системы на возмущение. Вместо предиктора в контуре управления использована специальная следящая номинальная система, на вход которой подается сигнал, а компенсация возмущения производится управляющим воздействием, которое формируется в этой следящей системе. Предложенная схема позволяет снизить чувствительность систем к параметрической неопределенности модели объекта и величины запаздывания.

**Ключевые слова:** *неопределенность, запаздывание, возмущение, компенсация, предиктор, номинальная система*

**Введение.** В настоящей работе рассматриваются традиционные законы робастного управления с компенсацией медленно изменяющихся возмущений, действующих в низкочастотном диапазоне (величина запаздывания считается неопределенной). В качестве примеров таких возмущений можно привести изменение размалываемости материала на входе мельницы или изменение теплотворной способности топлива в печи.

Обычно такие детерминированные возмущения в нормальном режиме функционирования технического объекта представляют собой медленно ослабевающие, а затем усиливающиеся сигналы. На этапе анализа синтезированной системы управления они могут описываться синусоидой с малой частотой или линейно изменяющимися пилообразными сигналами. При решении задачи синтеза предполагается, что их форма заранее неизвестна.

Если не предпринять специальные меры по подавлению таких возмущений, то невозможно выполнить требования по точности. Известно [1], что в этих условиях оптимальной по интегральному квадратичному критерию является комбинированная система, рассматриваемая в настоящей работе.

Для объектов без запаздывания или с запаздыванием только по состоянию решения задачи парирования возмущений известны [2—6]. Для объектов с запаздыванием по управлению аналогичные исследования начали проводиться только в недавнее время. Наиболее полные результаты получены для случая мультигармонического возмущения [7, 8].

В настоящей работе эта задача решается в классе робастных систем с типовыми регуляторами для описанного выше медленно меняющегося возмущения произвольной формы (предполагается, что известен только интервал определения величины запаздывания).

**Постановка задачи.** Рассмотрим устойчивый объект регулирования с запаздыванием по управлению, который описывается моделью вида

$$y(p) = W_o(p)(u(p) + f(p)) = k_o \frac{B_m(p)}{A_n(p)} \exp(-\tau p)(u(p) + f(p)), \quad (1)$$

где  $W_o(p)$  — передаточная функция объекта с запаздыванием;  $B_m(p)$ ,  $A_n(p)$  — произвольные полиномы степени  $m$  и  $n$  соответственно ( $m \leq n$ ,  $B_m(0) = A_n(0) = 1$ ); коэффициенты полиномов  $B_m(p)$ ,  $A_n(p)$  могут изменяться в заданных интервалах,  $\underline{k}_o \leq k_o \leq \overline{k}_o$ ;  $\tau$  — запаздывание,  $\underline{\tau} \leq \tau \leq \overline{\tau}$ ,  $f(p)$  — ограниченное детерминированное возмущение;  $u(p)$  — сигнал управляющего воздействия.

Также предполагается, что выполняются ограничения на абсолютное значение возмущения и на производные

$$|f^i(t)| \leq M_K, \quad i = 0, 1, \dots, K, \quad (2)$$

где  $i$  — порядок производной.

Наряду с реальной  $W_o(p)$  рассматривается устойчивая номинальная передаточная функция объекта с запаздыванием

$$W_o^0(p) = k_o^0 \frac{B_m^0(p)}{A_n^0(p)} \exp(-\tau^0 p), \quad (3)$$

где  $k_o^0$ ,  $\tau^0$  — номинальные значения коэффициента передачи и запаздывания;  $B_m^0(p)$ ,  $A_n^0(p)$  — номинальные полиномы числителя и знаменателя;  $\underline{k}_o \leq k_o^0 \leq \overline{k}_o$ ,  $\underline{\tau} \leq \tau^0 \leq \overline{\tau}$ .

Требуется разработать структуру системы управления с компенсацией возмущения  $f(p)$  заранее неизвестной формы, не чувствительную к изменению величины запаздывания  $\tau$  в (1) и к изменению коэффициентов полиномов передаточной функции инерционной части  $B_m(p)$ ,  $A_n(p)$ .

Цель управления может быть сформулирована в виде неравенства

$$|g(t) - y(t)| \leq \delta, \quad (4)$$

где  $g(t)$  — задающий сигнал на входе системы,  $y(t)$  — выходной сигнал системы,  $\delta$  — погрешность.

Для этого предполагается сформировать сигнал  $u_1(t)$ , компенсирующий возмущение с требуемой точностью

$$|f(t) - u_1(t)| \leq \delta_1, \quad (5)$$

где  $\delta_1$  — погрешность компенсации.

**Основной результат.** Для оценки величины возмущения обычно используется внутренняя модель объекта [2—8], на основании которой решается задача компенсации возмущения. При наличии запаздывания по управлению для компенсации необходимо использовать предиктор, который можно построить, если заранее задать вид возмущения. Но даже в этом случае структура системы с предиктором весьма чувствительна к неопределенности величины запаздывания в (1).

В работе предлагается иная структурная схема компенсации возмущения без предиктора (рис. 1). Здесь внутренняя модель использована для построения оценки реакции на выходе системы  $f_1$ , вызванной действием возмущения на ее входе. Полученная с использованием номинальной передаточной функции объекта оценка является обобщенной, так как

дополнительно содержит информацию о параметрической неопределенности передаточной функции реального объекта.

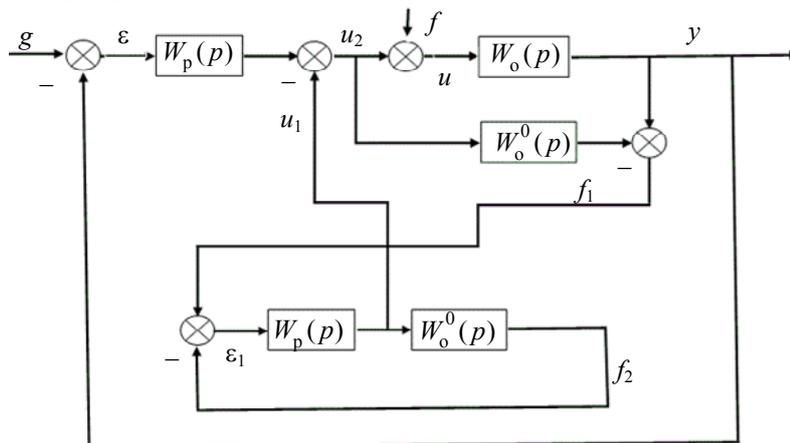


Рис. 1

Переменная  $f_1$  поступает на вход следящей системы, которая структурно совпадает с одноконтурной системой, только вместо передаточной функции объекта (1) здесь используется номинальная передаточная функция (3). В идеале — выход следящей системы  $f_2$  точно совпадает с  $f_1$  и  $W_o^0(p) = W_o(p)$  — она является точной моделью, по которой можно проследить, как действует возмущение в любой точке структурной схемы одноконтурной системы. Полученная таким образом переменная  $u_1$  используется в системе для компенсации возмущения  $f$ . На основании структурной схемы получим

$$f_1(p) = W_o(p)(f(p) + u_2(p)) - W_o^0(p)u_2(p),$$

отсюда

$$f_1(p) \approx W_o^0(p)f(p) + \Delta W(p)u_2(p), \tag{6}$$

где  $\Delta W(p) = W_o(p) - W_o^0(p)$ .

В соответствии с рис. 1 справедлива формула

$$u_1(p) = W_p(p)f_1(p) - W_p(p)W_o^0(p)u_1(p), \tag{7}$$

где  $W_p$  — передаточная функция регулятора.

С учетом (6) при  $u_2(p) = W_p(p)\varepsilon(p) - u_1(p)$  для компенсирующего сигнала  $u_1(p)$  получим

$$u_1(p) = \frac{W_p(p)W_o^0(p)}{1 + W_p(p)W_o^0(p) + \Delta W(p)W_p(p)} f(p) + \frac{\Delta W(p)W_p^2(p)}{1 + W_p(p)W_o^0(p) + \Delta W(p)W_p(p)} \varepsilon(p), \tag{8}$$

также для основного контура

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)W_o(p)} g(p) - \frac{W_o(p)}{1 + W_p(p)W_o(p)} (f(p) - u_1(p)), \tag{9}$$

$\varepsilon$  — сигнал рассогласования.

Для оценки грубости системы компенсации возмущения  $f$  можно использовать номинальную модель (8) при  $\Delta W(p) = 0$

$$u_1(p) = \Phi(p) f(p) = \frac{W_p(p)W_o^0(p)}{1+W_p(p)W_o^0(p)} f(p), \quad (10)$$

где  $\Phi(p)$  — передаточная функция замкнутой номинальной системы по каналу „задающее воздействие—выходной сигнал“ ( $g \rightarrow y$ ).

Таким образом, передаточная функция, связывающая компенсирующий сигнал  $u_1(p)$  с возмущением  $f(p)$ , совпадает с номинальной передаточной функцией замкнутой системы основного контура. Следовательно, эти системы имеют одинаковую чувствительность по отношению к неопределенности величины запаздывания и параметрической неопределенности.

Будем предполагать, что в передаточной функции регулятора  $W_p(p)$  присутствует интегратор и, следовательно, система по каналу  $f \rightarrow u_1$  является астатической первого порядка. Тогда для реального объекта ( $\Delta W(p) \neq 0$ ) при  $p \rightarrow 0$  получим  $W_p(p) \rightarrow \infty$ , и на основании (8), (9) в установившемся режиме ( $p = 0$ ) выполняется соотношение

$$u_1 = f - \frac{\Delta W(0)}{W_o^0(0)} f + \frac{1}{W_o(0)} \frac{\Delta W(0)}{W_o^0(0)} g. \quad (11)$$

Отсюда в окрестности установившейся траектории можно получить оценку (5)

$$|u_1 - f| \leq \delta_1 = \frac{\max |\Delta W(0)|}{|W_o^0(0)|} |f(0)| + \frac{\max |\Delta W(0)|}{|W_o^0(0)|^2} |g(0)|. \quad (12)$$

Таким образом, в работе рассматриваются медленные возмущения (2) с ограничениями на производные. Запаздывание вносит дополнительный фазовый сдвиг, который является источником погрешности и это определяет предельную скорость и ускорение изменения возмущения. Методика оценки точности в динамическом режиме в этом случае совпадает с классической [9] для системы с астатизмом первого порядка.

Некоторого увеличения предельных значений скорости и ускорения возмущения можно достигнуть в рамках комбинированного управления по заданию в следящей системе компенсации с дополнительными передаточными функциями  $W_1(p)$ ,  $W_2(p)$ , как на рис. 2. Но это увеличивает чувствительность к запаздыванию.

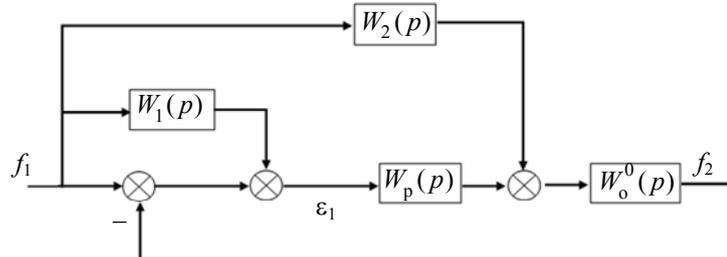


Рис. 2

Подставив (8) в (9), можно получить

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) = & \frac{1+W_p(p)W_o(p)}{(1+W_p(p)W_o(p))^2 - W_o(p)\Delta W(p)W_p^2(p)} g(p) - \\ & - \frac{(1+W_p(p)W_o(p))W_o(p)(1+\Delta W(p)W_p(p))}{(1+W_p(p)W_o(p))^2 - W_o(p)\Delta W(p)W_p^2(p)} f(p). \end{aligned} \quad (13)$$

Отсюда видно, что номинальная система ( $\Delta W(p) = 0$ ) с компенсатором описывается моделью вида

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)W_o^0(p)} g(p) - \frac{W_o^0(p)}{1 + W_p(p)W_o^0(p)} f(p). \quad (14)$$

Это совпадает с номинальной моделью динамики основного контура. Следовательно, введение системы компенсации не влияет на динамику основного контура. Анализ влияния неопределенности  $\Delta W(p) \neq 0$  на динамику может быть в каждом конкретном случае проведен путем моделирования.

На основании (13) в установившемся режиме получим

$$\varepsilon = -\frac{W_o^2(0)\Delta W(0)}{W_o^2(0) - W_o(0)\Delta W(0)} f = -\frac{W_o(0)\Delta W(0)}{W_o(0) - \Delta W(0)} f. \quad (15)$$

Отсюда при  $W_o^0(p) = W_o(p) - \Delta W(p)$  может быть получена оценка (4) вида

$$|g - y| \leq \delta = \max |\Delta W(0)| \frac{|W_o(0)|_{\max}}{|W_o^0(0)|} f. \quad (16)$$

Таким образом, введение дополнительной замкнутой системы компенсации возмущения в контур управления вместо предиктора позволяет построить робастную систему с компенсацией медленно изменяющегося возмущения на входе объекта управления с запаздыванием по управлению.

**Синтез робастного регулятора основного контура.** Ранее было показано, что система парирования возмущения по каналу  $f \rightarrow u_1$  и основной контур  $g \rightarrow y$  имеют одинаковую чувствительность. Поэтому в системе компенсации рассматривается регулятор, передаточная функция которого совпадает с передаточной функцией регулятора основного контура.

Для синтеза основного контура можно воспользоваться разными подходами [10]. Но в данном случае для простоты предполагается использовать традиционные законы регулирования, позволяющие реализовать грубую систему, в том числе и по отношению к вариациям величины запаздывания. Поэтому далее используется методика работ [11, 12], в которых получены типовые и близкие к ним простые робастные законы регулирования вида

$$W_{p1}(p) = \frac{\omega_c}{k_o^0 p} \frac{A_n^0(p)}{B_m^0(p)(T_e p + 1)^{n-m-1}}, \quad (17)$$

$$W_{p2}(p) = \frac{\omega_c \bar{k}_p}{k_o^0} \frac{T_p p + 1}{p} \frac{A_n^0(p)}{B_m^0(p)(T_e p + 1)^{n-m-1}}, \quad (18)$$

где частота среза  $\omega_c = 0,343/\tau_0$ ,  $T_p = 0,25\tau_0$ ,  $\bar{k}_p = 1,578$ ,  $T_e$  — малая постоянная времени, введенная для обеспечения физической реализуемости передаточных функций регуляторов. Если полином  $B_m^0(p)$  содержит неустойчивые корни, то вместо  $B_m^0(p)$  в (17), (18) используется только его часть с устойчивыми корнями.

Регулятор (17) реализует систему, обладающую достаточно низкой чувствительностью, но с несколько увеличенным временем регулирования. Для увеличения быстродействия до времени регулирования  $t_p = 3\tau$  можно использовать регулятор (18), но при этом немного уменьшается грубость системы. Например, для устойчивой модели с инерционной частью, описываемой звеном первого порядка, регулятор (17) реализует пропорционально-интегральный (ПИ) закон регулирования, а регулятор (18) — пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) закон.

**Пример.** Рассмотрим передаточную функцию объекта вида

$$W_o^0(p) = \frac{k_o^0 \exp(-p\tau_o)}{T_o p + 1} \quad (19)$$

Пусть номинальные параметры принимают значения:  $k_o^0 = 2$ ,  $T_o = 15$  с,  $\tau_o = 10$  с.

Передаточная функция (17) робастного регулятора будет иметь вид ПИ-закона регулирования

$$W_{p1}(p) = \frac{0,343}{2 \cdot 10} \cdot \frac{15p + 1}{p} \quad (20)$$

Передаточная функция (18) будет иметь вид ПИД-закона регулирования

$$W_{p2}(p) = \frac{0,343}{2 \cdot 10} \cdot 1,578 \frac{2,5p + 1}{0,1p + 1} \frac{15p + 1}{p} \quad (21)$$

Будем моделировать сигнал возмущения при помощи синусоидального сигнала с заданной частотой. При заданном значении запаздывания система, показанная на рис. 1, с передаточной функцией регулятора (20) обеспечивает подавление возмущения с погрешностью 5 % в диапазоне частот  $\omega \leq \omega_1 = 0,0075$  с<sup>-1</sup>, а система с передаточной функцией регулятора (21) — в диапазоне  $\omega \leq \omega_2 = 0,0085$  с<sup>-1</sup>.

На рис. 3 представлена временная характеристика выхода системы, состоящей только из основного контура без компенсации сигнала возмущения  $u_1$ , при подаче на вход объекта синусоидального возмущения с единичной амплитудой и частотой  $0,0075$  с<sup>-1</sup> и задающим сигналом в виде единичного ступенчатого воздействия. Видно, что компенсации возмущения не происходит. На рис. 4 приведен тот же эксперимент, но при наличии в контуре управления следящей системы компенсации возмущения. Видно, что стабилизация происходит с погрешностью 5 %.

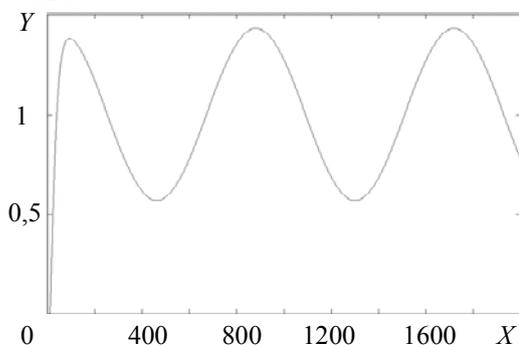


Рис. 3

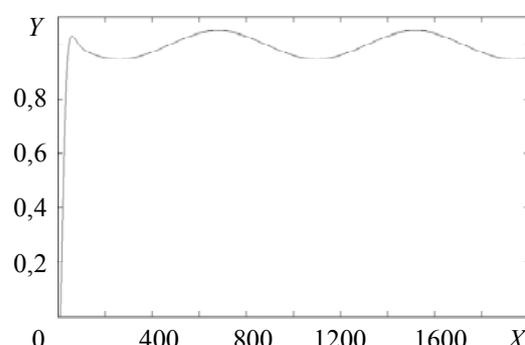


Рис. 4

Система с регулятором (20) обладает минимальной чувствительностью к параметрической неопределенности, связанной с изменениями величины запаздывания. На рис. 5 показана временная характеристика при вариации запаздывания в объекте на 50 % (при  $\tau = 1,5\tau_o = 15$  с), когда перерегулирование не превышает 30 %. При использовании регулятора (21) это значение уменьшается до 12,5 с. Граница устойчивости достигается в первом случае при  $\tau = 23$  с, а во втором  $\tau = 16,5$  с.

Использование структурной схемы системы компенсации (см. рис. 2) при  $W_2(p) = 0,4$  и  $W_1(p) = 0$  с регулятором (20) позволяет увеличить максимальную частоту возмущения до  $\omega_1 = 0,013$  с<sup>-1</sup>, а если использовать регулятор (21) при  $k = 0,5$ , то до  $\omega_2 = 0,015$  с<sup>-1</sup>.

При этом уменьшается диапазон возможных вариаций величины запаздывания при сохранении устойчивости: в первом случае до  $\tau = 17$  с, а во втором — до  $\tau = 13,7$  с.

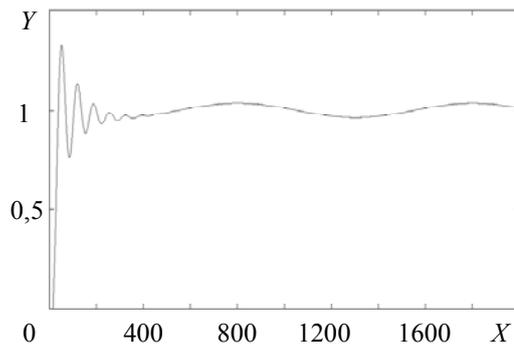


Рис. 5

**Заключение.** В работе предложена новая структура робастной системы управления объектом с запаздыванием по управлению с компенсацией медленно изменяющегося возмущения, в которой вместо предиктора возмущения использована специальная следящая система. Показано, что такой подход позволяет обеспечить грубость системы стабилизации по отношению к изменению величины запаздывания и других параметров передаточной функции объекта за счет применения робастного управления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Первозванский А. А.* Курс теории автоматического управления. М.: Наука, 1986. 616 с.
2. *Никифоров В. О.* Нелинейная система управления с компенсацией внешних детерминированных возмущений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1997. № 4. С. 69—73.
3. *Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А.* Управление нелинейными объектами с компенсацией неопределенных возмущений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 1. С. 2—8.
4. *Marino R., Santosuosso G. L., Tomei P.* Adaptive stabilization of linear systems with outputs affected by unknown sinusoidal disturbances // European Control Conf. Kos. 2007. P. 129—134.
5. *Цыкунов А. М.* Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 300 с.
6. *Бобцов А. А.* Алгоритм робастного управления линейными объектами по выходу с компенсацией неизвестного детерминированного возмущения // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 2. С. 93—97.
7. *Бобцов А. А., Колюбин С. А., Пыркин А. А.* Компенсация неизвестного мультигармонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // Автоматика и телемеханика. 2010. № 11. С. 136—148.
8. *Пыркин А. А.* Адаптивный алгоритм компенсации параметрически неопределенного смещенного гармонического возмущения для линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автоматика и телемеханика. 2010. № 8. С. 62—78.
9. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 768 с.
10. *Григорьев В. В., Бойков В. И., Быстров С. В., Рябов А. И., Мансурова О. К.* Исследование процессов позитивных систем на основе качественной экспоненциальной устойчивости // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 43, № 4. С. 15—20.
11. *Фокин А. Л.* Синтез робастных систем управления технологическими процессами с типовыми регуляторами // Изв. СПбГТИ(ТУ). 2014. № 27. С. 101—106.
12. *Ремизова О. В., Сырокващин В. В., Фокин А. Л.* Синтез робастных систем управления с типовыми регуляторами // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 12. С. 12—18.

**Сведения об авторах****Ольга Александровна Ремизова**

— канд. техн. наук, доцент; СПбГТИ(ТУ), кафедра автоматизации процессов химической промышленности; E-mail: remizova-oa@yandex.ru

**Александр Леонидович Фокин**

— д-р техн. наук, профессор; СПбГТИ(ТУ), кафедра автоматизации процессов химической промышленности; E-mail: fokin\_sa@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
автоматизации процессов  
химической промышленности

Поступила в редакцию  
27.07.16 г.

**Ссылка для цитирования:** Ремизова О. А., Фокин А. Л. Робастное управление устойчивым техническим объектом при наличии запаздывания по управлению с компенсацией возмущений // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 12. С. 1010—1017.

**ROBUST CONTROL OVER SUSTAINABLE TECHNICAL OBJECT WITH TIME DELAY IN CONTROL WITH DISTURBANCE COMPENSATION**

**O. A. Remizova, A. L. Fokin**

*St. Petersburg State Technological Institute (Technical University), 190013, St. Petersburg, Russia*  
*E-mail: remizova-oa@yandex.ru*

A new structural scheme is proposed for the system, providing robust control for object with delay in control with compensation of slowly varying disturbances. Based on an internal model of the object at each moment the system output response to a disturbance is estimated. Instead of a predictor, in the control loop a special tracking is implemented; the signal comes to the nominal system input, and the disturbance compensation is provided by control response generated by the tracking system. The proposed scheme allows to reduce the system sensitivity to parametric uncertainty of the object model and the delay magnitude.

**Keywords:** uncertainty, delay, compensation, predictor, nominal system

**Data on authors**

- Olga A. Remizova** — PhD, Associate Professor; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University); Department of Chemical Engineering Control;  
E-mail: info@npp-itb.spb.ru
- Aleksandr L. Fokin** — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State Technological Institute (Technical University); Department of Chemical Engineering Control;  
E-mail: info@npp-itb.spb.ru

**For citation:** Remizova O. A., Fokin A. L. Robust control over sustainable technical object with time delay in control with disturbance compensation // Izv. vuzov. Priborostroyeniye. 2016. Vol. 59, N 12. P. 1010—1017 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-12-1010-1017