УДК 519.812.3
DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-3-239-244

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ И АППАРАТА ОБОБЩЕННЫХ МАТРИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ

С. А. Багрецов, И. Ю. Воронков, Э. В. Мищенко

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: ed.84@mail.ru

Рассматривается проблема повышения эффективности управления гибкими производственными системами на основе применения метода декомпозиции и аппарата обобщенных матричных чисел при решении задач оптимального распределения ресурсов в сетевых структурах. Предлагаемый метод позволяет сократить время вычислений и обеспечить эффективный учет структуры и особенностей анализируемого графа.

Ключевые слова: *производственный процесс, оптимизация, распределение ресурсов, обобщенные матричные числа, детерминантная функция, метод декомпозиции*

В работе [1] авторами был предложен подход к решению задачи организации технологических процессов и оптимального распределения ресурсов для их реализации с применением теоретико-множественной модели анализируемого процесса, условно представляемого графом. Исходная сеть поиска возможных решений $G(X,Y)$ представляется обобщенным матричным числом α. Для определения рациональной структуры организации технологического процесса — определения кратчайшего пути на графе — был применен аппарат обобщенных матричных чисел на основе введенного понятия модифицированной детерминантной функции матричного числа графа и ее прямой производной по индексам начала и конца процесса распределения ресурсов между этапами технологического процесса.

Сформулирована математическая постановка задачи оптимального распределения ресурсов в условиях принятых ограничений:

$$Z = \det{}^*[\alpha_{i^* j^*}]\mathrm{mod}_2, \quad i^* = 1, \; j^* = N = \min\left\{ \prod_{e_{ij}\in g}^{*} \det e_{ij} : g \in M \right\} \tag{1}$$

при

$$\prod_{e_{ij}\in R'}^{*} \det e_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ если } [\prod\limits_{e_{ij}\in R'}^{*} \det e_{ij} \ge Z_э \vee \left(\sum\limits_{\Psi=1}^{i} Z_\Psi > Z_э \forall i \in g, \forall g \in M \right) \vee \\ \quad \vee (i = j \; \forall i, \; j = \overline{2,N}) \vee (i = j = N)]; \; \Psi = \overline{1,(N-1)}; \\ \sum\limits_{i\in g} Z_i \; \forall g \in M \text{ — иначе,} \end{cases} \tag{2}$$

где i^*, j^* — индексы прямой производной (начальной и конечной вершин) обобщенного матричного числа α исходной сети $G(X,Y)$; $\{e_{ij}\}$ — множество элементов матричного числа, $i = \overline{1,N}$; $j = \overline{1,N}$; M — множество столбцов контурного числа сети — всех допустимых вариантов реализации технологического процесса, определяемых на основе декартова произведения элементов обобщенного матричного числа; Z_i — вес распределяемого ресурса i-го узла сети; $Z^0_э$ — начальное эвристическое решение задачи распределения ресурсов; $\sum_{\Psi=1}^{i} Z_\psi$ — суммарный вес пути до i-го узла сети; $Z_э=\min\{Z_g, Z^0_э\}$ — лучший текущий результат решения задачи („рекорд“) оптимального распределения ресурсов всего технологического процесса; $Z_g = \sum_{i\in g} Z_i$ — вес g-го столбца контурного числа сети (варианта организации технологического процесса).

Учитывая эти данные, можно сократить время расчета оптимального пути реализации технологического процесса [1, 3]. При этом сокращение количества вычислений и соответственно выигрыш во времени существенно зависят от внутренней структуры сети, критичности начального эвристического решения и реализации прогнозируемых затрат на промежуточных этапах формирования пути.

Однако для решения подобных задач значительно большего объема требуется использовать супермощные вычислительные комплексы [2]. При этом представляется эффективным применение метода декомпозиции.

В настоящей статье, в продолжение предложенного в работе [1] подхода, показано, что метод декомпозиции позволяет не только сократить время вычислений, но и более эффективно учитывать структуру и особенности анализируемого графа оптимального распределения ресурсов для исключения неперспективных путей на ранних этапах вычислений. Определены необходимые условия эффективного применения метода декомпозиции при решении задач оптимального распределения ресурсов в сетевых структурах организации производственного процесса. Рассмотрим алгоритм реализации такого подхода более подробно.

Для рассматриваемой задачи исходная сеть $G(X,Y)$ может быть представлена совокупностью подмножеств $G_r(X,Y)$, определяемых как подмножества возможных вариантов деления сетевой структуры организации технологического процесса, в которых общие затраты на реорганизацию отдельных участков производства с номерами конечных вершин $\gamma_r\in R_r$ r-го участка деления сети равны $Q_{r\gamma}$. Здесь R_r — множество вершин участка сети $G(X,Y)$, являющихся конечными в r-м разбиении сети; $r=\overline{1,\eta}$, где η — число подмножеств, на которые разбивается сеть $G(X,Y)$. При этом справедливы неравенства

$$Q_{r-1,\gamma} \le Q_{r,\gamma} \le Q_{r+1,\gamma} \le \ldots \le Q_{\eta,\gamma} \le Q_{доп},$$

где $Q_{r,\gamma} = \left\{Q_{r\gamma} : \gamma_r \in R_r\right\}$ — множество ресурсов, затраченных на формирование вариантов организации производства; $Q_{доп}$ — допустимый уровень затрат имеющихся ресурсов.

Поставим в соответствие каждой вершине $\gamma_r\in R_r$ подмножества вершину некоторой новой сети ($\underline{G}$), представляющей продолжение процесса распределения ресурсов и оптимизации технологического процесса. Так, длины дуг $\underline{\rho}$ в сети $\underline{G}$ между начальной γ_0 (i=1) и конечными γ_r вершинами (r=1)-го участка сети, соответствующими первому подмножеству $\Theta(\gamma_r,Q_r)$, при выполнении требований (2) определяются следующим образом:

$$\rho_{1,\gamma_1} = \rho_1(\gamma_0\Theta(\gamma_1,Q_1)) = \left\{\det\left[\alpha^1_{ij}\right]^{i^*,j^*}_{\mathrm{mod}_2}; i^* = \gamma_0^{r=1}, \gamma_1^* \in R_1\right\}.$$

Решением для первых и последующих подмножеств r-го разделения сетевой задачи при дальнейшем определении рациональной организации технологического процесса в целом являются оптимальные пути распределения ресурсов относительно каждой конечной вершины $\gamma_1 \in R_1$, удовлетворяющие условию (2). В отношении каждой вершины $\gamma_1 \in R_1^*$ определяются показатели эффективности организации данного участка технологического процесса, т.е. уровни затраченных ресурсов $Q_1=\{Z_{1,\gamma,\wp}, \wp=\overline{1,H}\}$, где $\wp$ — виды ресурсов, рассматриваемые в формируемом технологическом процессе, и „пути“ $\Theta_{i^*,j_r^*}\left\{\left(e_{1k},...,e_{kt},...,e_{t\gamma_r}\right),\gamma_r\in R_r\right\}$, являющиеся решениями задачи оптимизации технологического процесса на r-м участке разбиения сети, в данном случае — от начальной вершины $\gamma_0=i=1$ до вершин $\gamma_1\in R_1$.

Таким образом, любой вершине $\gamma_r\in R_r^*$ участка разделения сети, являющейся результатом решения задач (1) и (2), можно поставить в соответствие два основных параметра: вес расходуемого ресурса и его вид.

Вершины $\gamma_r\in R_2$ рассматриваются как дополнение обобщенного матричного числа $\left[\alpha_{ij}^{(r+1)^*}\right]$ последующего (r+1)-го участка разбиения исходной сети. В общем виде для (r+1)-го участка сети матричное число определяется как

$$\alpha_{ij}^{(r+1)^*}=\left\{\alpha_{ij}^{r+1};\, i\in\left\{R_r^*\cup X_{r+1}\right\},\, j\in X_{r+1}\right\}, \tag{3}$$

где R_r^* — множество конечных вершин r-го участка, соответствующих условиям (1), (2) и являющихся исходными для (r+1)-го участка; X_{r+1} — множество вершин (r+1)-го участка декомпозиции сети.

При таком подходе следующий этап решения задачи определения оптимального пути между промежуточными вершинами R_r^* и конечными вершинами R_{r+1} (r+1)-го участка декомпозиции производственного процесса, по аналогии с (1) и (2), может быть представлен выражением

$$\rho_{\gamma_r\gamma_{r+1}}=\left\{\det\left[\alpha_{ij}^{(r+1)}\right]_{\mathrm{mod}_2}^{i^*j^*};\, i^*=\gamma_r\in R_r^*;\, j^*\in R_{r+1}\right\},$$

где $\left[\alpha_{ij}^{(r+1)}\right]$ — обобщенное матричное число (r+1)-й декомпозиции сети $G(X,Y)$ с учетом результатов дополнения сети на r-м этапе декомпозиции, при условии

$$\prod_{e_{ij}\in g_{r+1}}^{*}\det\left[e_{ij}\right]=0\ \forall g_{r,r+1}\in G_{r+1}\ \text{при}\left\{\left(\sum_{i\in\Theta_{r\gamma_{r+1}}}Z_i-\sum_{\beta=r+1}^{\eta}Q_{\beta\min}\right)>Z_э^0\right\}, \tag{4}$$

где $g_{r,r+1}\in G_{r+1}$ — путь, сформированный из множества конечных вершин r-го участка разбиения сети до множества конечных вершин (r+1)-го участка сети; G_{r+1} — множество путей из конечных вершин r-го участка разбиения сети до конечных вершин (r+1)-го участка, отвечающих условиям (2); $Q_{\beta\min}$ — прогнозируемые значения минимальных затрат на последующих участках разбиения сети; значения Q_β, $\beta=\overline{(r+1),\eta}$, определяются по матрице затрат ресурсов.

Выполнение условия (4) позволяет, на основе прогноза на каждом из этапов формирования, исключать из рассмотрения пути, не соответствующие ограничениям.

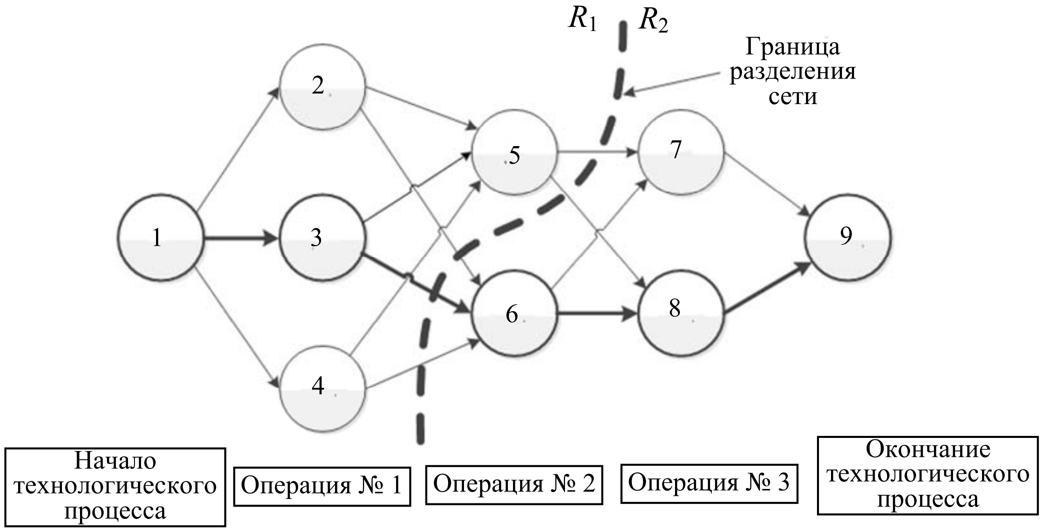
При r+1=η решением задачи будет являться кратчайший путь, соединяющий вершины i=1 и j=N сети $\underline{G}$, который может быть найден с использованием выражений (1) и (2).

Рассмотрим эффективность предложенного алгоритма на примере решения приведенной в работе [1] задачи оптимизации технологического процесса, представленного графом (см. рисунок). Выбор оптимального пути графа — распределение ресурсов (при ограничениях на весь комплекс операций, составляющих Q=2,2 у.е.) — рассматривался как задача булева программирования. Эффективность эвристического решения задачи

$$Z_э^0=(путь-e_{41},e_{54},e_{85},e_{98})=1,2\,.$$

Для указанного графа матричное число α_0, матрицы весов Z и матрицы ограничений Q в соответствии с изложенной выше методикой имеют следующий вид:

$$\alpha_0=\begin{array}{l}\left.\begin{array}{c|cccc}1&1&&&\\2&2&1&&\\3&3&1&&\\4&4&1&&\\5&5&2&3&4\end{array}\right\}R_1\\ \hdashline \left.\begin{array}{c|cccc}6&6&2&3&4\\7&7&5&6&\\8&8&5&6&\\9&9&7&8&\end{array}\right\}R_2\end{array};\quad Z=\begin{array}{l}\left.\begin{array}{c|cccc}1&0&&&\\2&0&2&&\\3&0&2&&\\4&0&6&&\\5&0&3&3&3\end{array}\right\}R_1\\ \hdashline \left.\begin{array}{c|cccc}6&0&2&2&2\\7&0&7&7&\\8&0&3&3&\\9&0&0&0&\end{array}\right\}R_2\end{array},\quad Q=\begin{array}{l}\left.\begin{array}{c|cccc}1&0&&&\\2&0&0{,}9&&\\3&0&0{,}8&&\\4&0&0{,}5&&\\5&0&0{,}95&0{,}95&0{,}95\end{array}\right\}R_1\\ \hdashline \left.\begin{array}{c|cccc}6&0&0{,}8&0{,}8&0{,}8\\7&0&0{,}4&0{,}4&\\8&0&0{,}6&0{,}6&\\9&0&0&0&\end{array}\right\}R_2\end{array}.$$



Для определения длин дуг между начальной вершиной i=1 и конечными вершинами первого множества разбиения сети воспользуемся выражениями (1) и (2). Так, получим удовлетворяющие ранее определенным условиям решения первого фрагмента исходной задачи относительно конечных вершин первого подмножества R_1, а именно:

$$\gamma_2^*=\left\{\rho_2^*(e_{21}),z_2^*=2,Q_2^*=0,9\right\};\ \gamma_3^*=\left\{\rho_3^*(e_{31}),z_3^*=2,Q_3^*=0,8\right\};$$

$$\gamma_4^*=\left\{\rho_4^*(e_{41}),z_4^*=6,Q_4^*=0,5\right\};\ \gamma_5^*=\left\{\rho_5^*(e_{21}e_{52}),z_5^*=5,Q_5^*=1,25\right\}.$$

Как видно, условиям задачи в данном фрагменте разделения удовлетворяют все четыре варианта организации технологического процесса, т.е. $R_1=\{\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5\}$. Следовательно, эти пути решения задачи далее должны быть представлены как необходимые дополнения фрагмента сети последующего этапа поиска. Дополняя, согласно (3), фрагмент матричного числа второй части задачи $\left[\alpha_{ij}: i\in R_1^*\cup R_2;\ j=\overline{1,N}\right]$, получаем

$$\alpha_0{}^* = \begin{array}{l} \left.\begin{array}{c|cccc} 2^* & 2 & & & \\ 3^* & 3 & & & \\ 4^* & 4 & & & \\ 5^* & 5 & & & \end{array}\right\} R_1{}^* \\ \hdashline \left.\begin{array}{c|cccc} 6 & 6 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 7 & 5 & 6 & \\ 8 & 8 & 5 & 6 & \\ 9 & 9 & 7 & 8 & \end{array}\right\} R_2 \end{array} ; \quad Z^* = \begin{array}{l} \left.\begin{array}{c|cccc} 2^* & 0{,}2 & & & \\ 3^* & 0{,}2 & & & \\ 4^* & 0{,}6 & & & \\ 5^* & 0{,}5 & & & \end{array}\right\} R_1{}^* \\ \hdashline \left.\begin{array}{c|cccc} 6 & 0 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 7 & 0 & 0{,}7 & 0{,}7 & \\ 8 & 0 & 0{,}3 & 0{,}3 & \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\} R_2 \end{array} ,$$

$$Q^* = \begin{array}{l} \left.\begin{array}{c|cccc} 2^* & 0{,}9 & & & \\ 3^* & 0{,}8 & & & \\ 4^* & 0{,}5 & & & \\ 5^* & 1{,}25 & & & \end{array}\right\} R_1{}^* \\ \hdashline \left.\begin{array}{c|cccc} 6 & 0 & 0{,}8 & 0{,}8 & 0{,}8 \\ 7 & 0 & 0{,}4 & 0{,}4 & \\ 8 & 0 & 0{,}6 & 0{,}6 & \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\} R_2 \end{array} .$$

Окончательное решение задачи оптимизации технологического процесса может быть найдено на основе определения модифицированной детерминантной функции прямой производной матричного числа α^*, т.е $\det\left[\alpha_{ij}^{\eta}\right]_{\mathrm{mod}_2}^{i^* j^*}$; $i^* \in \{2, 3, 4, 5\}$; $j^* \in 9$, при условии (1).

Таким образом, решением задачи будет путь $\rho^*(e_{31}, e_{63}, e_{86}, e_{98})$, оценка эффективности которого Z=0,7, а затраты Q=2,2.

Предложенный метод декомпозиции при решении задач оптимального распределения ресурсов в сетевых структурах организации производственного процесса является более эффективным при компьютерной реализации и позволяет сократить объем вычислений на 15—22 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Багрецов С. А., Мищенко Э. В.* Модель управления производственной системой на основе аппарата обобщенных матричных чисел // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 3. С. 185—189.

2. *Бурков В. Н., Заложнев А. Ю., Новиков Д. А.* Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001. 124 с.

3. *Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И.* Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990. 384 с.

Сведения об авторах

Сергей Алексеевич Багрецов — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных радиотехнических систем; E-mail: sergeibagrecov@bk.ru

Иван Юрьевич Воронков — канд. воен. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского, учебно-методический отдел; начальник отдела;
E-mail: 9974853@mail.ru

Эдуард Владимирович Мищенко — ВКА им. А. Ф. Можайского, учебно-методический отдел; начальник отделения; E-mail: ed.84@mail.ru

Рекомендована кафедрой специальных радиотехнических систем

Поступила в редакцию 18.08.16 г.

Ссылка для цитирования: *Багрецов С. А., Воронков И. Ю., Мищенко Э. В.* Применение метода декомпозиции и аппарата обобщенных матричных чисел в задачах оптимального распределения ресурсов предприятия // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 3. С. 239—244.

APPLICATION OF THE DECOMPOSITION METHOD AND THE APPARATUS OF GENERALIZED MATRIX NUMBERS IN THE PROBLEMS OF OPTIMAL ALLOCATION OF ENTERPRISE RESOURCES

S. A. Bagretsov, I. Yu. Voronkov, E. V. Mishchenko

A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: ed.84@mail.ru

The problem of improvement of efficiency of control over flexible manufacturing lines is considered. The developed approach is based on application of the decomposition method and apparatus of generalized matrix numbers in the problems of optimal distribution of resources in network structures. A method is proposed which allows to reduce the computational time and to provide efficient integration of structure and characteristics of the analyzed graph.

Keywords: production process, optimization, resource allocation, generalized matrix numbers, determinant function, decomposition method

Data on authors

Sergey A. Bagretsov	—	Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Radio Engineering Systems; E-mail: sergeibagrecov@bk.ru
Ivan Yu. Voronkov	—	PhD; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Educational-Methodical Department; Head of the Department; E-mail: 9974853@mail.ru
Eduard V. Mishchenko	—	A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Educational-Methodical Department; Head of the Department; E-mail: ed.84@mail.ru

For citation: *Bagretsov S. A., Voronkov I. Yu., Mishchenko E. V.* Application of the decomposition method and the apparatus of generalized matrix numbers in the problems of optimal allocation of enterprise resources // Journal of Instrument Engineering. 2017. Vol. 60, N 3. P. 239—244 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-3-239-244