

БЫСТРОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАТОРА ХАОТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

А. А. БОБЦОВ, О. И. БОРИСОВ, В. С. ГРОМОВ, А. А. ПЫРКИН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: gromov@corp.ifmo.ru*

Решена задача оценки параметров хаотического сигнала на примере осциллятора Дуффинга. Особенностью предлагаемого метода является быстрая оценка параметров сигнала, что позволяет улучшить качество переходных процессов. Быстрая оценка достигается путем ввода новых одномерных регрессионных моделей с использованием линейных стационарных фильтров независимо для каждого параметра сигнала. Представлены результаты математического моделирования, выполнено сравнение с классическим градиентным методом. Представлен пример оценки последовательности значений изменяющегося сигнала. Предлагаемый метод может применяться в таких системах, как колеблющийся двойной маятник, электрические цепи с особыми комбинациями параметров, а также хаотические системы вида „источник—приемник“. Сокращенное время переходного процесса позволяет использовать данный метод для оценки значений последовательности сигналов хаотической системой вида осциллятора Дуффинга.

Ключевые слова: хаотические системы, нелинейные системы, осциллятор Дуффинга, оценка параметров

Введение. Задача синтеза адаптивных наблюдателей для нелинейных динамических систем остается в центре внимания многие годы. Одной из причин интереса является возможность использования наблюдателей в передающих системах [1]. Новым направлением исследований является передача информации с параметрами динамической системы. Выходной сигнал такой системы („источника“) передается в „приемник“, предназначенный для восстановления неизмеряемых сигналов и значений параметров модели „источника“.

В качестве модели „источника“ будем использовать хаотическую динамическую систему Дуффинга. Выходной сигнал находится в широкой полосе частот, „приемник“ представлен в виде адаптивного наблюдателя хаотической системы.

Некоторые методы разработки адаптивных наблюдателей [2, 3] основаны на возможности пассивации модели передающей системы через обратную связь с допущением, что относительная степень этой модели равна нулю или единице. Иные методы [4] подразумевают возможность измерения полного вектора состояния передающей системы.

В статье [5] представлено решение для модели с относительной степенью больше единицы, основанное на нелинейном адаптивном наблюдателе. Это решение было развито в статьях [6, 7], где была поставлена задача разработки наблюдателя для неавтономной нелинейной динамической системы. Примерами таких систем могут быть модель Дуффинга или модель автокатализа [8], демонстрирующие хаотическое поведение. В работе [9] представлено решение, при котором порядок наблюдателя равен 16 для одного передаваемого параметра.

Настоящая статья развивает положения работ [10—13]; основной задачей является выделение полезной информации из хаотического сигнала и оценка параметров системы. Наблюдатель использует только выходной сигнал хаотической системы при условии полной параметрической неопределенности модели. Важно достичь такого времени переходного процесса, чтобы данную систему можно было использовать на практике.

Постановка задачи. Представим хаотическую систему Дуффинга в следующем виде:

$$\ddot{y}(t) + c_1 \dot{y}(t) + c_2 y(t) - \bar{\theta} f(t) - \delta(t) = 0, \quad (1)$$

где y — выходной сигнал системы, c_1 , c_2 и $\bar{\theta}$ — неизвестные параметры, $\delta(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ — неизмеряемый гармонический сигнал, $f(y) = y^3$.

Основная задача состоит в разработке наблюдателя, обеспечивающего передачу параметра $\bar{\theta}$ и оценку неизвестных параметров c_1 , c_2 , ω в модели (1). Предположим, что выходные переменные $y(t)$ и $f(t)$ являются измеряемыми.

Основной подход. Перепишем (1) в следующем виде:

$$p^2 y(t) + c_0(p) y(t) - \bar{\theta} f(t) = \delta(t), \quad (2)$$

где $c_0(p) = c_1 p + c_2$ и $p = d/dt$.

Дважды продифференцируем (2) и получим:

$$p^4 y(t) + p^2 c_0(p) y(t) - \bar{\theta} p^2 f(t) = p^2 \delta(t). \quad (3)$$

Так как сигнал $\delta(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ является гармоническим,

$$p^2 \delta(t) = \theta \delta(t), \quad (4)$$

где $\theta = -\omega^2$.

Подставив (2) и (4) в (3), получим:

$$p^4 y(t) + p^2 c_0(p) y(t) - \bar{\theta} p^2 f(t) = \theta p^2 y(t) + \theta c_0(p) y(t) - \theta \bar{\theta} f(t), \quad (5)$$

отсюда

$$p^4 y(t) = a_1(p) y(t) + a_2(p) f(t), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} a_1(p) &= -p^2 c_0(p) + \theta p^2 + \theta c_0(p) = \\ &= -c_1 p^3 + (\theta - c_2) p^2 + \theta c_1 p + \theta c_2 = \gamma_1 p^3 + \gamma_2 p^2 + \gamma_3 p + \gamma_4 \end{aligned} \quad (7)$$

и

$$a_2(p) = \bar{\theta} p^2 - \theta \bar{\theta} = \gamma_5 p^2 + \gamma_6. \quad (8)$$

Выполнив преобразование Лапласа для (6), получим:

$$s^4 Y(s) = a_1(s) Y(s) + a_2(s) F(s) + D(s), \quad (9)$$

где s — оператор Лапласа; $Y(s) = L\{y(t)\}$, $F(s) = L\{f(y(t))\}$ — изображения Лапласа для $y(t)$ и $f(y(t))$ соответственно, полином $D(s)$ обозначает сумму всех компонент, содержащих начальные значения.

Преобразуем модель (9) к следующему виду:

$$\frac{s^4 \lambda^4}{(s + \lambda)^4} Y(s) = \frac{a_1(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4} Y(s) + \frac{a_2(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4} F(s) + \frac{D(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4}, \quad (10)$$

λ — настраиваемый параметр фильтра

Из (10) получим:

$$\frac{p^4 \lambda^4}{(p + \lambda)^4} y(t) = \frac{a_1(p) \lambda^4}{(p + \lambda)^4} y(t) + \frac{a_2(p) \lambda^4}{(p + \lambda)^4} f(t) + \varepsilon_y(t), \quad (11)$$

где $\varepsilon_y(t) = L^{-1} \left\{ \frac{D(s) \lambda^4}{(s + \lambda)^4} \right\}$ является экспоненциально затухающей функцией времени, вызванной начальными условиями. Параметризуем модель (11), пренебрегая $\varepsilon_y(t)$.

Рассмотрим следующие дополнительные фильтры:

$$\xi_1(t) = \frac{\lambda^4}{(p + \lambda)^4} y(t), \quad (12)$$

$$\xi_2(t) = \frac{\lambda^4}{(p + \lambda)^4} f(t). \quad (13)$$

Подставив (12) и (13) в (11), получим:

$$\xi_1^{(4)}(t) = a_1(p) \xi_1(t) + a_2(p) \xi_2(t). \quad (14)$$

Перепишем (14) в следующем виде:

$$z(t) = \gamma_1 \psi_1(t) + \gamma_2 \psi_2(t) + \gamma_3 \psi_3(t) + \gamma_4 \psi_4(t) + \gamma_5 \psi_5(t) + \gamma_6 \psi_6(t), \quad (15)$$

где $z(t) = \xi_1^{(4)}(t)$, $\psi_1(t) = \xi_1^{(3)}(t)$, $\psi_2(t) = \xi_1^{(2)}(t)$, $\psi_3(t) = \xi_1^{(1)}(t)$, $\psi_4(t) = \xi_1(t)$, $\psi_5(t) = \xi_2^{(2)}(t)$, $\psi_6(t) = \xi_2(t)$.

Регрессионная модель (15) зависит от измеряемых функций и неизвестных постоянных параметров. Отметим, что γ_5 является искомым параметром $\bar{\theta}$. Используя (15), построим алгоритм идентификации:

$$\hat{z} = \hat{\gamma}_1 \psi_1 + \hat{\gamma}_2 \psi_2 + \hat{\gamma}_3 \psi_3 + \hat{\gamma}_4 \psi_4 + \hat{\gamma}_5 \psi_5 + \hat{\gamma}_6 \psi_6, \quad (16)$$

где настроечный коэффициент $k_i > 0$ ($i = \overline{1, 6}$).

Оценить значения $\hat{\gamma}_i$ может с помощью типового градиентного метода, но результаты работы [10] показывают, что показатели времени переходного процесса и перерегулирования при этом неприемлемы для практического использования этого метода с целью наблюдения параметров хаотической системы Дуффинга.

Быстрое оценивание параметров. Для быстрого оценивания параметров генератора хаотического сигнала будем использовать процедуру динамического расширения регрессора (ДРР), описанную в работах [14, 15]. В рассматриваемом случае с этой целью необходимо ввести шесть новых одномерных регрессионных моделей независимо для каждого параметра.

Первым шагом процедуры ДРР для системы (16) будет введение пяти линейных \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов $H_j : \mathcal{L}_\infty \rightarrow \mathcal{L}_\infty$, $j = \overline{1, 5}$, выход которых для любого ограниченного входа может быть представлен в виде:

$$(\cdot)_{f_j}(t) = [H_j(\cdot)](t) + \varepsilon_t, \quad (17)$$

где ε_t — экспоненциально затухающая компонента. Например, операторы H_j могут быть простыми, экспоненциально устойчивыми, линейными стационарными фильтрами вида $H_j(p) = \frac{\alpha_j}{p + \beta_j}$, а также $p := \frac{d}{dt}$ и $\alpha_j \neq 0$, $\beta_j > 0$; в этом случае ε_t учитывает эффект начальных состояний фильтров. Также можно использовать операторы запаздывания вида $[H_j(\cdot)(t) = (\cdot)(t - d_j)]$, где $d_j \in \mathbb{R}_+$.

Применим эти операторы к регрессионной модели для получения уравнения фильтрованной регрессии:

$$z_{f_j} = m_{f_j}^T \gamma. \quad (18)$$

Дополнив исходную форму регрессора пятью фильтрованными регрессорами, построим расширенный регрессор системы:

$$Z_e(t) = M_e(t) \gamma, \quad (19)$$

где определим $Z_e: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^6$ и $M_e: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{6 \times 6}$ как:

$$Z_e = \text{col}(z, z_{f_1}, \dots, z_{f_5}), \quad M_e^T = [m m_{f_1}, \dots, m_{f_5}]. \quad (20)$$

Умножив (19) на присоединенную матрицу для M_e , получим шесть скалярных регрессоров вида

$$Z_i(t) = \varphi(t) \gamma_i \quad (21)$$

с $i = \overline{1, 6}$, определитель M_e обозначим как

$$\varphi(t) = \det \{M_e(t)\} \quad (22)$$

и вектор $Z: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^6$

$$Z(t) = \text{adj} \{M_e(t)\} Z_e(t). \quad (23)$$

Оценки параметров γ_i могут быть получены из скалярной регрессионной формы (21) через:

$$\hat{\gamma}_i = k_i \varphi (Z_i - \varphi \hat{\gamma}_i), \quad (24)$$

с $k_i > 0$. Из (21) видно, что последнее выражение эквивалентно

$$\dot{\tilde{\gamma}}_i = -k_i \varphi_2 \tilde{\gamma}_i. \quad (25)$$

Решив простое скалярное дифференциальное уравнение, получим

$$\varphi(t) \notin \mathcal{L}_2 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\gamma}_i(t) = 0, \quad (26)$$

обратное утверждение тоже верно.

Математическое моделирование. Была смоделирована адаптивная оценка параметра $\bar{\theta}$ для следующего случая хаотической системы Дуффинга (1): $c_1 = 0$, $c_2 = 0,5$, $\bar{\theta} = -1$, $\delta(t) = \sin(0,1t)$. В этом случае имеем: $\gamma_1 = -c_1 = 0$; $\gamma_2 = \theta - c_2 = -0,51$; $\gamma_3 = \theta c_1 = 0$; $\gamma_4 = \theta c_2 = -0,005$; $\gamma_5 = \bar{\theta} = -1$ и $\gamma_6 = -\theta \bar{\theta} = -0,01$. Поведение такой хаотической системы представлено фазовым портретом на рис. 1.

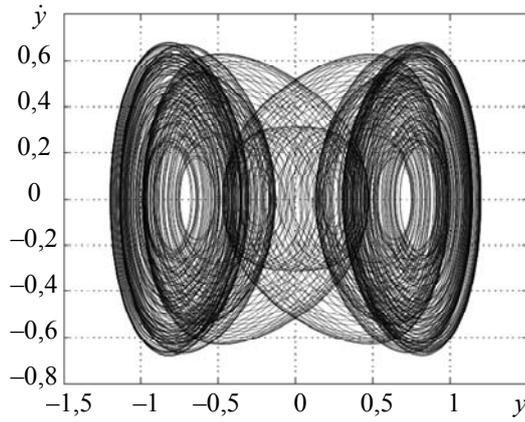


Рис. 1

Предлагаемый метод будем сравнивать с обычным градиентным методом настройки параметров, как представлено в работе [10]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\gamma}}_1(t) &= 20\psi_1(t)\left(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)\right), \quad \dot{\hat{\gamma}}_2(t) = 10\psi_2(t)\left(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)\right), \\ \dot{\hat{\gamma}}_3(t) &= 10\psi_3(t)\left(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)\right), \quad \dot{\hat{\gamma}}_4(t) = 10\psi_4(t)\left(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)\right), \\ \dot{\hat{\gamma}}_5(t) &= 13\psi_5(t)\left(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)\right), \quad \dot{\hat{\gamma}}_6(t) = 10\psi_6(t)\left(\xi_1^{(4)} - \hat{z}(t)\right). \end{aligned} \tag{27}$$

Результаты компьютерного моделирования градиентного метода (27) при $\lambda = 10$ приведены на рис. 2, а. Установившееся значение $\hat{\gamma}_5 \rightarrow \bar{\theta} = -1$. Время переходного процесса оценки параметра 1000 с. Видно, что время переходного процесса такого порядка делает неприемлемым использование стандартного градиентного метода на практике.

На рис. 2, б показаны результаты моделирования с помощью предлагаемого метода быстрой оценки параметров хаотической системы Дуффинга (1). Были выбраны оператор запаздывания $[H_j(\cdot)(t) = (\cdot)(t - d_j)]$ и коэффициент $k_i = 2 (i = \overline{1, 6})$. Время переходного процесса оценки параметра системы равняется 4,5 с, что значительно меньше показателей градиентного метода. Также было устранено перерегулирование при оценке параметра $\bar{\theta}$. Все оценки сошлись к истинным значениям. Преимущества предлагаемого метода быстрой оценки позволяют использовать его на практике в составе различных систем управления для оценки параметров хаотической системы Дуффинга.

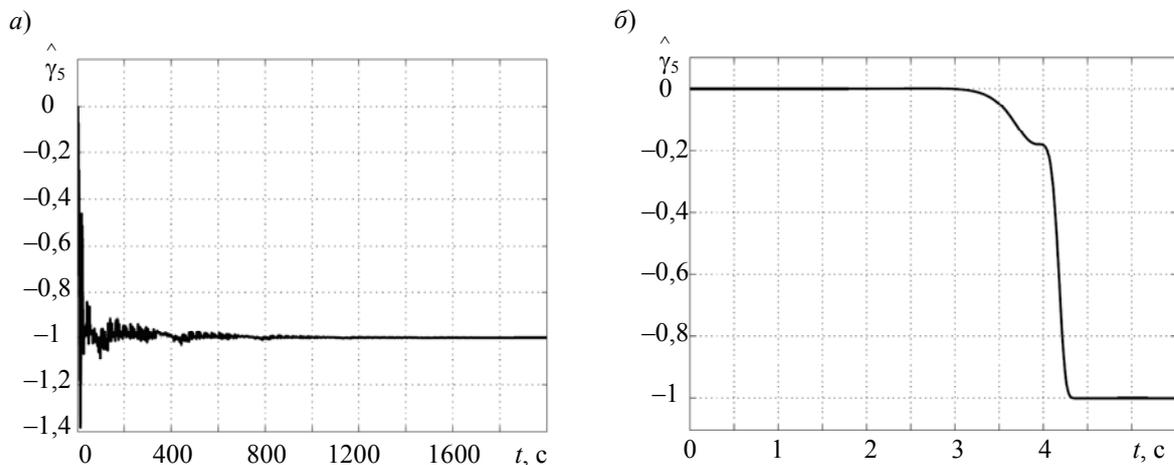


Рис. 2

Малое время, затрачиваемое на оценку параметров, позволяет использовать предлагаемый метод для передачи последовательности различных значений параметров $\bar{\theta}$. На рис. 3 представлены результаты моделирования с переключающимся сигналом. Значения параметра $\bar{\theta}$ $[-6; -4; -8]$ изменяются каждые пять секунд; оценка $\hat{\gamma}_5$ сходится к значению параметра $\bar{\theta}$ в пределах каждого периода. Для этого сценария значение выхода регрессора было ограничено с целью предотвращения возможного значительного перерегулирования в моменты переключения сигнала.

Моделирование иллюстрирует передачу последовательности параметров на основе хаотической системы Дуффинга. Алгоритм оценки позволяет каждые пять секунд получать значения из последовательности, размещенной в хаотической системе.

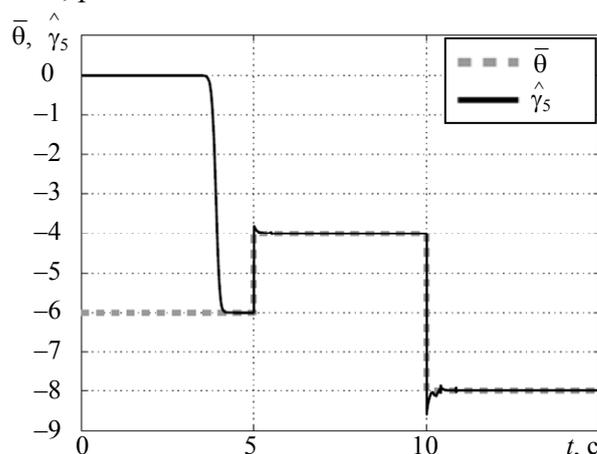


Рис. 3

Заключение. Предлагаемый метод может применяться в колеблющемся двойном маятнике, электрических цепях с особыми комбинациями параметров, а также хаотических системах вида „источник—приемник“.

Предлагаемый метод быстрой оценки позволяет значительно сократить (в сравнении с другими методами) время переходного процесса и устранить перерегулирование. Сокращенное время переходного процесса позволяет использовать метод для оценки значений последовательности сигналов от источника, являющегося хаотической системой вида осциллятора Дуффинга.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (Госзадание, проект 2.8878.2017; Грант Президента РФ № 14.Y31.16.9281-НШ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zapateiro M., Vidal Y., Acho L. A secure communication scheme based on chaotic duffing oscillators and frequency estimation for the transmission of binary-coded messages // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2014. Vol. 19, N 4. P. 991—1003. DOI: 10.1016/j.cnsns.2013.07.029.
2. Fradkov A., Nijmeijer H., Markov A. Adaptive observer-based synchronization for communication // Intern. J. of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering. 2000. Vol. 10, N 12. P. 2807—2813.
3. Bobtsov A. A., Efimov D. V., Pyrkin A. A. Hybrid adaptive observers for locally Lipschitz systems // Intern. J. of Adaptive Control and Signal Processing. 2011. Vol. 25, N 1. P. 33—47. DOI: 10.1002/acs.1190.
4. Huijberts H., Nijmeijer H., Willems R. System identification in communication with chaotic systems // IEEE Transact. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 2000. Vol. 47, N 6. P. 800—808. DOI: 10.1109/81.852932.
5. Nikiforov V., Andrievsky B. Adaptive observers for nonlinear nonpassifiable systems with applications to signal transmission // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. 2002. Vol. 4. P. 4706—4711.

6. Efimov D. V. Robust adaptive nonlinear partial observers for time-varying chaotic systems // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. 2004. Vol. 2. P. 2059—2064.
7. Efimov D., Fradkov A. Adaptive partial observers with application to time-varying chaotic systems // Solid Mechanics and its Applications. 2005. Vol. 122. P. 27—35. DOI: 10.1007/1-4020-3268-4-3.
8. Nicolis G., Prigogine I. Self-Organization in Nonequilibrium Systems. NY: Wiley, 1977.
9. Bobtsov A., Pyrkin A., Nikolaev N., Slita O. Adaptive observer design for a chaotic Duffing system // Intern. J. of Robust and Nonlinear Control. 2009. Vol. 19, N 7. P. 829—841. DOI: 10.1002/rnc.1354.
10. Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A. An adaptive observer with reduced order for chaotic duffing system transmitting a vector of parameters // IFAC Proc. Volumes (IFAC-PapersOnline). 2010. Vol. 43, N 14. P. 290—295. DOI: 10.3182/20100901-3-IT-2016.00015.
11. Bobtsov A., Pyrkin A., Nikolaev N., Slita O. Short communication adaptive observer design for a chaotic Duffing system // Intern. J. of Robust and Nonlinear Control. 2009. Vol. 19, N 9. P. 829—841. DOI: 10.1002/rnc.1354.
12. Bobtsov A., Pyrkin A., Slita O., Nikolaev N. Adaptive observer design for chaotic Duffing system // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2008. Vol. 1, N 1. DOI: 10.3182/20080706-5-KR-1001.0163.
13. Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S., Nikolaev N., Slita O. An adaptive observer for chaotic Duffing system // 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference. 2008.
14. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Transact. on Automatic Control. 2016. Vol. 2016. P. 6971—6976 DOI: 10.1109/TAC.2016.2614889
15. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved Transients in Multiple Frequencies Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IFAC-PapersOnLine. 2016. Vol. 49, N 13. P. 99—104. DOI: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934.

Сведения об авторах

- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: bobtsov@mail.ru
- Олег Игоревич Борисов** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: borisov@corp.ifmo.ru
- Владислав Сергеевич Громов** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: gromov@corp.ifmo.ru
- Антон Александрович Пыркин** — д-р техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
20.03.17 г.

Ссылка для цитирования: Бобцов А. А., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А. Быстрое оценивание параметров генератора хаотического сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 6. С. 487—494.

FAST ESTIMATION OF CHAOTIC SIGNAL GENERATOR PARAMETERS

A. A. Bobtsov, O. I. Borisov, V. S. Gromov, A. A. Pyrkin

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: gromov@corp.ifmo.ru

The problem of parameter estimation for Duffing-like chaotic signal is addressed. A new method with performance enhancement is proposed. Fast estimation of parameters is achieved with introduction of additional filtered linear regression models for each parameter of the signal. Results of simulation are presented, comparison with the gradient method is carried out. Various applications of the proposed method, such as double well and pendulum system, electrical circuits with specific parameters, and chaotic types transmitting systems are considered. The short time of parameters estimation allows for using the proposed method for estimating switching parameters in chaotic Duffing-like systems.

Keywords: chaotic systems, nonlinear systems, Duffing oscillator, parameter estimation

Data on authors

- Alexey A. Bobtsov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru
- Oleg I. Borisov** — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: borisov@corp.ifmo.ru
- Vladislav S. Gromov** — Post-Graduate Student; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: gromov@corp.ifmo.ru
- Anton A. Pyrkin** — Dr. Sci., Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

For citation: Bobtsov A. A., Borisov O. I., Gromov V. S., Pyrkin A. A. Fast estimation of chaotic signal generator parameters. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 6. P. 487—494 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-6-487-494