
ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 536.6
DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-6-538-544

ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Н. В. ПИЛИПЕНКО

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: pilipenko38@mail.ru*

Рассмотрены особенности применения метода параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей теплопереноса в системе тел „преобразователь теплового потока—объект исследования“ при решении задачи восстановления нестационарного теплового потока в ударных и импульсных аэрогидродинамических трубах. Получено хорошее совпадение с результатами других авторов. Даны рекомендации по совершенствованию параметров преобразователя и уменьшению величины неопределенности измерения теплового потока. Матрицы обратных связей, управления и измерения, полученные с помощью метода, позволяют определить динамические характеристики преобразователя: переходную, импульсную, амплитудно- и фазочастотную, а также передаточную функции.

Ключевые слова: температура, тепловой поток, дифференциально-разностные модели, неопределенность измерения, преобразователь теплового потока

При проведении экспериментальных исследований в ударных и импульсных аэрогидродинамических трубах часто возникает задача восстановления поверхностной плотности теплового потока по измеренной температуре объекта исследования. Для измерения, как правило, используются малоинерционные преобразователи температуры, чувствительные элементы которых изготовлены из материалов с хорошо известными теплофизическими свойствами, температурное поле в них с приемлемой неопределенностью можно считать одномерным. В связи с кратковременным рабочим режимом установки (параметры набегающего потока близки к постоянным в течение ≤ 100 мс) температурный режим чувствительного элемента является нестационарным. Восстановление поверхностной плотности теплового потока по измеренной температуре относится к классу граничных обратных задач теплопроводности (ОЗТ), которые, как правило, являются некорректно поставленными задачами математической физики, что приводит к возможной неустойчивости их решений. В литературе [1—4] приведены различные методы решения граничных ОЗТ. В настоящее время общепризнано, что для научно-технических приложений эффективными методами решения граничных ОЗТ являются экстремальные постановки с последующей функциональной (по классификации О. М. Алифанова) [4] или параметрической идентификацией.

Решение граничной ОЗТ применительно к ударным и импульсным аэрогидродинамическим трубам получено Е. П. Столяровым [5] в Центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ) им. Н. Е. Жуковского. Им детально рассмотрены два метода решения: метод

итераций и метод интегральных преобразований с конечными пределами. В первом методе ОЗТ сведена к системе двух связанных уравнений интегрального и интегродифференциального типа Вольтерра относительно температуры и поверхностной плотности теплового потока. Во втором — интегральном методе для класса граничных функций, удовлетворяющих условиям Дирихле и представляемых частичной суммой ряда Фурье — ОЗТ сводится к системе алгебраических уравнений, имеющих единственное решение. В результате тщательного анализа решений автором настоящей статьи при нулевых граничных условиях получено точное решение нестационарной ОЗТ при отсутствии в сигнале случайных помех; приведены рекомендации по уменьшению влияния помех на полученные результаты.

При всех положительных особенностях рассмотренных методов их практическая реализация связана с рядом трудностей. Они громоздки и требуют для уменьшения влияния случайных помех многократных испытаний с последующим осреднением результатов, а в некоторых случаях — использования метода регуляризации решения в частотной области.

Ниже рассмотрен метод параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей (ДРМ) теплопереноса в системе тел „преобразователь теплового потока (ПТП) — объект исследования“, который свободен от указанных сложностей и приводит к более простому численно-аналитическому методу вычислений [6—13]. Рассмотрим кратко особенности метода применительно к задаче восстановления нестационарного теплового потока в ударных и импульсных аэрогидродинамических трубах с использованием ПТП ЦАГИ и сравним полученные результаты.

На рис. 1 приведена схема ПТП, который представляет собой тонкий слой раскатанной хром-копелевой термопары 1, закрепленный на основании 3 эпоксидным клеем 2. Толщина Δ каждого слоя i , плотность ρ , теплопроводность λ и удельная теплоемкость c приведены в таблице.

Слой	Δ , м	ρ , кг/м ³	λ , Вт/м·К	c , Дж/кг·К
Чувствительный элемент	$30 \cdot 10^{-6}$	8800	25	384
Эпоксидный клей	$20 \cdot 10^{-6}$	1160	0,17	2000
Основание	$10 \cdot 10^{-3}$	1830	0,452	980

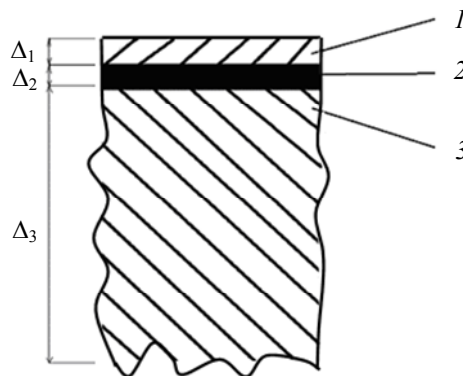


Рис. 1

Предварительный анализ конструкции и частоты изменения действующего потока $q(\tau)$ позволил представить модель ПТП в виде двух последовательно соединенных пластин на полуграниченном теле без учета теплового контактного сопротивления (КТС) между ними. Отметим, что рассматриваемый метод позволяет учесть КТС, однако в этом случае контакт можно считать идеальным.

По аналогии с работами [7, 11] для построения ДРМ конструктивные элементы ПТП разбиваются на блоки ($n = 26$, причем $n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 22$) толщиной Δ с температурой

t_1, t_2, \dots, t_{26} . Для каждого блока составляется уравнение теплового баланса между изменением его теплосодержания и потоками тепла от соседних блоков. Для двух граничных блоков задаются условия: для тыльной стороны — граничные условия 2-го рода, для торцевой — условие полупространства. На рис. 2 показана топология ПТП в виде двухсоставной неоднородной стенки на полуограниченном теле с идеальным тепловым контактом.

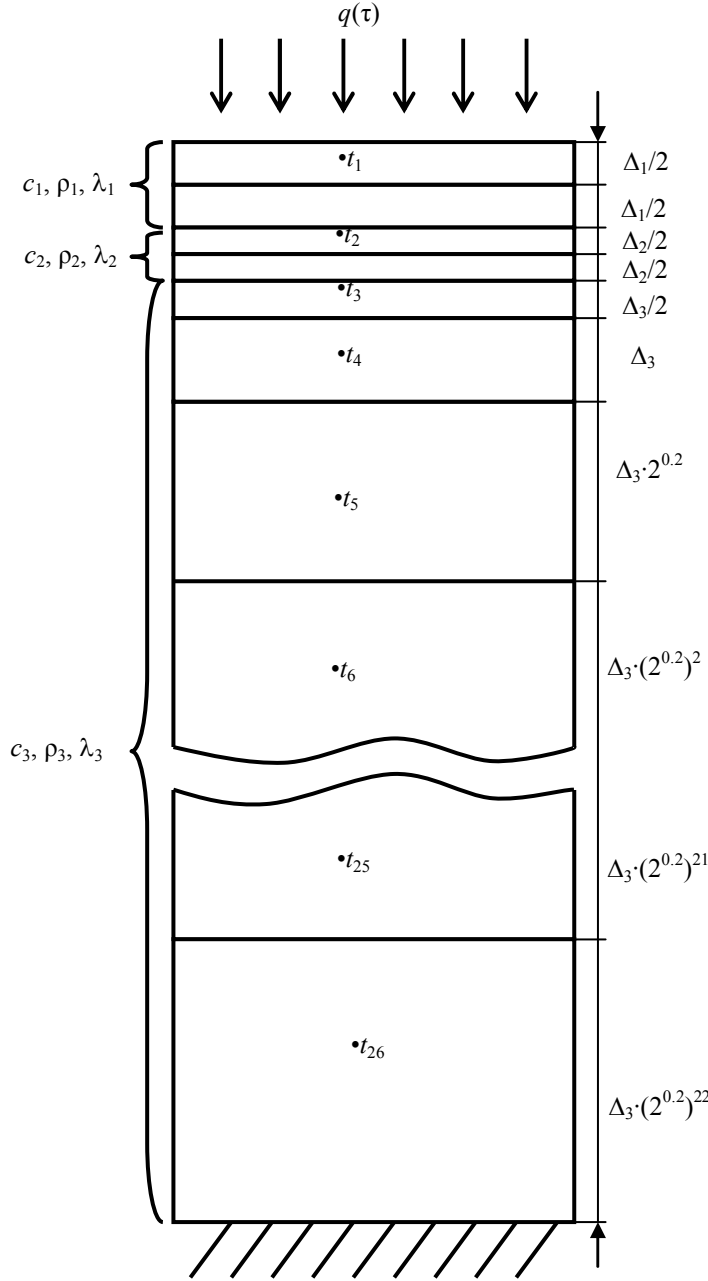


Рис. 2

Одномерный теплоперенос в ПТП может быть описан системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно составляющих t_i вектора $\mathbf{T}(\tau)$, в векторно-матричной форме [6]:

$$\frac{d}{d\tau} \mathbf{T}(\tau) = \mathbf{F}\mathbf{T}(\tau) + \mathbf{G}\mathbf{U}(\tau), \tag{1}$$

где \mathbf{T} и \mathbf{U} — векторы состояния и управления системы; \mathbf{F} , \mathbf{G} — матрицы обратных связей и управления. Математическая модель измерений имеет вид [6]:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{T} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{2}$$

где \mathbf{Y} и $\boldsymbol{\varepsilon}$ — векторы измерений и неопределенности в измерениях соответственно; \mathbf{H} — матрица измерений.

Векторы состояния, управления, измерений и матрица управления соответственно в уравнении (1) имеют вид [6—8]:

$$\mathbf{T}_{(26 \times 1)} = [i_1 \quad i_2 \quad i_3 \quad \dots \quad i_4 \quad \dots \quad i_{26}]^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{U}_{(2 \times 1)} = \begin{bmatrix} q_1(\tau) \\ q_2(\tau) = 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_{(26 \times 1)} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T, \quad (5)$$

где $i_1, i_2, \dots, i_i = \frac{dt_i}{d\tau}$; $q_1(\tau)$ и $q_2(\tau)$ — плотность тепловых потоков на поверхностях ПТП; c_1, ρ_1 и Δ_1 — удельная теплоемкость, плотность материала чувствительного элемента и его толщина.

Общий вид матрицы обратных связей $\mathbf{F}_{(26 \times 26)}$ здесь не приводится ввиду ее громоздкости.

В процессе исследований были получены численные значения параметров \mathbf{F} , \mathbf{G} и \mathbf{H} , которые использовались при восстановлении плотности теплового потока $q_1(\tau)$. Решение ОЗТ по экспериментально измеренной температуре $t_1(\tau)$ проводилось в среде SciLab при помощи разработанного внешнего модуля (toolbox) Heat Flow Inspector [10]. Были проведены как модельные, так и натурные исследования. При модельных исследованиях задавались различные неопределенности измерения температуры $t_1(\tau)$ и оценивалась неопределенность восстановления плотности теплового потока $q_1(\tau)$. Для минимизации невязки между измеренным и модельным значениями потока $q_1(\tau)$ использовался фильтр Калмана [8].

Ниже рассмотрены результаты восстановления плотности теплового потока с помощью трех ПТП. На рис. 3 приведены значения перепада температуры $\Delta t = t_1 - t_0$ (где t_0 — начальное значение температуры) поверхностей различных преобразователей, полученных в ЦАГИ (кривая 1) и восстановленные по этим перепадам температуры плотности тепловых потоков $q_1(\tau)$ двумя описанными выше методами: 2 — результаты с использованием ДРМ, 3 — результаты ЦАГИ. Как видно из рисунков, наблюдается качественная и количественная корреляция результатов моделирования и экспериментальных данных. Увеличить сходимость результатов можно при незначительном изменении параметров. Результаты моделирования показали, что определяющими величинами при восстановлении потоков при небольших временах (10—100 мс) являются толщина активного элемента Δ_1 и слоя эпоксидного клея Δ_2 , а также теплопроводность клея.

Скорость нарастания первого пика, наблюдаемого на начальном участке в 5—10 мс, существенно зависит от толщины активного элемента, а его амплитуда — как от толщины элемента, так и от толщины слоя клея, на котором происходит затухание тепловой волны. При меньшей толщине активного слоя кривая раньше достигает максимума и имеет более крутой задний фронт.

Дальнейшее схождение модельных и экспериментальных результатов (при времени более 10 мс) зависит в основном от толщины слоя клея и его теплопроводности. При этом сохраняется зависимость опережения/запаздывания пиков плотности теплового потока расчетных результатов относительно экспериментальных данных в зависимости от толщины активного слоя. Со временем эта зависимость слабеет.

В связи с тем, что сложно воспроизвести одинаковую толщину слоя клея у каждого ПТП, которая, как указано выше, существенно влияет на неопределенность восстановления теплового потока, в процессе исследования была установлена оптимальная толщина Δ_2 (см. рис. 1). По результатам моделирования была уточнена толщина слоя клея для ПТП — 18,5 мкм, что соответствует минимуму неопределенности восстановления потока $q_1(\tau)$.

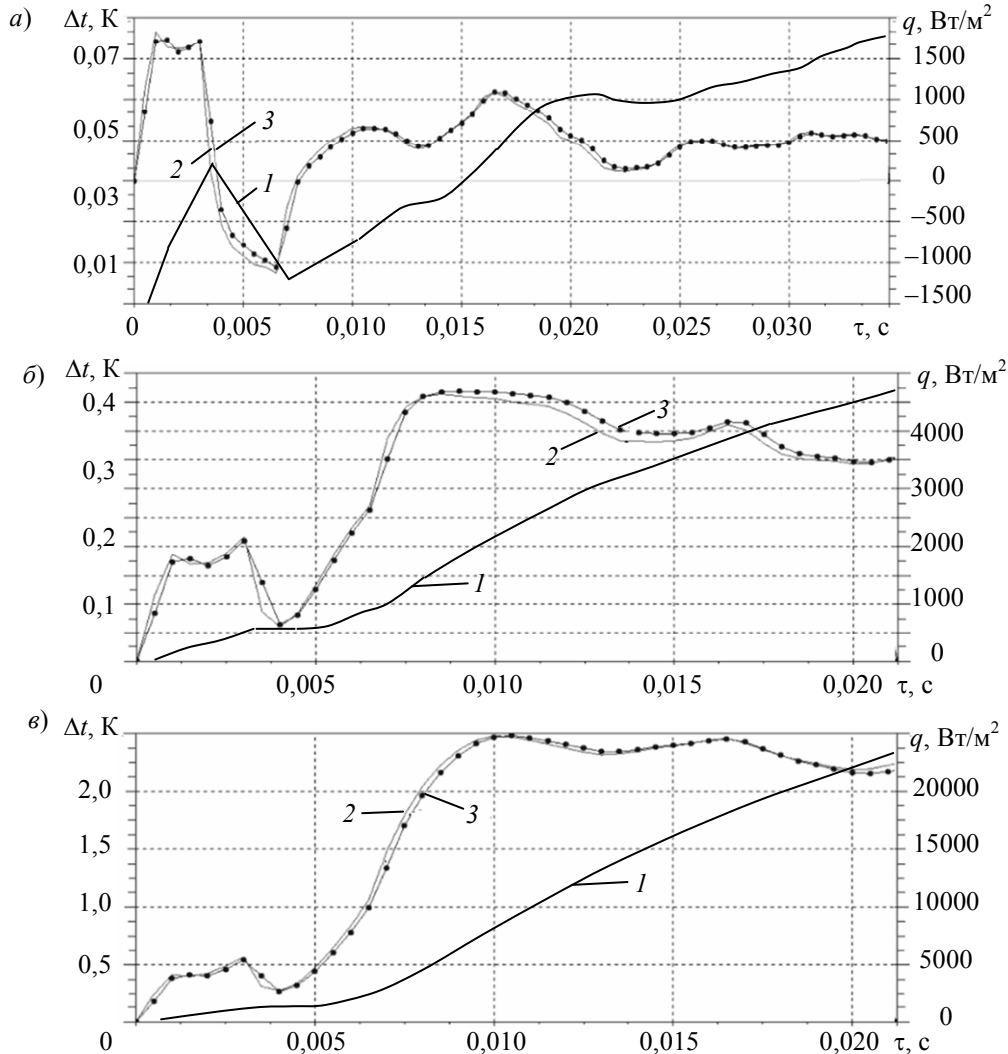


Рис. 3

В заключение отметим, что рассмотренный метод восстановления поверхностной плотности теплового потока в ударных и импульсных аэрогидродинамических трубах позволил получить результаты, хорошо совпадающие с экспериментальными данными других авторов. Однако он является универсальным и позволяет рассматривать более сложные тепловые модели тел с практически любыми граничными условиями, контактными тепловыми сопротивлениями, а также источниками и стоками энергии внутри объекта.

Метод позволяет по полученным значениям матриц обратных связей, управления и измерения при использовании пакета MatLab установить вид переходной, импульсной, амплитудно- и фазочастотной характеристик, а также вид передаточной функции [8]. Более того, рассмотренный метод является общим для различных типов ПТП с линейным и нелинейным теплопереносом и позволяет решать как прямые, так и обратные задачи теплопроводности [7].

В частности, метод позволил определить значение структурно-гидродинамических параметров [14] в промышленных псевдооживленных системах, а также прогнозировать время сохранения несущей способности тоннельных сооружений при пожаре [13].

Автор благодарит магистрантов О. В. Ключка и И. А. Сивакова за помощь в выполнении расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бек Д., Блакуэлл Б., Сент-Клер Ч, мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 312 с.
2. Алифанов О. М., Вабищевич П. Н., Михайлов В. В. и др. Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем. Логос, 2001. 400 с.
3. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П. Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980. 288 с.
4. Алифанов О. М. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988. 280 с.
5. Столяров Е. П. Моделирование процессов в тепловых датчиках на основе решения обратных задач теплопроводности // Теплофизика высоких температур. 2005. Т. 43, № 1. С. 71—85.
6. Пилипенко Н. В. Параметрическая идентификация в нестационарной теплотерии // Изв. вузов. Приборостроение. 2003. Т. 46, № 8. С. 50—54.
7. Пилипенко Н. В., Гладских Д. А. Решение прямых и обратных задач теплопроводности на основе дифференциальных моделей теплопереноса // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 3. С. 69—74.
8. Pilipenko N. Parametrical identification of differential-difference heat transfer models in non-stationary thermal measurements // Heat Transfer Research. 2008. Vol. 39, N 4. P. 311—315.
9. Пилипенко Н. В., Казарцев Я. В. Оптимальное планирование эксперимента при идентификации процессов теплообмена сенсоров теплового потока // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 5. С. 88—93.
10. Sivakov J. A., Pilipenko N. V. A method of determining nonstationary heat flux and heat conduction using parametric identification // Measurement Techniques. 2011. Vol. 54, N 3. P. 318—323.
11. Pilipenko N. V., Gladskih D. A. Determination of the heat losses of buildings and structures by solving problem // Measurement Techniques. 2014. Vol. 57, N 2. P. 181—186.
12. Пилипенко Н. В. Методические погрешности определения нестационарных условий теплообмена при параметрической идентификации // Измерительная техника. 2007. № 8. С. 54—59.
13. Пилипенко Н. В., Кириллов К. В., Сиваков И. А., Ключка О. В., Павлов А. В. Метод восстановления плотности тепловых потоков на поверхностях объектов в импульсных аэрогидродинамических трубах // Матер. 4-й Всерос. и стран-участниц КООМЕТ конф. по проблемам термометрии „Температура-2011“. СПб, 2011. С. 170—171.
14. Сиваков И. А., Пилипенко Н. В. Измерение нестационарного теплового потока для прогнозирования времени сохранения несущей способности тоннельных сооружений при пожаре // Сб. тр. II науч.-практ. конф. „Sensorica-2014“. СПб: Университет ИТМО, 2014. С. 106—108.
15. Пилипенко Н. В. Приборы и методы нестационарной теплотерии. СПб: Университет ИТМО, 2016. 82 с.

Сведения об авторе**Николай Васильевич Пилипенко**

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга;
E-mail: pilipenko38@mail.ru

Рекомендована кафедрой
компьютерной теплофизики
и энергофизического мониторинга

Поступила в редакцию
16.01.17 г.

Ссылка для цитирования: Пилипенко Н. В. Восстановление нестационарных тепловых потоков на основе решения обратных задач теплопроводности // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 6. С. 538—544.

RETRIEVAL OF NON-STATIONARY HEAT FLOW BASED ON SOLUTION OF INVERSE PROBLEMS OF HEAT CONDUCTION**N. V. Pilipenko***ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: pilipenko38@mail.ru*

The problem of non-stationary heat flux retrieval in shock and pulse aero- and hydrodynamic tubes is addressed. Peculiarities of the method of parameter identification for difference-differential models of heat transfer in a system containing heat flux inverter and the object of study is considered. Results obtained with the use of the described method are reported to agree well with results of other authors. Recommendations on improvement of the inverter parameters and decrease in the flux measurement uncertainty are formulated. Matrix of feedback, control and measurement obtained using the method allow to determine the dynamic characteristics of the inverter such as transient, pulsed, amplitude- and phase-frequency characteristics, and transfer function.

Keywords: temperature, heat flux, difference-differential model, measurement uncertainty, heat flux transducer

Data on author

Nikolay V. Pilipenko — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Computer Thermal Physics and Energy-Physical Monitoring; E-mail: pilipenko38@mail.ru

For citation: Pilipenko N. V. Retrieval of non-stationary heat flow based on solution of inverse problems of heat conduction. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 6. P. 538—544 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-6-538-544