

## ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА РЕЗОНАНС В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОМ АКСЕЛЕРОМЕТРЕ

С. Р. КАРПИКОВ<sup>1</sup>, А. И. СКАЛОН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ОАО „Авангард“, 195271, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,  
190000, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: skalon\_ai@mail.ru

Полоса пропускания является одной из основных характеристик акселерометров, что обуславливает актуальность разработки новых методов ее увеличения. Предложен способ увеличения полосы пропускания и повышения резонансной частоты чувствительного элемента акселерометра за счет применения нелинейного автоколебательного закона управления движением чувствительного элемента. Оценка полосы пропускания производится на основе компьютерного моделирования амплитудно-частотных характеристик одиннадцати вариантов конструкций датчиков линейного ускорения, из которых три работают в режиме вынужденных колебаний, а восемь — в режиме автоколебаний. При моделировании используются релейный двух- и трехточечный с гистерезисом законы управления. Для рассмотренных конструкций посредством перехода с линейного контура управления на нелинейный удалось расширить полосу пропускания до восьми раз за счет повышения частоты колебаний без изменения механических параметров чувствительного элемента.

**Ключевые слова:** акселерометр, полоса пропускания, резонанс, АЧХ, моделирование, автоколебания, нелинейные системы

При проектировании любых видов электронной техники особое внимание уделяют явлению механического резонанса, при котором значительно возрастает амплитуда колебаний части элементов устройства, что приводит к нестабильной работе (для датчиков — к высокой погрешности) и в некоторых случаях даже к отказам [1]. В случае приборов, предназначенных для измерения ускорения, используются три основных пути снижения влияния резонанса — введение демпфирования, значительное повышение собственной частоты чувствительного элемента и введение электронных схем компенсации резонанса [1, 2].

При повышении коэффициента демпфирования амплитудно-частотная характеристика сглаживается, однако полоса пропускания прибора сужается вследствие снижения чувствительности на высоких частотах: датчик работает как фильтр низких частот [3].

Повышение собственной частоты чувствительного элемента приводит к увеличению полосы пропускания, но негативно влияет на чувствительность, уменьшая ее во всем рабочем диапазоне частот [1].

Электронные схемы управления, оказывающие влияние на резонансную частоту и, как следствие на полосу пропускания, используются, например, в электростатических акселерометрах. Однако не существует схем, позволяющих значительно как увеличивать, так и снижать резонансную частоту механической части прибора [1, 2].

Таким образом, подходы, широко применяемые в измерительной технике, имеют общий недостаток: необходимо снижать чувствительность прибора для расширения полосы пропускания вследствие особенностей линейного контура управления, используемого в подавляющем большинстве конструкций акселерометров [1, 4—7].

Резонанс возникает вследствие накопления энергии при колебаниях, когда частота ускорения, воздействующего на систему, близка к ее собственной частоте [8]. За рассеивание энергии в линейной системе отвечает коэффициент затухания, значение которого постоянно (в случае сухого трения) либо линейно зависит от скорости (в случае вязкого трения). Эти особенности не позволяют подобрать коэффициент таким образом, чтобы скомпенсировать накопление энергии в области резонансных частот.

Физические особенности нелинейных систем позволяют управлять резонансом, например, посредством работы системы в автоколебательном режиме [9, 10]; однако эффект захвата частоты в таких системах вносит дополнительные искажения в процесс измерения [11].

Традиционно для измерения ускорения используется подвешенная на упругих элементах инерционная масса, которая может перемещаться вдоль оси чувствительности прибора [1, 12]. В случае линейного контура измерения фиксируется перемещение инерционной массы под действием приложенного ускорения посредством измерения связанной с ней физической величины: напряжения, емкости, тока или силы, которую необходимо приложить для возврата инерционной массы в положение равновесия (компенсационные приборы) [5—7].

Рассмотрим систему с нелинейным контуром измерения, схема которой представлена на рис. 1. Датчик такой конструкции также содержит инерционную массу  $m$  и упругие подвесы с жесткостью  $c$ , однако совершает непрерывное колебательное движение вдоль оси чувствительности под действием силового привода  $I$ , состоящего из магнитопровода 4 и электромагнита 5. Электромагнит управляется через усилитель тока 6 сигналом обратной связи, формируемым нелинейным звеном 7 на основе сигнала с фиксирующих определенные положения чувствительного элемента оптопар, образованных излучателями 2 и фотоприемниками 3. При этом значение коэффициента демпфирования  $\xi$  ограничивает амплитуду колебаний.

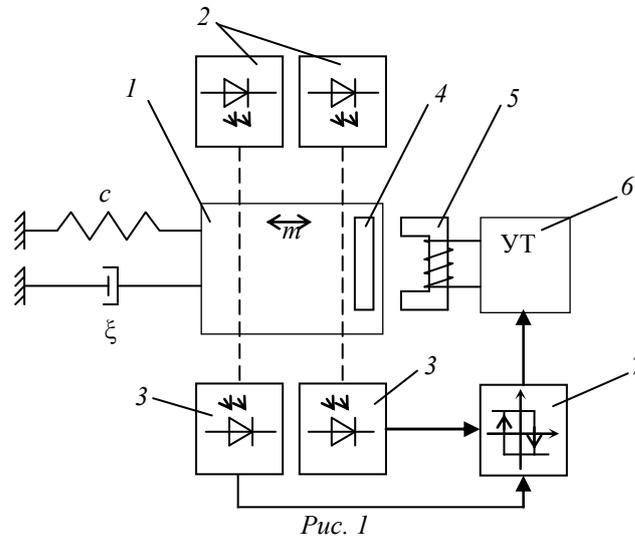


Рис. 1

Целью исследования являлась оценка возможности увеличения полосы пропускания датчика ускорения за счет применения нелинейного закона управления с различными параметрами. Для ее достижения была применена математическая модель, основанная на решении дифференциального уравнения третьего порядка. Уравнение описывает колебательное звено 2-го порядка и апериодическое звено 1-го порядка (необходимо для учета инерционности электромагнитного силового привода) [13, 14]:

$$\left( T_1^2 \frac{d^2}{dt^2} + 2\xi \frac{d}{dt} + 1 \right) \left( T_2 \frac{d}{dt} + 1 \right) x + \frac{F_u \Phi(x, \dot{x})}{c} = \left( T_2 \frac{d}{dt} + 1 \right) a T_1^2, \quad (1)$$

где  $x = x(t)$  — смещение центра чувствительного элемента от положения равновесия;  $t$  — время;  $T_1^2 = m/c$  — первая постоянная времени;  $T_2 = L/R$  — вторая постоянная времени;  $R$  — сопротивление катушек;  $L$  — индуктивность катушек;  $a = A_a \sin(2\pi ft)$  — действующее ускоре-

ние;  $A_a$  — амплитуда действующего ускорения;  $f$  — частота действующего ускорения;  $m$  — масса чувствительного элемента;  $c$  — коэффициент жесткости подвесов,  $F_u$  — компенсирующее воздействие электромагнитного силового привода, описываемое нелинейной функцией;  $\Phi = \Phi(x, \dot{x})$  — нелинейная функция обратной связи.

В настоящей работе исследуются два типа функций обратной связи (закона управления): релейная двухточечная с гистерезисом (рис. 2, а; ABC при  $\dot{x} > 0$  и CDA при  $\dot{x} < 0$ ) и релейная трехточечная с гистерезисом (рис. 2, б; ABCDE при  $\dot{x} > 0$  и EFGHA при  $\dot{x} < 0$ ;  $b, h$  — точки переключения нелинейного звена в обратной связи датчика).

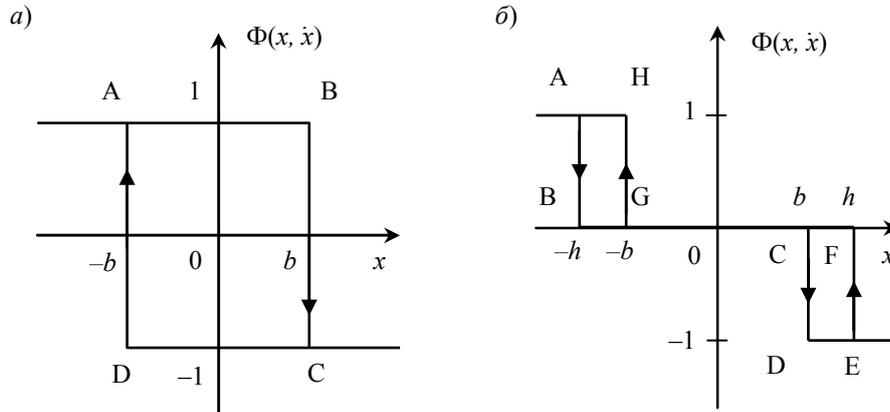


Рис. 2

Значение сигнала  $\tau$ , соответствующего измеренному ускорению, при этом находится как

$$\tau = K \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad (2)$$

где  $\tau_1 = t_2 - t_1$ ,  $\tau_2 = t_3 - t_2$ ;  $t_1 - t_3$  — промежутки времени между сменой состояния нелинейного звена;  $K$  — постоянный коэффициент.

Оценка полосы пропускания для одиннадцати конструкций датчиков производилась методом компьютерного моделирования. Решение дифференциального уравнения (1) находилось методом Рунге—Кутты, после чего рассчитывалось значение сигнала  $\tau$  и определялись его частота и амплитуда  $A_\tau$ , а также амплитуда  $A_{\text{int}}$  и частота колебаний  $f_{\text{int}}$  чувствительного элемента. Параметры исследованных конструкций представлены в таблице. Значения параметров  $m=0,7$  мкг,  $c=2,5$  Н/м и  $\xi=2 \cdot 10^{-5}$  с подобраны таким образом, чтобы обеспечить собственную частоту колебаний чувствительного элемента  $f_0 = 300$  Гц. Индуктивность катушек  $L$  для всех датчиков была принята равной 100 мкГн, сопротивление  $R = 300$  Ом, положение первой пары точек переключения  $b=7$  мкм.

Параметры исследованных конструкций датчиков

Параметр	Вариант конструкции										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Частота колебаний без внешнего воздействия, Гц	300	600	900	638	715	807	909	1026	1262	1550	2250
Положение второй пары точек переключения $h$ , мкм	—	—	—	—	0	-2,5	-4	-5	-6	-6,5	-6,9

В вариантах 1—3 использовано возбуждение колебаний на фиксированной частоте, при этом точки переключения оптопары применялись исключительно для измерения  $\tau$ . В вариантах 4—11 применен автоколебательный режим работы, при этом датчик конструкции 4 работает на основе релейного двухточечного, а конструкций 5—11 — трехточечного закона управления с гистерезисом.

Для каждого варианта датчика моделировалось воздействие внешнего ускорения с частотой от 0 до 3000 Гц и с амплитудой, равной 0,3 от значения ускорения, при котором

происходит срыв колебаний. Перед началом воздействия выдерживалась пауза не более 0,5 с для выхода датчика в рабочий режим.

Результаты моделирования приведены на рис. 3—5. На рис. 3 представлена амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) чувствительного элемента для всех вариантов датчиков (1—11). На графике изображено отношение амплитуды колебаний чувствительного элемента датчиков  $A_{int}$  при различных частотах внешнего воздействия к амплитуде колебаний в момент отсутствия внешнего воздействия  $A_{int0}$  ( $f$  — частота измеряемого сигнала;  $f_0$  — собственная частота чувствительного элемента). Несмотря на различную частоту вынужденных колебаний, резонансный пик датчиков первых трех конструкций совпадает с частотой собственных колебаний чувствительного элемента. Для датчиков 4—11 резонансный пик смещается до частоты автоколебаний, при этом на частоте собственных колебаний чувствительного элемента резонанса не возникает.

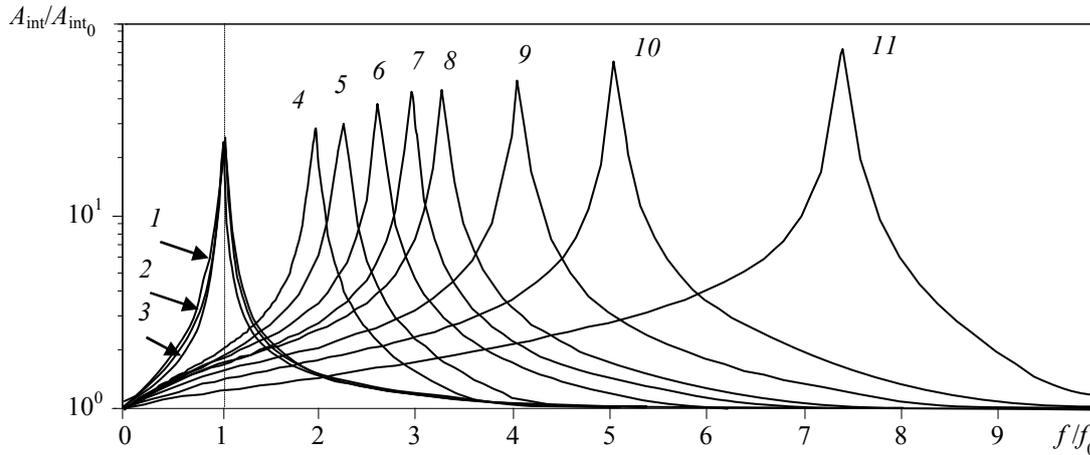


Рис. 3

На рис. 4 приведены АЧХ измеренного сигнала для всех исследованных вариантов датчиков. На графике изображено отношение амплитуды сигнала  $A_\tau$ , рассчитанного по формуле (1), к амплитуде внешнего воздействия  $A_a$  при различных частотах внешнего воздействия. Из графика следует, что при переходе к автоколебательному режиму работы увеличивается полоса пропускания датчиков, определяемая по уровню  $-3$  дБ (пересечение графика со штрихпунктирной линией  $\sqrt{2}/2$ ). Несмотря на то что для датчиков 2 и 3 конструкции частота среза выше, чем для датчика 1, из-за возникновения резонанса они не могут использоваться без дополнительного демпфирования, что снизит полосу пропускания (на рисунке их АЧХ показаны пунктиром).

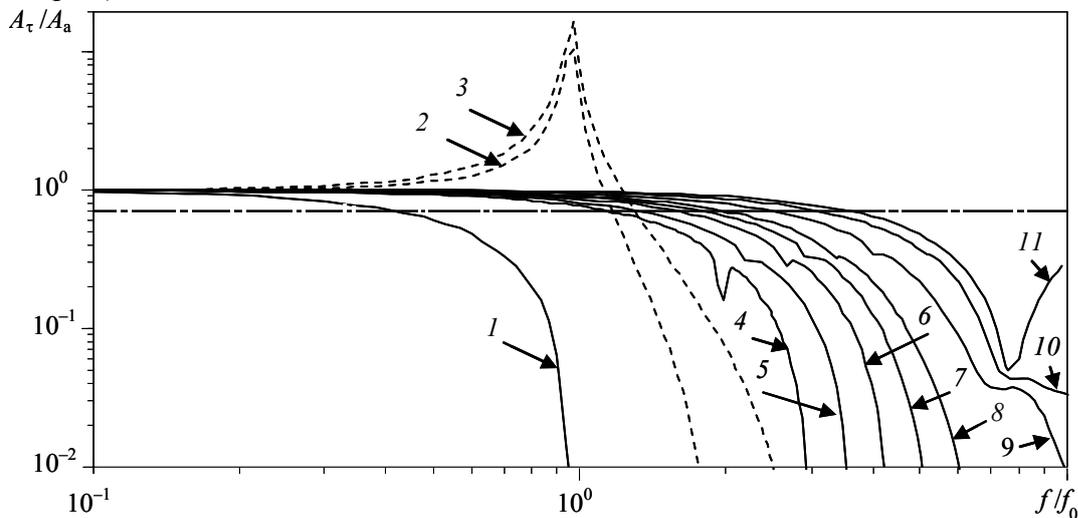


Рис. 4

Зависимость полосы пропускания от параметров нелинейного звена в обратной связи датчиков конструкций 5—11 показана на рис. 5. Для сравнения, значение  $f_{cp}/f_0$  для датчика 1 составило 0,45.

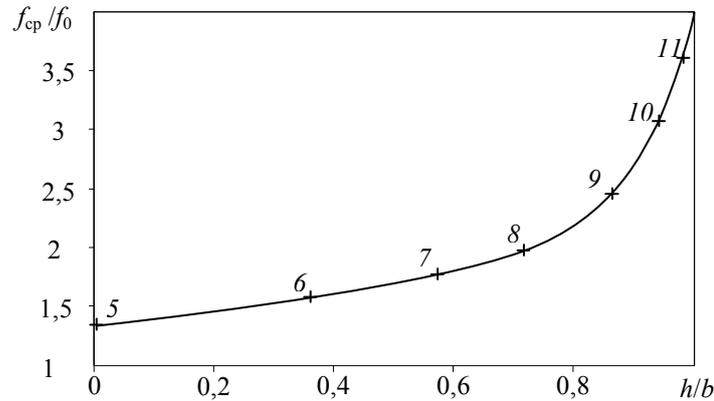


Рис. 5

Кроме смещения резонансного пика при переходе на автоколебательный режим работы наблюдается негативное явление — захват частоты, приводящий к синхронизации частоты колебаний чувствительного элемента с частотой внешнего воздействия. Увеличенный фрагмент области резонанса для датчика 4 конструкции приведен на рис. 6.

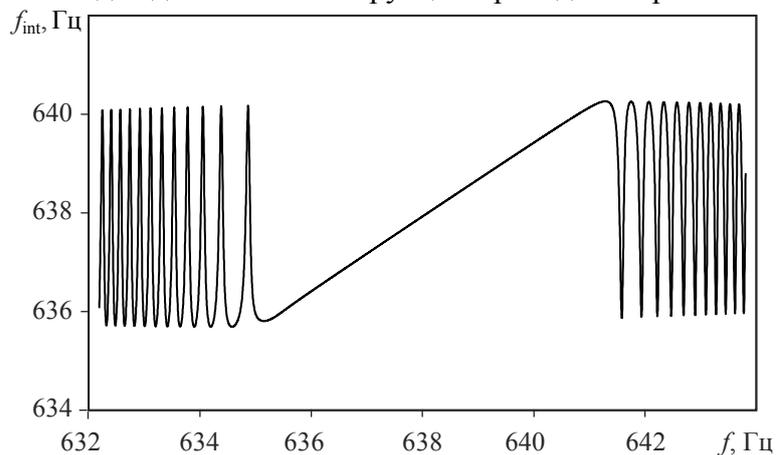


Рис. 6

Для исследованных законов управления захват частоты проявлялся в небольшом диапазоне —  $\pm 0,5\%$  от частоты автоколебаний и на частотах, много больших частоты среза, определяющей полосу пропускания (не оказывая существенного влияния на процесс измерения).

Анализ результатов исследования показал, что переход к автоколебательному режиму работы позволяет увеличить полосу пропускания в несколько раз (максимальное значение для рассмотренных конструкций на рис. 5 наблюдалось у варианта 11 — в восемь раз относительно полосы пропускания датчика конструкции 1, верхняя граница не определялась). Увеличение полосы пропускания достигается за счет повышения резонансной частоты системы, в случае рассмотренных приборов совпадающей с частотой автоколебаний, которая может быть много выше собственной частоты чувствительного элемента. Таким образом, используя параметры нелинейной обратной связи, можно управлять резонансом без изменения механических параметров системы, таких как жесткость подвесов, масса чувствительного элемента и демпфирование.

Применение автоколебательного режима управления позволяет разорвать однозначную связь между полосой пропускания и механическими параметрами системы, возникающую при использовании линейного контура измерения. Это делает возможным создание более чувствительных датчиков ускорения. В целом переход к датчикам, в которых для определения

параметров движения измеряются интервалы времени, может позволить улучшить точностные характеристики инерциальных систем управления [15].

Описанный способ увеличения полосы пропускания на основе автоколебательного метода измерения может найти применение в датчиках линейного и углового ускорения, используемых в инерциальных системах навигации и управления движением.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jones T. B., Nenadic N. G. Electromechanics and MEMS. Cambridge University Press, 2013. 577 p.
2. Lee M., Hwang J. G., Jahng J. Electrical tuning of mechanical characteristics in qPlus sensor: Active Q and resonance frequency control // J. of Applied Physics. 2016. Vol. 120, N 7. DOI: 10.1063/1.4961328.
3. Gavin H. P. Vibrations of Single Degree of Freedom Systems. Department of Civil and Environmental Engineering, 2016. 31 p.
4. Waters R. L., Fralick M., Jacobs D. Factors Influencing the Noise Floor and Stability of a Time Domain Switched Inertial Device // Proc. of IEEE/ION PLANS 2012. Myrtle Beach, South Car. 2012.
5. Коновалов С. Ф., Пономарев Ю. А., Майоров Д. В. Гибридные микроэлектромеханические гироскопы и акселерометры // Наука и образование. 2011. № 10 [Электронный ресурс]: <<http://technomag.edu.ru/doc/219257.html>>.
6. Ye Z., Yang H. High-Performance Closed-Loop Interface Circuit for High-Q Capacitive Microaccelerometers // IEEE Sensors journal. 2013. Vol. 13, N 5. DOI: 10.1109/JSEN.2012.2236312.
7. Chu Y., Dong J., Chi B. A Y.L. Novel Digital Closed Loop MEMS Accelerometer Utilizing a Charge Pump // Sensors. 2016. Vol. 16, N 3. DOI:10.3390/s16030389.
8. Vadas G., Hübler A. W. Resonant forcing of nonlinear systems of differential equations // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2008. Vol. 18, N 3, August. DOI: 10.1063/1.2964200.
9. Zaitsev S., Pandey A. K., Shtempluck O., Buks E. Forced and self-excited oscillations of an optomechanical cavity // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 84, N 4. DOI: 10.1103/PhysRevE.84.046605.
10. Peng Z. K., Lang Z. Q., Billings S. A. Resonances and resonant frequencies for a class of nonlinear systems // J. of sound and vibration. 2007. N 300, November. P. 993—1014. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.09.012.
11. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Либороком, 2016. 360 с.
12. Bílý M., Alam M. Development of Inertial Navigation System Using Tactical Grade Sensors // Proc. of the 19th Intern. Sci. Student Conf. POSTER 2015. Czech Technical University in Prague. 2015.
13. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. СПб: Профессия, 2003. 752 с.
14. Карников С. Р., Скалон А. И. Моделирование характеристик электромагнитного силового привода автоколебательных микромеханических датчиков // Вопросы радиоэлектроники. 2015. Вып. 1. С. 152—159.
15. Swanson P. D., Waters R. L., Tally C. H. Proposed Digital, Auto Ranging, Self Calibrating Inertial Sensor // IEEE Sensors. 2011. P. 1457—1460. DOI: 10.1109/ICSENS.2011.6127007.

#### Сведения об авторах

**Станислав Рудольфович Карников**

— ОАО „Авангард“, цех по производству силовой электроники и специальных систем; инженер-программист 1-й категории;  
E-mail: stanislav\_\_@inbox.ru

**Анатолий Иванович Скалон**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра высшей математики и механики; E-mail: skalon\_ai@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
высшей математики и механики

Поступила в редакцию  
30.03.17 г.

**Ссылка для цитирования:** Карников С. Р., Скалон А. И. Влияние нелинейного управления на резонанс в автоколебательном акселерометре // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 8. С. 697—703.

**EFFECT OF NONLINEAR CONTROL ON RESONANCE  
IN A SELF-OSCILLATING ACCELEROMETER****S. R. Karpikov<sup>1</sup>, A. I. Skalon<sup>2</sup>**<sup>1</sup>*Avangard JSC, 195271, St. Petersburg, Russia*<sup>2</sup>*St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,  
190000, St. Petersburg, Russia  
E-mail: skalon\_ai@mail.ru*

Approaches to the problem of increasing accelerometer bandwidth is considered as one of the main characteristics of the device defining the area of its application. A method for increasing the bandwidth together with an increase in the resonance frequency of the accelerometer sensing element using non-linear self-oscillating control law is proposed. The bandwidth assessment is based on computer simulation of the frequency response characteristics of eleven variants of linear acceleration sensor designs, with three of them operating in the forced oscillation mode and five in the self-oscillation mode. The applied model uses two- and three-point relay control laws with hysteresis. For the design variants under consideration, replacement of linear control loop by a non-linear one, enables the bandwidth expansion up to eight times by increasing the oscillation frequency without changing the mechanical properties of the sensor.

**Keywords:** accelerometer, bandwidth, resonance, frequency response, simulation, self-oscillations, nonlinear systems

**Data on authors**

- Stanislav R. Karpikov** — Avangard JSC, Power Electronics and Special Systems Plant; engineer-programmer of 1st category; E-mail: stanislav\_\_@inbox.ru
- Anatoly I. Skalon** — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Advanced Mathematics and Mechanics; E-mail: skalon\_ai@mail.ru

**For citation:** Karpikov S. R., Skalon A. I. Effect of nonlinear control on resonance in a self-oscillating accelerometer. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 8. P. 697—703 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-8-697-703