

ТРАЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ ПРИ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А. Ю. КРАСНОВ, С. А. ЧЕПИНСКИЙ, ЧЭНЬ ИФАНЬ, ЛЮ ХУЭЙМИНЬ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: krasnov.aleksander@gmail.com*

Рассматривается задача синтеза траекторного управления движением при наличии неизмеряемых постоянных возмущающих воздействий с использованием методов дифференциальной геометрии. Это естественное расширение классической задачи траекторного управления. Представлена процедура синтеза регуляторов, реализующих соответствующую задачу траекторного управления. Приведены результаты моделирования, подтверждающие работоспособность синтезированных алгоритмов.

Ключевые слова: траекторное управление, преобразование координат, внешние возмущения

Задачи синтеза алгоритма управления движением вдоль заданной траектории при наличии неизмеряемых постоянных возмущающих воздействий с появлением множества различных беспилотных средств передвижения приобрели особую актуальность. Это обусловливается тем, что следование заданной траектории является одним из основных режимов функционирования для этого класса объектов, а среда функционирования предполагает наличие внешних возмущений.

Один из наиболее распространенных на сегодняшний день методов решения задач траекторного управления, названный LOS (Line-of-Sight — метод „прямой видимости“), основан на формализации действий рулевого при управлении судном [1]. Другой популярный метод — построение следящей системы, управляемой некоторой эталонной моделью [2, 3], при этом траектория обычно задается функцией времени, что приводит к затруднениям на практике когда движение объекта отличается от заданного программой из-за параметрических неопределенностей или внешних возмущений. Во избежание этого траекторию можно параметризовать длиной вместо времени, и динамика этого параметра должна быть предусмотрена в модели системы. Использование этого метода позволяет реализовать движение вдоль полиномиальных кривых, что обеспечивает лучшее планирование и более точное следование траектории.

Метод управления мобильными роботами, рассматриваемый в настоящей статье, основан на стабилизации инвариантных многообразий в пространстве состояний при помощи линеаризации обратной связью [4]. При этом для исходной системы выбирается преобразование координат вектора состояния, позволяющие генерировать аттрактор в пространстве состояний. В качестве аттрактора выбирается желаемая траектория, заданная в обозначениях выходных координат. Тогда остается лишь стабилизировать это решение, что гораздо менее трудоемко, чем построение следящей системы. Один из методов синтеза соответствующих алгоритмов управления, представленный в работах [5—7], основан на изложенном выше (втором) подходе и предусматривает нелинейное преобразование модели робота к задачно-ориентированной системе координат. Это позволяет свести сложную задачу управления многоканальной системой к нескольким простым задачам компенсации линейных и угловых отклонений и затем найти закон управления с помощью методов нелинейной стабилизации [5—14].

В настоящей статье предложено расширение классической постановки задачи, представленной в работах [15, 16], с введением в рассмотрение неизмеряемого внешнего постоянного возмущения, влияющего на объект управления. Данная статья посвящена непосредственно синтезу регуляторов и не затрагивает вопросы планирования траектории.

Для решения задачи управления движением мобильного робота используем модель движения твердого тела по поверхности. Для этого введем связанную с центром масс G объекта управления подвижную правостороннюю декартову систему координат (СК) X_0Y_0 , где X_0 — продольная ось, направленная вдоль движения центра масс робота, Y_0 — поперечная ось. Движение объекта управления будем описывать относительно неподвижной правосторонней декартовой системы координат X_1Y_1 . Положение центра масс G в СК X_0Y_0 относительно СК X_1Y_1 опишем при помощи вектора $q = [x, y]^T \in R^2$, где x, y — координаты, характеризующие линейные перемещения объекта в пространстве. Угловую ориентацию робота относительно неподвижной СК зададим с помощью матрицы управляющих косинусов $R_1^0(\alpha) \in SO(2)$, где $\alpha \in R$ — угол поворота базиса X_0Y_0 относительно X_1Y_1 .

Введем модель объекта управления:

$$m\ddot{q} = F; \quad (1)$$

$$\dot{q} = R_1^0(\alpha)v; \quad (2)$$

$$R_1^0(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$\dot{\alpha} = \omega, \quad (4)$$

где m — масса объекта управления, $F = [F_x, F_y]^T \in R^2$ — вектор управляющих сил, $v = [v_x, v_y]^T \in R^2$ — вектор линейных скоростей в базисе X_0Y_0 , ω — угловая скорость объекта управления.

Траекторию движения мобильного робота зададим в неявном виде:

$$\varphi(q) = 0. \quad (5)$$

Задача траекторного управления ставится как задача поддержания голономных отношений между выходами системы, заданными в (5). Дополнительно обеспечивается желаемое продольное движение центра масс вдоль заданной траектории, определяемое требуемой скоростью продольного движения.

Задача траекторного управления разбивается на две подзадачи:

1) геометрическую, которая состоит в стабилизации положения мобильного робота относительно желаемой траектории, что подразумевает стремление к нулю вектора линейного отклонения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(q) \rightarrow 0; \quad (6)$$

2) кинематическую, которая подразумевает стремление к нулю вектора отклонения по скорости:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q} - \bar{v}^*) \rightarrow 0, \quad (7)$$

где \dot{q} — вектор текущей скорости движения вдоль траектории в связанном базисе, \bar{v}^* — вектор желаемой скорости движения вдоль траектории.

Синтез системы управления произведем, основываясь на каскадном подходе, стабилизируя поочередно каждую подсистему. Сначала решим задачу замыкания внутреннего контура по скорости при неизмеряемом постоянном возмущающем воздействии $\delta = \text{const}$ на объект управления.

Классическая теория управления предлагает ряд методов компенсации постоянных возмущений, таких как включение в систему дополнительного интегрирующего или издромного звена. Это позволяет повысить порядок астатизма системы и, как правило, нивелировать воздействие постоянных возмущений.

Применение первого метода (включение дополнительного интегрирующего звена) в данном случае не приводит к необходимому результату. Это не позволяет рассматривать данный метод как эффективный, что демонстрирует временная диаграмма скоростного контура при добавлении интегратора (рис. 1); задаваемая скорость $\bar{v} = 5$ м/с, внешнее возмущение $\delta = 10$.

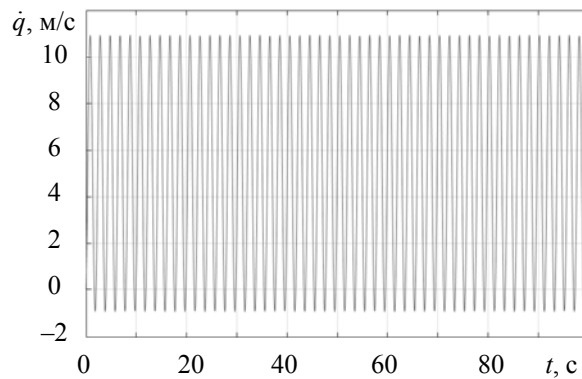


Рис. 1

Включение издромного звена (второй метод) демонстрирует уже существенно лучшую эффективность (рис. 2, $\bar{v} = 5$ м/с, $\delta = 10$), желаемая скорость достигается за нескольких секунд.

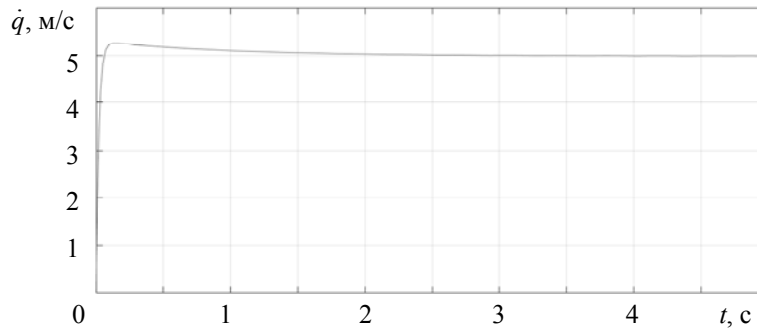


Рис. 2

Для решения задачи замыкания внутреннего контура сформулируем целевое условие:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q} - \bar{v} = 0. \quad (8)$$

Кроме того, с целью обеспечения компенсации возмущающего воздействия сформулируем второе целевое условие:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta - \sigma) = 0. \quad (9)$$

Теорема. Пусть имеется объект управления вида (1)—(4). Тогда существуют такие положительные числа k_q , k_1 , k_2 и k_β , что регулятор

$$F/m = \ddot{v} - k_q (\dot{q} - \bar{v} + \sigma + \beta), \quad (10)$$

дополненный динамической подсистемой вида

$$\ddot{\sigma} = k_1\beta + k_2(\beta - \gamma), \quad (11)$$

$$\dot{\gamma} = k_\beta(\beta - \gamma), \quad (12)$$

где σ и γ — вспомогательные переменные, а $\beta = \delta - \sigma$, обеспечивает в замкнутой системе выполнение целевых условий (8) и (9).

Доказательство. Воспользуемся методом функций Ляпунова. Рассмотрим функцию Ляпунова следующего вида:

$$V = \frac{1}{2}(\dot{q} - \bar{v} + \delta)^T (\dot{q} - \bar{v} + \delta) + \frac{1}{2}\dot{\beta}^T \dot{\beta} + \frac{k_1}{2}\beta^T \beta + \frac{k_2}{2}(\beta - \gamma)^T (\beta - \gamma), \quad (13)$$

и найдем производную функции Ляпунова по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\dot{q} - \bar{v} + \delta)^T (\ddot{q} - \dot{\bar{v}} + \dot{\delta}) + \dot{\beta}^T \ddot{\beta} + k_1\beta^T \dot{\beta} + k_2\dot{\gamma}^T (\beta - \gamma) = \\ &= (\dot{q} - \bar{v} + \beta + \sigma)^T \left(\frac{F}{m} - \dot{\bar{v}} \right) + \dot{\beta}^T (-\ddot{\sigma} + k_1\beta + k_2(\beta - \gamma)) - k_2\dot{\gamma}^T (\beta - \gamma). \end{aligned}$$

Подставив в выражение для производной функции Ляпунова уравнения (10)—(12), получим

$$\dot{V} = -k_q(\dot{q} - \bar{v} + \beta + \sigma)^T (\dot{q} - \bar{v} + \beta + \sigma) - k_\beta(\beta - \gamma)^T (\beta - \gamma) \leq 0.$$

Возьмем вторую производную по времени от функции Ляпунова (13):

$$\begin{aligned} \ddot{V} &= -k_q(\dot{q} - \bar{v} + \beta + \sigma)^T (\ddot{q} - \dot{\bar{v}} + \dot{\beta} + \dot{\sigma}) - k_\beta(\beta - \gamma)^T (\dot{\beta} - \dot{\gamma}) = \\ &= -k_q(\dot{q} - \bar{v} + \delta)^T \left(\frac{F}{m} - \dot{\bar{v}} \right) - k_\beta(\beta - \gamma)^T (\dot{\beta} - \dot{\gamma}). \end{aligned}$$

Проанализируем полученные выражения, используя следствие из леммы Барбалата [17]. Так как функция V ограничена снизу нулем и $\dot{V} \leq 0$, то функция V сходится к конечному пределу при $t \rightarrow \infty$. Из ограниченности функции V следует, что функции $(\dot{q} - \bar{v} + \delta)$, $\dot{\beta} = \dot{\delta} - \dot{\sigma}$, $\beta = \delta - \sigma$ и $(\beta - \gamma)$ также ограничены. Отсюда следует, что и функция $\dot{\gamma} = k_\beta(\beta - \gamma)$ ограничена, значит, \ddot{V} является ограниченной функцией, а \dot{V} асимптотически стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$. Следовательно, выполняются соотношения $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q} - \bar{v} + \beta + \sigma) \rightarrow 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} (\beta - \gamma) \rightarrow 0$. Таким образом, при $\beta \rightarrow 0$ справедливо, что $\gamma \rightarrow 0$. В результате контур по скорости глобально асимптотически устойчив и выполняются следующие соотношения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta - \sigma) \rightarrow 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{\delta} - \dot{\sigma}) \rightarrow 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{q} - \bar{v}) \rightarrow 0,$$

т.е. выполняются целевые условия (8) и (9). ■

На рис. 3 показана временная диаграмма скоростного контура ($\bar{v} = 5$ м/с, $\delta = 10$, $k_q = 10$), замкнутого согласно синтезированному алгоритму (10)—(12). Алгоритм демонстрирует сходимость к желаемой скорости менее, чем за 1 с при наличии неизмеряемого возмущающего воздействия.

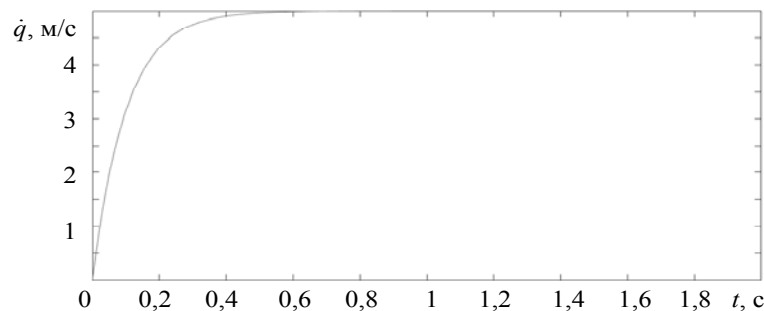


Рис. 3

Для построения внешнего управляющего контура по положению переписем уравнение исходной системы (1) после замыкания ее синтезированным ранее контуром, учитывая асимптотическую сходимость скоростной подсистемы, в редуцированной форме:

$$\dot{p} = \bar{v}.$$

Алгоритм управления запишем в виде

$$\bar{v} = u_k + u_s,$$

где u_k и u_s — компоненты, способствующие решению кинематической и геометрической подзадач соответственно.

Введем траекторную координату $s = \psi(q)$ и выберем меру отклонения от заданного многообразия (5) в виде $e = \varphi(q)$. Преобразование модели объекта управления к задачно-ориентированным координатам будем осуществлять с помощью якобиана

$$Y(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi(q)}{\partial x} & -\frac{\partial \varphi(q)}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi(q)}{\partial x} & \frac{\partial \psi(q)}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

Тогда преобразование можно реализовать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = Y(q) \dot{q} = Y(q) R_1^0(\alpha) v.$$

Соответственно обратное преобразование может быть описано как

$$\dot{q} = Y^{-1}(q) \begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix}.$$

Компонент u_k для заданного значения скорости продольного движения v^* определяется выражением

$$u_k = Y^{-1}(q) \begin{bmatrix} v^* \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Остается найти компонент u_s . С этой целью рассмотрим функцию Ляпунова в форме

$$V_s = \frac{k_e}{2} \varphi^2(q),$$

где k_e — положительный постоянный коэффициент.

Найдем производную функции Ляпунова по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= k_e \varphi(q) \left(\frac{\partial}{\partial q} \varphi(q) \right)^T \dot{q} = k_e \varphi(q) \left(\frac{\partial}{\partial q} \varphi(q) \right)^T u_s + \\ &+ k_e \varphi(q) \left(\frac{\partial}{\partial q} \varphi(q) \right)^T Y^{-1}(q) \begin{bmatrix} v^* \\ 0 \end{bmatrix} = k_e \varphi(q) \left(\frac{\partial}{\partial q} \varphi(q) \right)^T u_s. \end{aligned} \quad (14)$$

Второе слагаемое в выражении (14) тождественно равно нулю в силу ортогональности задания u_k . Таким образом, если выбрать u_s в виде

$$u_s = -k_e \varphi(q) \frac{\partial}{\partial p} \varphi(q),$$

то выражение для производной примет вид

$$\dot{V}_s = -u_s^T u_s < 0.$$

Тогда первая производная функции Ляпунова \dot{V}_s становится отрицательно определенной, а значит, исходная система обладает свойством глобальной асимптотической устойчивости относительно переменной $e(q) = \varphi(q)$. Таким образом, можно резюмировать, что поставленная ранее геометрическая подзадача (6) решена, а учитывая представленное выше решение кинематической подзадачи (7), решена и исходная траекторная задача.

Пример. Движение мобильного робота рассмотрим на примере моделирования его перемещения вдоль типовых желаемых траекторий: прямой линии и окружности.

В случае прямой линии задачно-ориентированные координаты и якобиан задаются следующим образом:

$$\varphi(q) = -\sin \alpha^* \cdot x + \cos \alpha^* \cdot y + \varphi_0 = 0; \quad \psi(q) = \cos \alpha^* \cdot x + \sin \alpha^* \cdot y + \psi_0,$$

$$Y(q) = \begin{bmatrix} \cos \alpha^* & \sin \alpha^* \\ -\sin \alpha^* & \cos \alpha^* \end{bmatrix}.$$

Результаты моделирования перемещения робота вдоль прямой линии и ошибка при перемещении представлены на рис. 4, а, б соответственно.

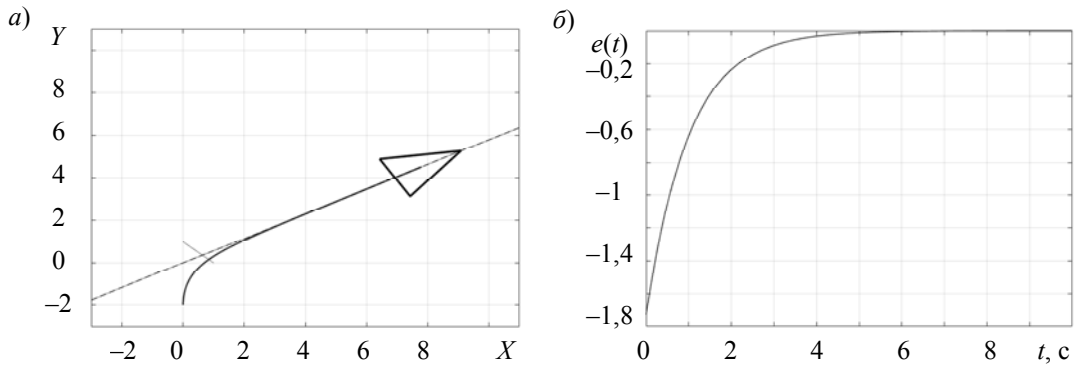


Рис. 4

В случае окружности (радиусом r) задачно-ориентированные координаты и якобиан задаются следующим образом:

$$\varphi(q) = \frac{1}{2r} \left(r^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 \right) = 0, \quad \psi(q) = r \arctg \left(\frac{y - y_0}{x - x_0} \right),$$

$$Y(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -(y - y_0) & (x - x_0) \\ -(x - x_0) & -(y - y_0) \end{bmatrix}.$$

Результаты моделирования перемещения робота вдоль окружности и ошибка при перемещении представлены на рис. 5, а, б.

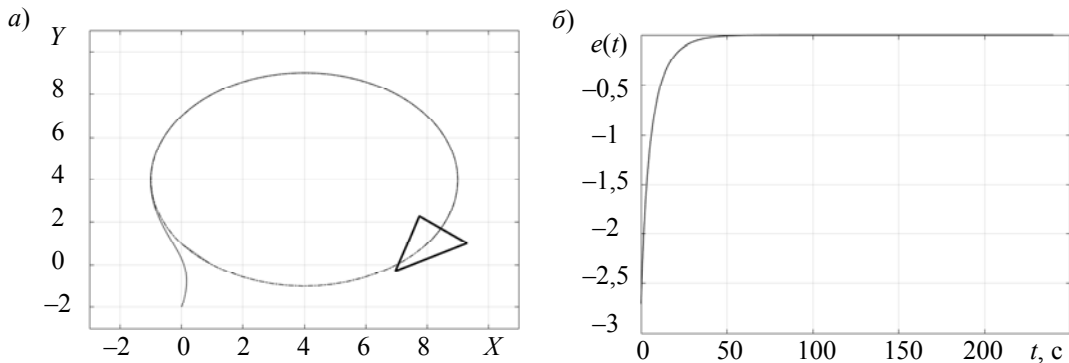


Рис. 5

Итак, на основе предложенной модификации алгоритма траекторного управления, базирующегося на стабилизации инвариантных многообразий, решена задача управления движением мобильного робота при неизмеряемых постоянных возмущающих воздействиях.

Приоритет дальнейших исследований состоит в расширении спектра возмущающих воздействий. Также предметом дальнейшего анализа должна стать разработка версии представленного регулятора при отсутствии измерений скорости.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), а также при поддержке Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z50.31.0031).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lekkas A., Fossen T.* Minimization of cross-track and along-track errors for path tracking of marine underactuated vehicles // Proc. of the Eur. Control Conf. (ECC). 2014. P. 3004—3010.
2. *Lee T., Leoky M., McClamroch N.* Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // Proc. of the 49th IEEE Conf. on Decision and Control (CDC). 2010. P. 5420—5425.
3. *Lapierre L., Soetanto D.* Nonlinear path following control of an AUV // Ocean Engineering. 2007. N 34(11). P. 1734—1744.
4. *Hladio A., Nielsen C., Wang D.* Path following for a class of mechanical systems // IEEE Transact. on Control Systems Technology. 2013. N 21(6). P. 2380—2390.
5. *Мирошник И. В.* Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.
6. *Miroshnik I. V., Chepinsky S. A.* Trajectory control of underactuated mechanisms // 2nd IFAC Conf. on Mechatronic Systems, Berkeley, 2002. P. 959—1004.
7. *Miroshnik I. V., Chepinsky S. A.* Trajectory motion control of underactuated manipulators // Proc. of the 7th IFAC Symp. on Robot Control, Sept. 1—3, 2003. Wroclaw, Poland. P. 105—110.
8. *Бушуев А. Б., Морозов С. Н., Чепинский С. А.* Управление траекторным движением многоканальных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 11. С. 50—56.
9. *Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
10. *Мирошник И. В., Чепинский С. А.* Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2004. № 3 (14). С. 5—10.
11. *Капитанюк Ю. А., Чепинский С. А.* Задача управления многоканальной динамической системой по кусочно-гладкой траектории // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 4. С. 65—70.
12. *Kapitanyuk Y., Chepinsky S.* Control of mobile robot following a piecewise-smooth path // Gyroscopy and Navigation. 2013. N 4(4). P. 198—203.
13. *Kapitanyuk Y., Chepinskiy S., Kapitonov A.* Geometric path following control of a rigid body based on the stabilization of sets // Proc. of the 19th IFAC World Congress. 2014.
14. *Jian Wang, Kapitanyuk Y. A., Chepinskiy S. A., Dongliang Liu, Krasnov A. J.* Geometric path following control in a moving frame // IFAC-PapersOnLine. 2015. N 48-11. P. 150—155.
15. *Ван Ц., Краснов А. Ю., Капитанюк Ю. А., Чепинский С. А., Чэнь И., Лю Х.* Реализация алгоритмов траекторного управления на базе мобильного робота с роликонесущими колесами // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24, № 3(94). С. 131—142.
16. *Wang J., Chepinskiy S. A., Krasnov A. J., Zhang B., Liu H., Chen Y., Khvostov D. A.* Geometric path following control for an omnidirectional mobile robot // Proc. of the 21st Intern. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR 2016). 2016. P. 1063—1068.
17. *Ким Д.* Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: Физматлит, 2004. Т. 2. 464 с.

Сведения об авторах

Александр Юрьевич Краснов

— аспирант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: krasnov.aleksander@gmail.com

Сергей Алексеевич Чепинский

— канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: chepinsky_s@hotmail.com

- Чэнь Ифань** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: chenyf24@126.com
- Лю Хуэйминь** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: 1557393861@qq.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
21.03.17 г.

Ссылка для цитирования: Краснов А. Ю., Чепинский С. А., Чэнь Ифань, Лю Хуэйминь. Траекторное управление мобильными роботами при возмущающих воздействиях // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 9. С. 842—849.

TRAJECTORY CONTROL FOR MOBILE ROBOTS IN THE PRESENCE OF EXTERNAL DISTURBANCES

A. Yu. Krasnov, S. A. Chepinskiy, Chen Yifan, Liu Huimin

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: krasnov.aleksander@gmail.com

The problem of synthesis of trajectory control in the presence of unmeasurable constant external disturbances is studied with the use of differential geometry methods. The problem is noted to be a reasonable extension of the classical trajectory control problem. The developed procedure for controller synthesis to solve the described problem is presented. The efficiency of the proposed controllers is demonstrated with results of computer modeling.

Keywords: trajectory control, coordinates transformation, external disturbances

Data on authors

- Aleksander Yu. Krasnov** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: krasnov.aleksander@gmail.com
- Sergey A. Chepinskiy** — PhD; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: chepinsky_s@hotmail.com
- Chen Yifan** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: chenyf24@126.com
- Liu Huimin** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: 1557393861@qq.com

For citation: Krasnov A. Yu., Chepinskiy S. A., Chen Yifan, Liu Huimin. Trajectory control for mobile robots in the presence of external disturbances. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 9. P. 842—849 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-9-842-849