

ФОРМАЛИЗАЦИЯ КРИТЕРИЯ В ЗАДАЧЕ МНОГОМЕРНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ОБЪЕКТОВ

С. В. МИКОНИ

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН,
199178, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: smikoni@mail.ru

Рассматривается проблема формулирования критериев, являющаяся важной составляющей методов многомерного оценивания. Формализация понятия *критерий* позволила установить взаимосвязь методов, разработанных в рамках разных теорий, и разделить методы выбора на две группы.

Ключевые слова: многомерное оценивание, критерий, функция полезности

Введение. Оценивание качества приборов, как и объектов любой природы, осуществляется по многим критериям. Важной составляющей методов многомерного оценивания является формулирование *критериев*. В литературе по принятию решений приводятся различные варианты определения критерия [1—5]:

- средство для вынесения суждения, стандарт для сравнения, правило для оценки, мера близости к цели;
- показатель привлекательности свойства объекта для участников процесса выбора;
- правило, позволяющее отличать оптимальные решения от неоптимальных;
- функция $f: Y \rightarrow R$, обладающая свойством выявления предпочтения типа: $y_i > y_j$ либо $y_i \approx y_j$.

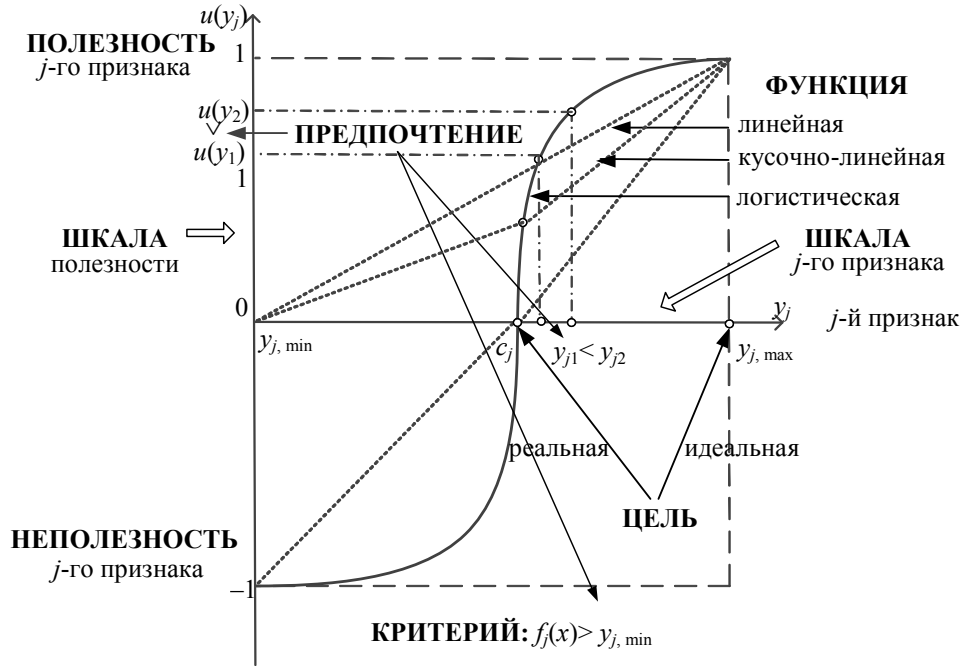
В связи с этим актуальным представляется определение критерия, использование которого позволит объединить вышеприведенные трактовки этого ключевого понятия оптимизации и классификации. Для решения этой задачи в работе [6] предложена формальная модель критерия в виде двухместного предиката — *предпочтения* в задаче оптимизации и *соответствия* в задаче классификации. Рассмотрим, как использование этой модели позволяет установить связи между ключевыми понятиями выбора и разделить методы выбора на две группы.

Формализация критерия. Отношения между понятиями, связанными с критерием, представлены на рисунке, где шкалы, применяемые при методах оценивания по критерию и функции полезности, объединены.

Оси абсцисс графика соответствует шкала $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$ j -го признака объекта, а оси ординат — шкала $[-1, +1]$ полезности/неполезности. В целях общности в график включена отрицательная полуось $[-1, 0]$, отражающая возможные потери, связанные с несоответствием j -го признака предъявляемым требованиям. Если в задаче выбора потери отсутствуют, то используется только полуось полезности $[0, +1]$. Объект x_i может оцениваться как по шкале признака $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$, так и по шкале полезности/неполезности $[-1, +1]$.

Точкой c_j обозначено *целевое* значение j -го признака, называемое *идеальной* целью, если оно совпадает с одной из границ шкалы $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$: $c_j = y_{j,\max}$ или $c_j = y_{j,\min}$; в противном случае ($y_{j,\min} < c_j < y_{j,\max}$) оно называется *реальной* целью c_j . Точками y_{j1} и y_{j2} обозначены значения j -го признака для объектов x_1, x_2 : $y_{j1} = f_j(x_1)$ и $y_{j2} = f_j(x_2)$.

На шкале j -го признака задается двухместное отношение *предпочтения* $f_j(x_1) \succ f_j(x_2)$ либо $f_j(x_2) \succ f_j(x_1)$; оно описывается двухместным предикатом $\text{Pr}_{>}(f_j(x_1), f_j(x_2))$ либо $\text{Pr}_{<}(f_j(x_1), f_j(x_2))$.



Отношение *предпочтения*, обобщенное на всю шкалу j -го признака, представляет собой *критерий* оценивания $\text{Pr}_{\geq}(f_j(x), c_j)$. В этой формуле Pr_{\geq} обозначает предикат предпочтения $f_j(x)$ по отношению к c_j . Его первый аргумент $f_j(x)$ представляет *оцениваемое* значение j -го признака объекта x , а второй аргумент c_j является *целевым* значением j -го признака в роли базы сравнения. В работе [6] критерий $\text{Pr}_{\geq}(f_j(x), c_j)$ называется *целевым* при $c_j=y_{j,\min}$ ($c_j=y_{j,\max}$) и *ограничительным* при $y_{j,\min} < c_j < y_{j,\max}$.

Предикат предпочтения через области определения и значений выражается *оценочной* функцией $p_j: Y_j \times C \rightarrow [0, 1]$. При совпадении базы сравнения c_j с одной из границ шкалы она представляет собой *целевую* функцию $f_j(x) \rightarrow \max$ ($f_j(x) \rightarrow \min$). С позиции оценивания критерий можно рассматривать как бесконечнозначную логическую функцию p , позволяющую оценить *степень соответствия* j -го *свойства* объекта x поставленной *цели*.

С точки зрения оптимизации целевая функция является частным случаем оценочной функции, когда предикат *предпочтения* $\text{Pr}_{\geq}(f_j(x), c_j)$ представляет собой предикат *превосходства* ($\text{Pr}_{>}(f_j(x), c_j)$, $\text{Pr}_{<}(f_j(x), c_j)$). Для отношений равенства и принадлежности интервалу он представляет собой предикат *соответствия* ($\text{Pr}_{=}(f_j(x), c_j)$, $\text{Pr}_{\text{I}}(f_j(x), c_{j,\text{н}}, c_{j,\text{в}})$), применяемый в задаче классификации [6].

Для критерия превосходства должно выполняться условие монотонного роста (убывания) предпочтительности объекта при увеличении показателя y_j при фиксированных значениях остальных $n-1$ показателей.

Функция полезности. Под функцией полезности понимается отображение $u_j: Y_j \rightarrow [0, 1]$. На рисунке в качестве примера приведены линейная, кусочно-линейная и нелинейная функции полезности. По отношению к шкале полезности $[0, 1]$ не имеет значения вид функции u_j . В простейшем случае ею является нормирующая функция j -го критерия. В задаче максимизации j -го признака ею является восходящая линейная функция $\delta_{\max}(y_j(x))$:

$$\delta_{\max}(y_j(x)) = \frac{y_j(x) - y_{j,\min}}{y_{j,\max} - y_{j,\min}}, \tag{1}$$

а в задаче минимизации — нисходящая линейная функция $\delta_{\min}(y_j(x))$:

$$\delta_{\min}(y_j(x)) = \frac{y_{j,\max} - y_j(x)}{y_{j,\max} - y_{j,\min}}, \tag{2}$$

Поскольку нормирующие функции критерия линейны, их можно рассматривать как частный случай нелинейной функции полезности. Отсюда и многокритериальное оценивание можно рассматривать как частный случай многомерного оценивания по полезности, ограниченный использованием линейных функций, полученных на основе целевых критериев, и кусочно-линейных функций, полученных на основе ограничительных критериев. Нелинейные функции полезности формируются не на основе критериев, а непосредственно по предпочтениям экспертов и лиц, принимающих решение. По этой причине понятие *критерий* не используется в многомерной теории полезности.

Таким образом, для формирования предпочтений по j -му признаку имеются две шкалы — первичная шкала $[y_{j,\min}, y_{j,\max}]$, имеющая любые единицы измерения, как качественные, так и количественные, и вторичная числовая шкала $[0, +1]$, измеряемая в относительных единицах. Обработка предпочтений по шкале признака ограничивается логическими операциями. Обработка предпочтений по шкале полезности требует выполнения вычислительных операций.

По типу шкалы, используемой для упорядочения объектов по многим признакам, в работе [6] впервые было предложено разделить методы многомерного оценивания на методы *критериального* и *функционального* выбора. Для первой группы методов характерно использование только шкал признаков и логическая обработка предпочтений, а для второй группы — применение функций полезности и численная обработка предпочтений.

Заключение. Формализация понятия *критерий* позволила установить связь между его нормирующей функцией и функцией полезности и разделить методы выбора на две группы. Принципиальная разница между ними заключается в способе *обобщения* частных оценок — по координатному и скалярному. Это различие положено в основу классификации методов [7], которая, в свою очередь, позволяет выбирать метод, в наибольшей степени соответствующий требованиям задачи многомерного оценивания качества приборов и систем различного назначения.

Исследования, выполненные по данной тематике, проводились при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-01-00139), Министерства образования и науки РФ (госзадание № 2.3135.2017/К), в рамках бюджетных тем № 0073–2014–0009, 0073–2015–0007.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Технология системного моделирования / Под ред. С. В. Емельянова и др. М.: Машиностроение, 1988. 520 с.
2. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в волшебных странах. М.: Логос, 2000. 294 с.
3. Анфилатов В. С., Емельянов А. Л., Кукушкин А. А. Системный анализ в управлении. М: Финансы и статистика, 2002. 368 с.
4. Петухов Г. Б., Якунин В. И. Методологические основы внешнего проектирования целенаправленных процессов и целеустремленных систем. М.: Изд-во АСТ, 2006. 501 с.
5. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений: Учеб. пособие. СПб: БХВ-Петербург, 2005. 408 с.
6. Микони С. В. Теория принятия управленческих решений: Учеб. пособие. СПб: Лань, 2015. 448 с.
7. Микони С. В. Аксиоматика методов многокритериальной оптимизации на конечном множестве альтернатив // Тр. СПИИРАН. 2016. Вып. 44. С. 198—214.

Сведения об авторе

Станислав Витальевич Микони — д-р техн. наук, профессор; СПИИРАН, лаборатория информационных технологий в системном анализе и моделировании;
E-mail: smikoni@mail.ru

Рекомендована лабораторией
информационных технологий
в системном анализе и моделировании

Поступила в редакцию
29.09.17 г.

Ссылка для цитирования: Микони С. В. Формализация критерия в задаче многомерного оценивания объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 11. С. 1012—1015.

CRITERIUM FORMALIZATION IN THE PROBLEM OF MULTIDIMENSIONAL ESTIMATION OF OBJECTS

S. V. Mikoni

*St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences,
199178, St. Petersburg, Russia
E-mail: smikoni@mail.ru*

The problem of criterium formulation is considered as an important part of multidimensional estimation methods. The proposed formalization of the concept of criterium allows to establish a relation between methods developed in the framework of different theories and to separate the selecting methods into two groups.

Keywords: multidimensional estimation, criterion, utility function

Data on author

Stanislav V. Mikoni — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, Laboratory of Information Technologies in System Analysis and Modeling; E-mail: smikoni@mail.ru

For citation: Mikoni S. V. Criterium formalization in the problem of multidimensional estimation of objects. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 11. P. 1012—1015 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-11-1012-1015