

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ СЛОЕВ ОПТИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ НА ЕГО СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Фи Тхай Нго

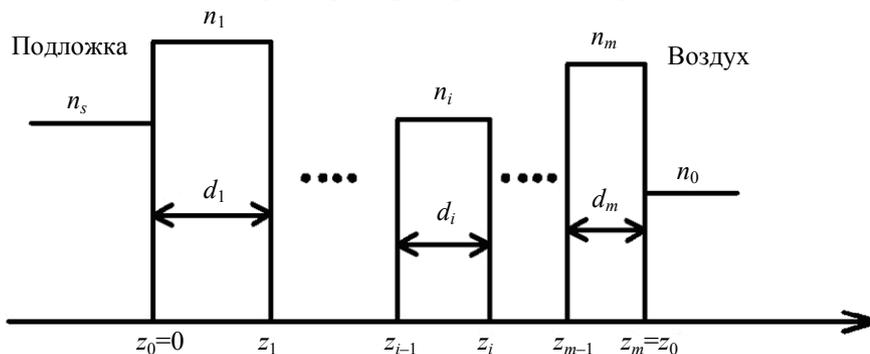
*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: ngothaiphbn@gmail.com*

Представлен анализ погрешностей изготовления формирующих структуру оптического покрытия слоев, результаты которого позволяют определить слой, максимально влияющий на спектральные характеристики покрытия. Оценивается чувствительность интерференционного покрытия к отклонению геометрических толщин слоев от расчетных значений. В процессе выявления слоя, максимально влияющего на стабильность спектральной характеристики, толщины слоев поочередно заменяются на некие, отличающиеся от расчетных на известную величину. Для вновь полученной структуры определяется оценочная функция. Слой, которому соответствует максимальное значение оценочной функции, считается наиболее чувствительным к неточностям изготовления слоев.

**Ключевые слова:** интерференционное покрытие, устойчивость покрытия, оптические толщины, спектральные характеристики, чувствительность слоев

Многослойные оптические покрытия состоят из  $m$  однородных оптических интерференционных слоев, каждый из которых характеризуется показателем преломления ( $n_i$ ), коэффициентом поглощения материала ( $k_i$ ), из которого изготовлен слой, геометрической ( $d_i$ ), оптической ( $n_i d_i$ ) и фазовой ( $\varphi_i$ ) толщиной [1]. Эти параметры определяют структуру покрытия и его энергетические и фазовые характеристики.

На рис. 1 представлена структура многослойного интерференционного покрытия [2]. Ось  $z$  направлена от подложки к среде распространения излучения.



При нормальном падении излучения характеристическая матрица интерференции  $i$ -го слоя может быть определена как [1, 3]

$$M_i = \begin{vmatrix} \cos \varphi_i & \frac{i}{N_i} \sin \varphi_i \\ iN_i \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $N_i = n_i + ik_i$  — комплексный показатель преломления  $i$ -го слоя,  $\varphi_i = 2\pi \frac{n_i d_i}{\lambda}$  — фазовая толщина  $i$ -го слоя,  $\lambda$  — длина волны падающего излучения.

Характеристическая матрица, определяемая как  $M=M_m M_{m-1} \dots M_1$ , известна как характеристическая матрица покрытия [1, 3]:

$$M = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix}.$$

Амплитудные коэффициенты пропускания и отражения ( $t$  и  $r$  соответственно) могут быть выражены через элементы характеристической матрицы покрытия следующим образом [1, 3]:

$$t = \frac{4n_0 n_s}{(n_0 M_{11} + n_s M_{22}) + i(n_0 n_s M_{12} + M_{21})}; \quad (2)$$

$$r = \frac{(n_0 M_{11} - n_s M_{22}) + i(n_0 n_s M_{12} - M_{21})}{(n_0 M_{11} + n_s M_{22}) + i(n_0 n_s M_{12} + M_{21})}, \quad (3)$$

где  $n_0, n_s$  — соответственно показатели преломления обрамляющих покрытие сред.

Уравнения (2) и (3) являются основными формулами для вычисления спектральных характеристик многослойного интерференционного покрытия. Энергетические коэффициенты пропускания  $T$  и отражения  $R$  определяются как [1, 3]

$$T = |t|^2 \quad \text{и} \quad R = |r|^2.$$

Энергетический коэффициент отражения такой системы может быть вычислен через матричные элементы. В общем случае энергетические коэффициенты отражения и пропускания являются функциями, которые зависят от количества слоев, формирующих систему, комплексного показателя преломления материала, из которого изготавливается каждый слой, его оптической и геометрической толщины, а также от длины волны падающего излучения.

Рассмотрим проблему определения слоя, оказывающего максимальное влияние на спектральные характеристики покрытия. Пусть  $R(\lambda)$  и  $T(\lambda)$  — требуемые (или расчетные) спектральные характеристики рассматриваемого покрытия при нормальном падении излучения. При синтезе интерференционных покрытий из-за неточности контроля в процессе формирования слоев и нестабильности показателя преломления материалов, из которых формируются слои, наблюдаются отклонения спектральных характеристик изготовленных покрытий от расчетных. Для оценки рассогласований спектральных характеристик энергетического коэффициента отражения расчетных  $R(\lambda)$  и изготовленных  $R(X, \lambda)$  покрытий будем использовать оценочную функцию (MF) [4—8]:

$$MF_i(X) = \left[ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m W(\lambda_i) D^q(\lambda_i) \right]^{1/q}, \quad (4)$$

где  $D(\lambda_i)$  — разность между требуемым (или расчетным) значением  $R(\lambda_i)$  и значением  $R(X, \lambda)$ ; если во всех слоях допущены ошибки при изготовлении, то для некоторой длины волны  $\lambda_i$  справедливо

$$D(\lambda_i) = R(X, \lambda_i) - R(\lambda_i), \quad (5)$$

здесь  $X = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_m, n_1, n_2, n_3, \dots, n_m, k_1, k_2, k_3, \dots, k_m\}$  — вектор отклонений по геометрической толщине, показателю преломления и коэффициенту поглощения материала;  $d_i = d_{i0} + \Delta d_i$ ,  $n_i = n_{i0} + \Delta n_i$ ,  $k_i = k_{i0} + \Delta k_i$ , где  $d_{i0}$  — геометрическая толщина  $i$ -го слоя, полученная для данной структуры при синтезе покрытия,  $n_{i0}$  — реальный показатель преломления  $i$ -го слоя,  $k_{i0}$  — реальный коэффициент поглощения  $i$ -го слоя;  $\Delta d_i$ ,  $\Delta n_i$ ,  $\Delta k_i$  — отклонения толщины, показателя преломления и коэффициента поглощения материала каждого слоя от расчетных значений;  $\lambda_i$  — длина волны, для которой определено значение  $R(\lambda)$ , данная длина волны находится в некотором интервале  $[\lambda_1 - \lambda_2]$ ;  $W(\lambda_i)$  — весовая функция, определяющая степень соответствия энергетического коэффициента отражения заданному значению на каждой

длине волны рассматриваемого интервала;  $q$  — целое положительное число;  $M$  — количество выделяемых значений длин волн в заданном спектральном диапазоне  $[\lambda_1—\lambda_2]$ .

График, иллюстрирующий определение величины MF при неточности изготовления слоев, приведен на рис. 2, где 1 — расчетное распределение энергетического коэффициента отражения, 2 — экспериментально полученное.

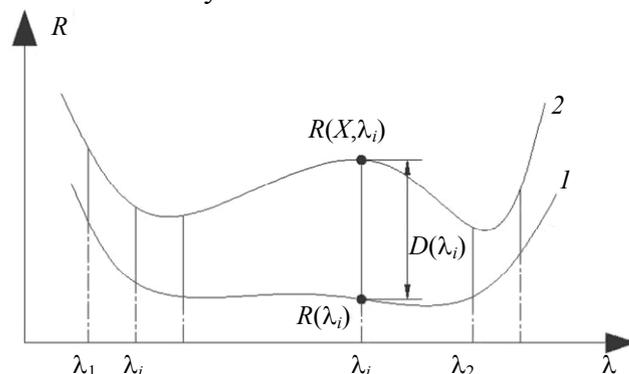


Рис. 2

Идеальным является случай, когда экспериментальные спектральные характеристики интерференционных покрытий не отличаются от расчетных, это означает что оценочная функция равна нулю ( $MF = 0$ ) при существенном отклонении параметров всех слоев от расчетных.

Для анализа устойчивости многослойного покрытия к неточности изготовления каждого слоя следует сравнивать реальные значения  $R(\lambda)$  с текущими значениями  $R_i(X_i, \lambda)$  на каждой длине волны, находящейся в интервале  $[\lambda_1—\lambda_2]$ , при поочередном изменении параметров каждого слоя. Эти изменения для каждого слоя описывает вектор  $X_i$ :

$$X_i = \{d_{10}, d_{20}, \dots, d_{i0} + \Delta d_i, \dots, d_{m0}, n_{10}, n_{20}, \dots, n_{i0} + \Delta n_i, \dots, n_{m0}, k_{10}, k_{20}, \dots, k_{i0} + \Delta k_i, \dots, n_{m0}\}. \quad (6)$$

Оценочная функция для каждого слоя может быть определена следующим образом:

$$MF_i(X_i) = \left[ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m W(\lambda_i) R(X_i, \lambda_i) - R(\lambda_i) \right]^{1/q}. \quad (7)$$

При расчете принималось:  $W(\lambda_i) = 1$  и  $q = 2$ , тогда представление оценочной функции в виде (7) характеризует среднеквадратическое приближение. Если  $MF_i(X_i) = 0$ , то отклонения  $\Delta d_i, \Delta n_i, \Delta k_i$  не влияют на спектральные характеристики, если же эти величины одинаковы, то слой, значение оценочной функции которого больше, оказывает наиболее существенное влияние на искажение спектральной характеристики покрытия.

Далее оценим влияние изменения геометрической толщины каждого слоя на спектральные характеристики оптического покрытия. Будем рассматривать случай, когда количество слоев, показатели преломления и коэффициенты поглощения материалов, из которых изготовлены слои, фиксированы, тогда вектор  $X$  будет определяться только величиной  $\Delta d_i$ , т.е.  $X = \{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ .

Пусть  $\Delta d_i$  — последовательные приращения к толщинам слоев (значения одинаковы для всех слоев), в результате можно вычислить спектральные характеристики энергетических коэффициентов отражения и пропускания данного покрытия и  $m$  векторов  $X$ . Для  $i$ -го слоя можно записать:

$$X_i = \{d_{10}, d_{20}, \dots, d_{i0} + \Delta d_i, \dots, d_{m0}\}, \text{ где } 1 \leq i \leq m.$$

Проведем сравнение соответствующих вариаций целевого функционала  $\{MF_1, MF_2, MF_3, \dots, MF_m\}$ , где  $MF_i$  — неточность изготовления только  $i$ -го слоя:

$$MF_i = \left[ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m [R(d_{i0} + \Delta d_i, \lambda) - R(\lambda)]^2 \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Слой, для которого  $MF = \max \{MF_1, MF_2, MF_3, \dots, MF_m\}$ , оказывает наибольшее влияние на деформацию спектральной кривой. Влияние неточности изготовления данного слоя на спектральную кривую примем равным 100 %; влияние неточности изготовления в остальных слоях рассчитывается относительно данного слоя и определяется по формуле

$$S_i = \frac{MF_i}{MF} \cdot 100 \% .$$

Рассмотрим просветляющее покрытие, в состав которого входит пять слоев. Это покрытие предназначено для работы в интервале длин волн 400...900 нм. Структура данного покрытия может быть представлена в виде:  $\text{SiO}_2 \text{MgF}_2 \text{YF}_3 2\text{HfO}_2 \text{MgF}_2$ , оптическая толщина каждого слоя равна  $\lambda_0/4 = 137,5$  нм.

Далее, пусть  $\Delta d_i = 0,1\lambda_0$  (10 %). Тогда, используя формулы (7), (8), получим 5 структур покрытий и 5 значений целевого функционала, при этом  $W(\lambda) = 1$  и шаг по  $\lambda$  равен 1 нм. Спектральные характеристики энергетического коэффициента отражения для каждой вновь полученной структуры представлены на рис. 3, где нулевая кривая — это расчетная спектральная характеристика (отсутствие неточностей), а кривые 1—5 — спектральные характеристики покрытия при неточности изготовления каждого из слоев 1—5 соответственно.

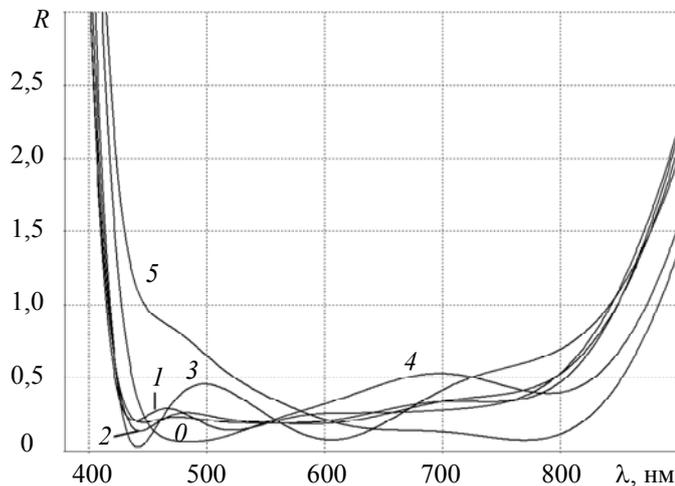


Рис. 3

Как видно из рис. 3, в коротковолновой области спектра наибольшее влияние на искажение спектральной кривой оказывает неточность изготовления слоя, граничащего с воздухом. Для анализа влияния отклонений в области длин волн 400—900 нм рассмотрим оценочные функции в диапазонах 500—800 нм и 600—800 нм (см. таблицу).

Номер слоя	Состав покрытия ( $\Delta d_i = 0,1\lambda_0$ )	$MF_i$ , $\lambda = 400 \dots 900$ нм	$MF_i$ , $\lambda = 500 \dots 800$ нм	$MF_i$ , $\lambda = 600 \dots 800$ нм
1	<b>1.</b> $\text{SiO}_2 \text{MgF}_2 \text{YF}_3 2\text{HfO}_2 \text{MgF}_2$	0,020784	0,006087	0,006036
2	$\text{SiO}_2$ <b>1.1</b> $\text{MgF}_2 \text{YF}_3 2\text{HfO}_2 \text{MgF}_2$	0,056194	0,003944	0,005427
3	$\text{SiO}_2 \text{MgF}_2$ <b>1.1</b> $\text{YF}_3 2\text{HfO}_2 \text{MgF}_2$	0,637844	0,117972	0,115589
4	$\text{SiO}_2 \text{MgF}_2 \text{YF}_3$ <b>2.1</b> $\text{HfO}_2 \text{MgF}_2$	1,502393	0,093698	0,130126
5	$\text{SiO}_2 \text{MgF}_2 \text{YF}_3 2\text{HfO}_2$ <b>1.1</b> $\text{MgF}_2$	4,179093	0,267355	0,057925
Максимальное значение MF		4,179093	0,267355	0,130126

Сравнение, на основе таблицы и рис. 3, значений MF в нескольких спектральных диапазонах показывает, что в области длин волн 600—800 нм значение функции MF меньше, чем в других диапазонах, следовательно, в этом диапазоне отклонение параметров каждого слоя от расчетных значений оказывает наименьшее влияние на спектральные характеристики покрытия.

Распределение величины относительной чувствительности  $S_{\text{отн}}$  пятислойного покрытия в различных спектральных диапазонах показано на рис. 4: *а* — 400...900 нм, *б* — 500...800 нм, *в* — 600...800 нм.

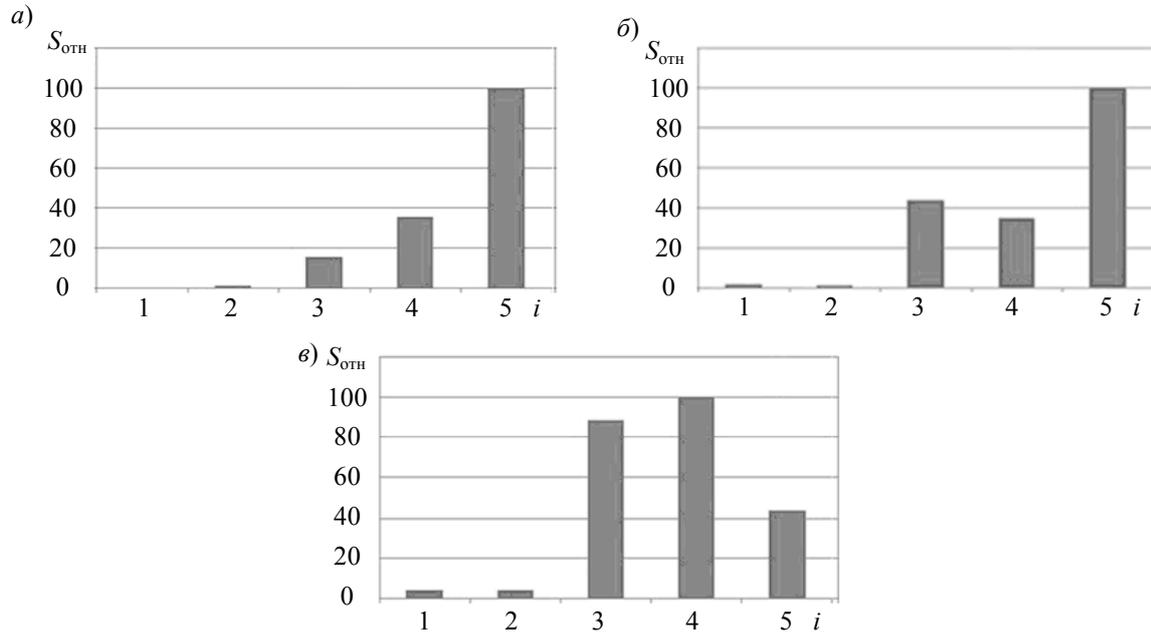


Рис. 4

Итак, анализ влияния неточностей изготовления слоев оптического покрытия на его спектральные характеристики, проведенный с помощью расчета значений оценочной функции, показал, что на искажение спектральной кривой в разных спектральных областях оказывают влияние разные слои.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Губанова Л. А., Путилин Э. С. Оптические покрытия. СПб: Лань, 2016. 268 с.
2. Еришов А. В., Машин А. И. Многослойные оптические покрытия. Проектирование, материалы, особенности технологии получения методом электронно-лучевого испарения. Н. Новгород: Нижегородск. гос. ун-т, 2006. С. 8—18.
3. Macleod H. A. Thin-Film Optical Filter. London: Adam Hilger, 1969. P. 55.
4. Dobrowolski J. A. Optical Properties of Films and Coating. N. Y., 1995. Vol. I.
5. Dobrowolski J. A., Ho F. C., Belkind A., Koss V. A. Merit functions for more effective thin film calculations // Applied Optics. 1989. Vol. 28, iss. 14. P. 2824—2831.
6. Dobrowolski J. A. Versatile computer program for absorbing optical thin film systems // Applied Optics. 1981. Vol. 20, N 1. P. 74—81.
7. Li Li, Dobrowolski J. A., Jacobson M., Cooksey C. Broadband transmission filter from the 2013 Optical Interference Coating manufacturing problem contest // Applied Optics. 2014. Vol. 53, N 4. P. A248—A258.
8. Tang J. F., Zheng Q. Automatic design of optical thin-film systems — merit function and numerical optimization method // Opt. Soc. of America. 1982. Vol. 72, N 11.

#### Сведения об авторе

Фу Тхай Нго — аспирант; Университет ИТМО; кафедра оптоинформационных технологий и материалов;  
E-mail: ngothai@phibn@gmail.com

Рекомендована кафедрой  
оптоинформационных технологий  
и материалов

Поступила в редакцию  
15.05.17 г.

**Ссылка для цитирования:** *Фи Тхай Нго*. Анализ влияния погрешностей изготовления слоев оптического покрытия на его спектральные характеристики // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 11. С. 1048—1053.

**ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF ERRORS  
IN LAYERS MANUFACTURING OF OPTICAL COATING ON ITS SPECTRAL CHARACTERISTICS**

**Phi Thai Ngo**

*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia  
E-mail: ngothaiphbn@gmail.com*

A method is presented for analysis of manufacturing errors of the layers forming the optical coating structure to determine the layer that contribute most to the spectral characteristics of the coating. Sensitivity of the interference coatings to deviation of the layer geometric thicknesses from calculated value is estimated for each of the layers. In the process of identifying the layer which contributes most to the coating spectral characteristics stability, all the layers thicknesses are alternately replaced with a set of values differing from the calculated by a known amount. For the newly obtained structure, a merit function is evaluated. The layer, which corresponds to the maximum value of the merit function, is considered to be the most sensitive to geometric inaccuracies of manufacture.

**Keywords:** interference coating, optical coating stability, optical thickness, spectral characteristics, sensitivity of layer

**Data on author**

**Phi Thai Ngo** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Optical Information Technologies and Materials; E-mail: ngothaiphbn@gmail.com

**For citation:** Phi Thai Ngo. Analysis of the influence of errors in layers manufacturing of optical coating on its spectral characteristics. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 11. P. 1048—1053 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-11-1048-1053