

---

---

# ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

---

---

УДК 681.786  
DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-12-1157-1160

## АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОВОРОТА ОБЪЕКТА МЕТОДОМ АВТОКОЛЛИМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ КВАТЕРНИОНОВ

ХОАНГ ВАН ФОНГ, И. А. КОНЯХИН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: igor@grv.ifmo.ru*

Рассмотрена компьютерная модель автоколлимационной системы, основанная на описании поворотов методом кватернионов. Проанализировано влияние основных первичных погрешностей автоколлимационной углоизмерительной системы на погрешность измерения положения оси и величины поворота объекта. Выполнено сравнение алгоритмов автоколлимационных измерений, основанных на кватернионной и матричной моделях по критерию влияния отклонений параметров автоколлиматора на величину суммарной погрешности измерения.

**Ключевые слова:** автоколлимационный метод, кватернионный метод, параметры поворота, погрешность измерения

Для анализа точностных характеристик проектируемых автоколлимационных систем эффективно применять компьютерные модели, основанные на алгоритмах измерения параметров угловой ориентации объекта. Повороты объекта определяются как изменение положения осей системы координат  $X_1Y_1Z_1$ , связанной с отражателем, относительно осей неподвижной приборной системы координат  $XYZ$  автоколлиматора [1].

Как правило, для моделирования используется матричная форма алгоритма автоколлимационных измерений вида [1]:

$$\mathbf{B}_{1,2} = \mathbf{M}_r(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3)\mathbf{M}_{d1,2}\mathbf{M}_r(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3)^{-1}\mathbf{A}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{B}_{1,2}$  — орты отраженных пучков,  $\mathbf{A}$  — орт падающего на отражатель пучка;  $\mathbf{M}_{d1,2}$  — матрицы действия отражателя, соответствующие отраженным пучкам 1, 2;  $\mathbf{M}_r(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3)$  и  $\mathbf{M}_r(\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3)^{-1}$  — матрицы прямого и обратного операторов, определяющих переходы между системами координат  $XYZ$  и  $X_1Y_1Z_1$ ;  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$  — математические углы последовательных поворотов системы координат  $X_1Y_1Z_1$  относительно собственных осей, в результате которых ее оси будут совмещены с осями неподвижной системы (рис. 1). Вид  $\mathbf{M}_r$  определяется формулой (14.10—26) из [2] при замене  $\nu$  на  $\Theta_1$ ,  $\psi$  — на  $\Theta_2$ ,  $\varphi$  — на  $\Theta_3$ . Матрицы действия отражателя определяются выражением (3.73) из [1].

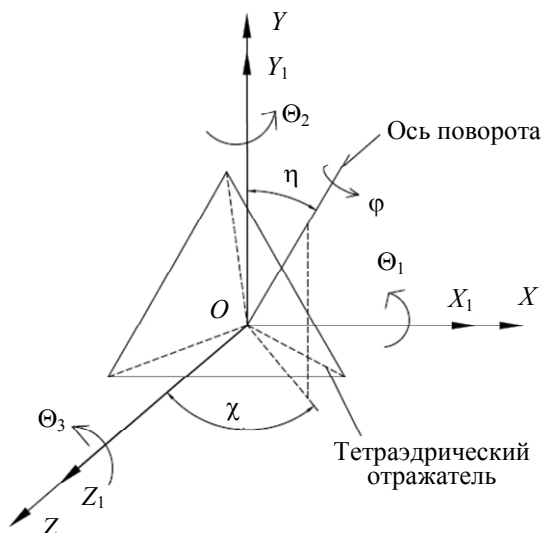


Рис. 1

Также алгоритм автоколлимационных измерений может быть записан в кватернионной форме, непосредственно определяемой параметрами  $\eta, \chi$  и  $\phi$  пространственного поворота объекта:

$$\mathbf{B} = Q_R(\eta, \chi, \phi) \circ Q_p \circ Q_r \circ \bar{Q}_R(\eta, \chi, \phi) \circ \mathbf{A} \circ Q_R(\eta, \chi, \phi) \circ \bar{Q}_r \circ Q_p \circ \bar{Q}_R(\eta, \chi, \phi), \tag{2}$$

где  $(Q_p \circ Q_r)$  — мультипликативный кватернион отражателя, в котором  $Q_p$  — кватернион инверсии,  $Q_r$  — кватернион поворота орта пучка при отражении на угол  $\omega$  относительно основного неизменного направления  $\mathbf{U}$  отражателя;  $\eta, \chi, \phi$  — зенитный и азимутальный углы положения оси и угол поворота;  $Q_R(\eta, \chi, \phi)$  и  $\bar{Q}_R(\eta, \chi, \phi)$  — кватернионы прямого и обратного (сопряженного) переходов между системами координат  $XYZ$  и  $X_1Y_1Z_1$  [3]. Кватернион перехода определяется выражением (2.72) из [4] при замене  $\nu$  на  $\Theta_1, \psi$  — на  $\Theta_2, \phi$  — на  $\Theta_3$ . Для тетраэдрического отражателя трехкоординатного автоколлиматора  $\omega = 180^\circ - \Delta$  ( $\Delta$  — малый угол) [1]. При этом кватернион  $Q_r$  поворота орта пучка относительно вектора основного неизменного направления  $\mathbf{U}$  и кватернион инверсии (для него  $\omega = 180^\circ$ ) принимают вид:

$$Q_r = \left[ \cos \frac{\omega}{2}, \sin \alpha \sin \beta \sin \frac{\omega}{2}, \cos \alpha \sin \frac{\omega}{2}, \sin \alpha \cos \beta \sin \frac{\omega}{2} \right], \tag{3}$$

$$Q_p = [0, \sin \alpha \sin \beta, \cos \alpha, \sin \alpha \cos \beta]$$

где  $\alpha, \beta$  — зенитный и азимутальный углы вектора  $\mathbf{U}$  в системе координат  $XYZ$ .

Приемная система автоколлиматора измеряет координаты ортов  $\mathbf{B}_{1,2}$  по выражению:

$$\mathbf{X}_{1,2}, \mathbf{Y}_{1,2} = f \operatorname{tg} \left[ \arcsin \sqrt{(\mathbf{B}x_{1,2})^2 + (\mathbf{B}y_{1,2})^2} \right] \frac{\mathbf{B}x_{1,2}, \mathbf{B}y_{1,2}}{\sqrt{(\mathbf{B}x_{1,2})^2 + (\mathbf{B}y_{1,2})^2}}, \tag{4}$$

где  $X_{1,2}$  и  $Y_{1,2}$  — координаты двух изображений автоколлимационной марки в плоскости анализа автоколлиматора, измеряемые подсистемой „матричный фотоприемник—микропроцессор“;  $\mathbf{B}x_{1,2}, \mathbf{B}y_{1,2}$  — координаты отраженного луча  $\mathbf{B}$  по осям  $OX$  и оси  $OY$ ;  $f$  — фокусное расстояние объектива автоколлиматора.

Далее параметры углового поворота определяются в результате решения системы уравнений (1) или (2). При этом для варианта алгоритма (1) углы последовательных поворотов  $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$  далее пересчитываются в  $\eta, \chi, \phi$ , определяющие фактическое угловое положение подвижной системы  $X_1Y_1Z_1$ .

Сравним точность рассмотренных алгоритмов в случае использования тетраэдрического отражателя, оптимизированного для измерений при наличии априорной информации о фактическом положении оси поворота [5].

При моделировании алгоритмов задавались отклонения от номинальных значений параметров автоколлиматора, входящие в алгоритм (1) или (2), и определялись погрешности измерения углов  $\eta$ ,  $\chi$ ,  $\varphi$ .

Параметры моделей соответствовали реализованному макету автоколлиматора [6]: фокусное расстояние объектива  $f'=100$  мм; размер пиксела матричного ПЗС-приемника  $p_x = p_y = 10$  мкм; параметр тетраэдрического отражателя  $\omega=178,5^\circ$  ( $\Delta = 1,5^\circ$ ); исходно задаваемые значения зенитного и азимутального углов положения фактической оси и угла поворота вокруг этой оси составляли  $\eta=90^\circ$ ,  $\chi=45^\circ$ ,  $\varphi=20'$ .

На рис. 2 приведены полученные зависимости средней квадратической погрешности измерения параметров угловой пространственной ориентации объекта от величины средней квадратической погрешности измерения координат изображений на матричном ПЗС-приемнике (1, 2, 3 и 1', 2', 3' — погрешности измерения  $\Delta\eta$ ,  $\Delta\chi$ ,  $\Delta\varphi$  по алгоритму на основе кватернионов и по матричному алгоритму). Из графиков следует, что при использовании алгоритма на основе кватернионов погрешность измерения в 1,5—2 раза меньше погрешности, достигаемой при использовании матричного алгоритма. Для других основных параметров автоколлиматора  $f'$ ,  $\omega$ , а также иных значений измеряемых углов  $\eta$ ,  $\chi$ ,  $\varphi$  получены зависимости аналогичного вида.

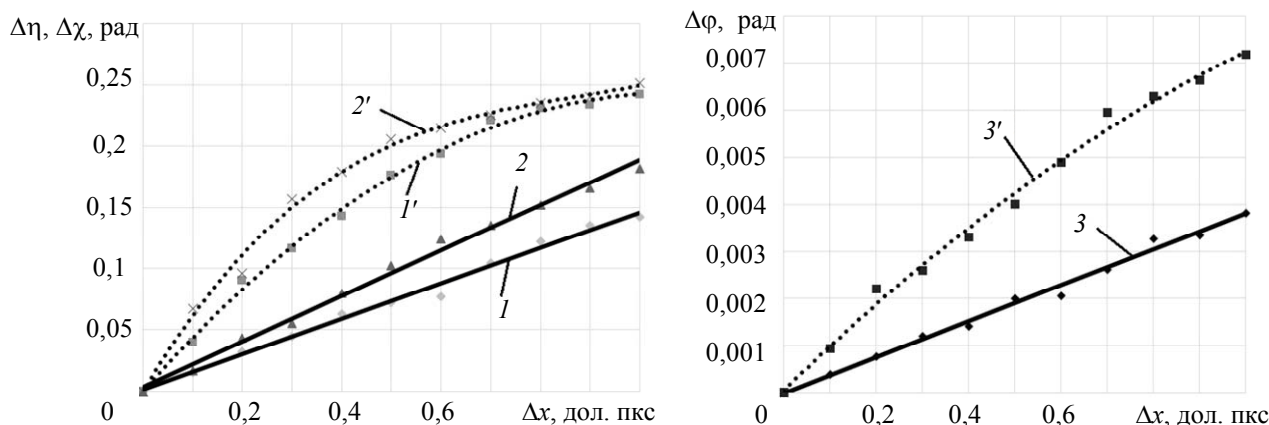


Рис. 2

Из результатов моделирования следует, что при использовании тетраэдрического отражателя алгоритм автоколлимационных измерений на основе кватернионов обеспечивает меньшую погрешность определения углового положения объекта по сравнению с алгоритмом, использующим матричный подход. Также подтверждена возможность построения не сложных численных проектных методик точностного расчета углоизмерительных систем, основанных на компьютерных моделях, использующих кватернионный метод.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джабиев А. Н., Коняхин И. А., Панков Э. Д. Автоколлимационные углоизмерительные средства мониторинга деформаций. СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2000. 197 с.
2. Granino A. K., Theresa M. K. Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review. NY: Dover Publications, 2000. 1130 p.
3. Erdogan M. and Ozdemir M. On Eigenvalues of Split Quaternion Matrices // Advances in Applied Clifford Algebras. 2013. Vol. 23, May. P. 615—623.
4. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

5. Коняхин И. А., Хоанг В. Ф. Применение кватернионов для расчета параметров отражателя автоколлимационной углоизмерительной системы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16, № 5. С. 773—779.
6. Turgalieva T. V., Konyakhin I. A. Research of autocollimating angular deformation measurement system for large-size objects control // Proc. SPIE. Optical Measurement Systems for Industrial Inspection VIII. Munich, 2013. Vol. 8788. P. 1—7(878832).

**Сведения об авторах**

- Хоанг Ван Фонг** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: vanphongkqh@yahoo.com
- Игорь Алексеевич Коняхин** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: igor@grv.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию  
02.07.17 г.

**Ссылка для цитирования:** Хоанг В. Ф., Коняхин И. А. Анализ погрешности измерения параметров поворота объекта методом автоколлимации с помощью компьютерных моделей на основе кватернионов // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 12. С. 1157—1160.

**ERROR ANALYSIS OF OBJECT ROTATION PARAMETERS MEASUREMENT  
WITH AUTOCOLLIMATION METHOD USING COMPUTER MODELS ON THE BASE  
OF QUATERNIONS**

**Phong Van Hoang, I. A. Konyakhin**

*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia  
E-mail: igor@grv.ifmo.ru*

A computer model of autocollimator, based on description of object rotations by the quaternionic method, is considered. The effects of main primary errors of autocollimation angular measuring system on the measurement error of the position axis and magnitude of object rotation are analyzed. Comparison of autocollimation measuring algorithms based on quaternionic and matrix models is carried out using the criterion of the influence of deviations of autocollimator parameters on the total measurement uncertainty.

**Keywords:** autocollimation method, quaternionic method, parameters of rotation, measurement error

**Data on authors**

- Phong Van Hoang** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems;  
E-mail: vanphongkqh@yahoo.com
- Igor A. Konyakhin** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Optical-Electronic Devices and Systems; E-mail: igor@grv.ifmo.ru

**For citation:** Phong Van Hoang, Konyakhin I. A. Error analysis of object rotation parameters measurement with autocollimation method using computer models on the base of quaternions. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 12. P. 1157—1160 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-12-1157-1160