

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫРОЖДЕНИЯ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЧЕЛОВЕКОМ-ОПЕРАТОРОМ В ИХ СОСТАВЕ

Н. А. ДУДАРЕНКО, О. С. НУЙЯ, М. В. СЕРЖАНТОВА, А. В. УШАКОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: dudarenko@yandex.ru*

Исследуются многоканальные функциональные системы с человеком-оператором в своем составе для оценивания возможности их вырождения. Вырождение исследуется в двух направлениях: первое — применительно к человеку-оператору — индивидууму, второе — применительно к коллективу индивидуумов многоканальной функциональной системы. Размерность многоканальной функциональной системы определяется количеством задействованных в ней индивидуумов, при этом исследование осуществляется на основе описания их деятельности с помощью аддитивной математической модели процесса „вработывание — уставание“ в течение производственной полусмены. Фиксируются причины возникновения вырождения, среди которых выделены техническая составляющая и антропогенный фактор. Метод оценивания процесса вырождения строится на основе использования функционала вырождения применительно к критериальной матрице, которая строится в диагональной форме, характерной для нормального функционирования многоканальной системы, при этом появление внедиагональных элементов рассматривается как одна из причин ее вырождения. Таким образом, диагональность критериальной матрицы является необходимым, но не достаточным условием сохранения равнотемповости функционирования сепаратных каналов системы. Учет фактора интервальности, присущий человеку-оператору, позволяет контролировать нарушение синхронности многоканальной системы. В этой связи предлагается использовать интервальное представление функционала вырождения, который должен содержать мультипликативный компонент, учитывающий возможное снижение выработки, наблюдаемое на выходе многоканальной функциональной системы.

Ключевые слова: человек-оператор, многоканальная функциональная система, вырождение, факторы вырождения, функционал вырождения, равнотемповость функционирования многоканальной системы

Введение. Постановка задачи. Факт вырождения любой системы с течением времени рано или поздно становится неизбежным независимо от того, какой является система — технической, экономической, биологической или гуманитарной [1—3]. Причиной вырождения системы могут быть факторы как внешней, так и внутренней системной природы. Поведенчески вырождение системы проявляется в снижении, а впоследствии и в полной потере функциональной работоспособности ее компонентов [4].

В математической постановке оценка вырождения многоканальной функциональной системы (МФС) может быть сведена к оценке вырождения матрицы линейного оператора отношения вход-выход исследуемой системы, который отображает пространство входов

в пространство выходов. В дальнейшем эту матрицу будем называть критериальной матрицей. В качестве меры вырождения в этом случае используется функционал вырождения, который представляет собой величину, обратную числу обусловленности [5—9] критериальной матрицы. Аппарат функционалов вырождения оказался более удобным, чем использование числа обусловленности матрицы [10] по двум причинам. Во-первых, диапазон изменения функционала вырождения лежит в контролируемых пределах от единицы до нуля, а не от единицы до бесконечности как в случае числа обусловленности. Во-вторых, за счет возможности вычисления и изменения во времени всего спектра сепаратных функционалов вырождения можно получить полную информацию об эволюции многоканальной системы в сторону ее вырождения, чего нельзя добиться с помощью числа обусловленности матрицы [5—7]. Одним из ключевых моментов при решении задачи контроля вырождения является построение критериальной матрицы многоканальной функциональной системы. Эти матрицы строятся на моделях временного представления аддитивной композиции процессов вратывания и уставания.

Для оценки вырождения индивидуумов, составляющих многоканальную функциональную систему, воспользуемся следующими определениями.

Определение 1. Вырождение индивидуума — человека-оператора — это сокращение с течением времени его функциональных возможностей естественным или ситуационным образом, предельным проявлением которого является невозможность нормального функционирования индивидуума, т.е. полная потеря работоспособности (вплоть до его ухода из жизни).

Определение 2. Первичным проявлением вырождения коллектива индивидуумов является нарушение равнотемповости функционирования отдельных индивидуумов, образующих МФС.

Определение 3. Глобальное (агрегированное) вырождение — это вырождение, состоящее в нарушении равнотемповости сепаратных каналов (отдельных индивидуумов) МФС, сопровождающееся снижением производительности труда индивидуумов вплоть до полной потери ими работоспособности.

Примечание 1. Причиной вырождения нормально функционирующей МФС могут быть внешние факторы, например: прекращение энергоснабжения, прекращение финансирования, исчезновение потребительского спроса на продукцию системы.

Примечание 2. С позиции возможного вырождения будем разделять МФС на однородные и неоднородные: однородная МФС — это система, которая не обладает возможностью замены из внешней среды ее компонентов, признаки вырождения которых очевидны; неоднородная МФС — это система, которая обладает возможностью замены из внешней среды ее компонентов, признаки вырождения которых очевидны.

Формирование критериальной матрицы многоканальной функциональной системы. Специфика формирования критериальной матрицы рассматриваемой МФС состоит в том, что в состав ее сепаратных каналов входят индивидуумы. Представим многоканальную функциональную систему в виде линейного оператора с матрицей H , который отображает командный вектор g размерности m в выходной вектор $h(t)$ размерности m , компонентами которого являются текущие значения $h_j(t)$ производительностей j -х отдельных индивидуумов. Очевидно, в такой постановке командный вектор g будет представлять собой вектор-столбец, составленный из единиц:

$$g(t) = \text{col} \{ g_j(t) = 1; j = \overline{1, m} \}. \quad (1)$$

В свою очередь, выходной вектор $h(t)$ по аналогии с (1) записывается в форме

$$h(t) = \text{col} \{ h_j(t); j = \overline{1, m} \}.$$

Векторно-матричное представление многоканальной функциональной системы имеет вид

$$h(t) = H(t)g(t),$$

где $H(t)$ — $m \times m$ -квдратная диагональная матрица, элементами которой являются $h_j(t)$, так что она может быть представлена как

$$H(t) = \text{diag} \{h_j(t) \ j = \overline{1, m}\}.$$

Функция производительности $h_j(t)$ функциональной деятельности (ФД) человека-оператора для первой полусмены рабочего дня может быть представлена в аддитивной форме:

$$h_j(t) = h_{\text{пд}j}(t) - h_{\text{yj}}(t),$$

где $h_{\text{пд}j}(t)$ — функция изменения производительности ФД (труда) j -го человека-оператора при отсутствии уставания:

$$h_{\text{пд}j}(t) = K_j \left(1 - e^{-t/T_{\text{ва}j}} \left(\sum_{i=0}^{n_{\text{пд}}-1} (i!)^{-1} (t/T_{\text{ва}j})^i \right) \right); \quad (2)$$

$h_{\text{yj}}(t)$ — функция накопления усталости j -м человеком-оператором:

$$h_{\text{yj}}(t) = K_j \left(1 - e^{-t/T_{\text{ya}j}} \left(\sum_{l=0}^{n_y-1} (l!)^{-1} (t/T_{\text{ya}j})^l \right) \right). \quad (3)$$

Таким образом,

$$h_j(t) = K_j \left\{ e^{-t/T_{\text{ya}j}} \left(\sum_{l=0}^{n_y-1} (l!)^{-1} (t/T_{\text{ya}j})^l \right) - e^{-t/T_{\text{ва}j}} \left(\sum_{i=0}^{n_{\text{пд}}-1} (i!)^{-1} (t/T_{\text{ва}j})^i \right) \right\}. \quad (4)$$

В выражениях (2)—(4) K_j — номинальная производительность j -го человека-оператора, заданная в относительной форме, т.е. в долях сменной выработки за единицу времени; $T_{\text{ва}j}$ — постоянная времени $n_{\text{пд}}$ однотипных аperiodических звеньев, последовательная цепочка которых моделирует процесс вработывания; $T_{\text{ya}j}$ — постоянная времени n_y однотипных аperiodических звеньев, последовательная цепочка которых моделирует процесс накопления усталости человеком-оператором, проявляющейся при падении производительности $h_j(t)$ в среднем на 1/3 (к моменту $t = 4$ ч окончания первой полусмены).

Процесс изменения производительности ФД человека-оператора для второй полусмены рабочего дня получает подобное представление:

$$\begin{aligned} & h_j(t - (4 + \tau)) = \\ & = K_j (1 - \Delta(\tau)) \left\{ e^{-(t-(4+\tau))/T_{\text{ya}j}} \left(\sum_{l=0}^{n_y-1} (l!)^{-1} ((t-(4+\tau))/T_{\text{ya}j})^l \right) - \right. \\ & \left. - e^{-(t-(4+\tau))/T_{\text{ва}j}} \left(\sum_{i=0}^{n_{\text{пд}}-1} (i!)^{-1} ((t-(4+\tau))/T_{\text{ва}j})^i \right) \right\}, \end{aligned}$$

где τ — длительность рекреационного интервала (обеденного перерыва), $\Delta(\tau)$ — параметр, характеризующий некомпенсированную усталость за время рекреационного интервала.

Производительность ФД во второй полусмене, по аналогии с первой, описывается следующим векторно-матричным представлением:

$$h(t-(4+\tau)) = H(t-(4+\tau))g(t-(4+\tau)),$$

где $H(t-(4+\tau))$ — $m \times m$ -квадратная диагональная матрица, элементами которой являются $h_j(t-(4+\tau))$, $g(t-(4+\tau)) = \text{col}\{g_j(t-(4+\tau)) = 1; j = \overline{1, m}\}$.

В связи с различием представлений текущих значений производительностей в первой и второй полусменах рабочего дня оценка вырождения производится для каждой полусмены отдельно. При этом в задаче контроля вырождения функции $H(t)$ и $H(t-(4+\tau))$ являются критериальными матрицами.

Формирование функционалов вырождения многоканальной функциональной системы. Основной результат. Функционалы $J_{D_j}(N)$ вырождения [11] МФС, сведенной к линейной алгебраической задаче с критериальной матрицей N , задаются с помощью отношений ее сингулярных чисел:

$$J_{D_j}(N) = \alpha_j(N) / \alpha_1(N), \quad j = \overline{m, 1}, \quad (5)$$

где $J_{D_j}(N)$ — локальный функционал вырождения, $\alpha_j(N)$ — сингулярное число матрицы N , $\alpha_1(N)$ — ее максимальное сингулярное число; при этом если матрица N — диагональная с положительными вещественнозначными компонентами, то ее сингулярные числа совпадают с ее собственными числами, которыми являются ее диагональные элементы.

Рассмотрим следующие свойства функционалов вырождения.

Свойство 1. Функционал вырождения $J_{D_j}(N)$ для всех j удовлетворяет неравенству

$$0 \leq J_{D_j}(N) \leq 1.$$

Свойство 2. Функционал общего вырождения $J_{GD_j}(N)$ определяется соотношением

$$J_{GD_j}(N) = \alpha_{\min}(N) / \alpha_1(N), \quad (6)$$

где $\alpha_{\min}(N)$ — минимальное сингулярное число критериальной матрицы N .

Применительно к решаемой задаче, в которой $N = H(t)$ для первой полусмены и $N = H(t-(4+\tau))$ для второй полусмены, в силу диагональной природы сингулярные числа этих матриц являются функциями времени t и определяются как

$$\alpha_j(H(t)) = h_j(t), \quad \alpha_j(H(t-(4+\tau))) = h_j(t-(4+\tau)).$$

В свою очередь, функционалы вырождения (5) будут представлять собой функции времени:

$$J_{D_j}(t) = h_j(t) / h_1(t), \quad j = \overline{m, 1}; \quad (7)$$

$$J_{D_j}(t-(4+\tau)) = h_j(t-(4+\tau)) / h_1(t-(4+\tau)), \quad j = \overline{m, 1}, \quad (8)$$

где производительность с индексом „1“ есть максимальная производительность ФД в текущий момент времени.

Функционалы общего вырождения вида (6) для каждой из рабочих полусмен получают представления

$$J_{GD}(t) = h_{\min}(t) / h_1(t); \quad (9)$$

$$J_{GD}(t-(4+\tau)) = h_{\min}(t-(4+\tau)) / h_1(t-(4+\tau)), \quad (10)$$

где h_{\min} — минимальная производительность ФД в текущий момент времени.

Нетрудно видеть, что функционалы общего вырождения (9) и (10) характеризуют такие вырождения, как нарушения равнотемповости. Частные функционалы вырождения (7) и (8) характеризуют локальное вырождение в бинарных структурах многоканальной функциональной системы.

В развитие темы вырождения необходимо учесть, что реальные математические модели деятельности человека-оператора обладают интервальными параметрами, так что функции $h_j(t)$ и $h_j(t-(4+\tau))$ получают интервальное представление:

$$\begin{aligned} [h_j(t)] &= [K_j] \left\{ e^{-t/[T_{yaj}]} \left(\sum_{l=0}^{n_y-1} (l!)^{-1} (t/[T_{yaj}])^l \right) - e^{-t/[T_{vaj}]} \left(\sum_{i=0}^{n_{\text{нд}}-1} (i!)^{-1} (t/[T_{vaj}])^i \right) \right\}, \\ [h_j(t-(4+\tau))] &= [K_j] (1-\Delta(\tau)) \left\{ e^{-(t-(4+\tau))/[T_{yaj}]} \left(\sum_{l=0}^{n_y-1} (l!)^{-1} ((t-(4+\tau))/[T_{yaj}])^l \right) - \right. \\ &\quad \left. - e^{-(t-(4+\tau))/[T_{vaj}]} \left(\sum_{i=0}^{n_{\text{нд}}-1} (i!)^{-1} ((t-(4+\tau))/[T_{vaj}])^i \right) \right\}. \end{aligned}$$

В соответствии с правилами интервальной математики [12] становятся интервальными и функционалы вырождения:

$$[J_{D_j}(t)] = [h_j(t)]/[h_1(t)], \quad j = \overline{m, 1}; \quad (11)$$

$$[J_{D_j}(t-(4+\tau))] = [h_j(t-(4+\tau))]/[h_1(t-(4+\tau))], \quad j = \overline{m, 1}. \quad (12)$$

Если воспользоваться трехкомпонентным представлением интервального числа [12], то интервальные функционалы вырождения (11), (12) могут быть записаны в виде

$$[J_{D_j}(t)] = [J_{D_j}(t), \overline{J_{D_j}(t)}] = J_{D0_j}(t) + [\Delta J_{D_j}(t), \overline{\Delta J_{D_j}(t)}], \quad j = \overline{m, 1}; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} [J_{D_j}(t-(4+\tau))] &= [J_{D_j}(t-(4+\tau)), \overline{J_{D_j}(t-(4+\tau))}] = \\ &= J_{D0_j}(t-(4+\tau)) + [\Delta J_{D_j}(t-(4+\tau)), \overline{\Delta J_{D_j}(t-(4+\tau))}], \quad j = \overline{m, 1}. \end{aligned} \quad (14)$$

В выражениях (13), (14) $J_{D0_j}(t)$ и $J_{D0_j}(t-(4+\tau))$ представляют собой медианные компоненты интервалов вырождения, а $\Delta J_{D_j}(t)$, $\overline{\Delta J_{D_j}(t)}$ и $J_{D_j}(t-(4+\tau))$, $\overline{J_{D_j}(t-(4+\tau))}$ — центрированные относительно медианных значений интервальные компоненты функционалов вырождения, равные друг другу по модулю и отличающиеся знаком. Представление функционалов вырождения в форме (13), (14) позволяет ввести в рассмотрение оценку относительной интервальности (δ) функционалов вырождения:

$$\delta J_{D_j}(t) = \overline{\Delta J_{D_j}(t)}/J_{D0_j}(t), \quad \delta J_{D_j}(t-(4+\tau)) = \overline{\Delta J_{D_j}(t-(4+\tau))}/J_{D0_j}(t-(4+\tau)). \quad (15)$$

В соответствии с соотношениями (15) интервальное представление функционалов вырождения (13) и (14) можно записать как

$$\begin{aligned} [J_{D_j}(t)] &= J_{D0_j}(t) (1 \mp \delta J_{D_j}(t)), \quad j = \overline{m, 1}; \\ [J_{D_j}(t-(4+\tau))] &= J_{D0_j}(t-(4+\tau)) (1 \mp \delta J_{D_j}(t-(4+\tau))), \quad j = \overline{m, 1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Соотношения (16) — основной результат решения задачи оценивания процесса вырождения многоканальных функциональных систем с человеком-оператором в их составе.

Заключение. Очевидно, задача оценивания процесса вырождения многоканальных функциональных систем с человеком-оператором в их составе решается в два этапа: на первом этапе с использованием медианного значения общего функционала вырождения оценивается медианное значение равнотемповости каналов системы; на втором этапе на основе использования оценок относительной интервальности функционалов вырождения оценивается относительная интервальность текущей равнотемповости каналов многоканальной системы.

На основе сочетания моделей временного представления, имеющих вид аддитивной композиции процессов вработывания и уставания человека-оператора, и аппарата интервальной математики сконструировано интервальное представление функционалов вырождения, которые позволяют контролировать нарушение равнотемповости каналов МФС как в медианном виде, так и при граничных реализациях.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01), РФФИ (проект № 16-08-00997), Министерства образования и науки РФ (грант 14.Z50.31.0031) и Президента Российской Федерации (грант 14.Y3116.9281-НШ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Timsit R. S.* A possible degeneration mechanism in stationary electrical contacts // Proc. IEEE Transact. on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology. 1990. Vol. 13, N 1. P. 65—68.
2. *Zude Li, Jun Long.* A case study of measuring degeneration of software architectures from a defect perspective // Proc. of the 18th Asia-Pacific Software Engineering Conf. 2011. P. 242—249.
3. *Lang-Ming Si, Bin Liu, Tong Liu, Lei Li.* Reasons for the degeneration of haloxylon ammodendron population in the western part of gurbantonggut desert in Mid-Asia // Proc. of the 3rd Intern. Conf. on Biomedical Engineering and Informatics. 2010. P. 2589—2593.
4. *Пархоменко П. П., Согомоян Е. С.* Основы технической диагностики. М.: Энергия, 1981.
5. *Wilkinson J. H.* The Algebraic Eigenvalue Problem. Oxford: Clarendon Press, 1965.
6. *Wilkinson J. H., Reinsh C.* Handbook for Automatic Computation: Linear Algebra. N.Y.: Springer Verlag, 1971.
7. *Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984.
8. *Голуб Дж., Ван Лоун Ч.* Матричные вычисления: Пер. с англ. М.: Мир, 1999.
9. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1973.
10. *Дударенко Н. А., Ушаков А. В.* Анализ чувствительности функционала вырождения к параметрической неопределенности функциональных компонентов сложных систем при моделировании входных заявок гармоническим многочастотным экзогенным воздействием // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 3. С. 2—10.
11. *Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В.* Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: Учеб. пособие / Под ред. А. В. Ушакова. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009.
12. *Сержантова М. В., Ушаков А. В.* Интервальная аддитивная кусочно-полиномиальная временная модель деятельности человека-оператора в квазистатической функциональной среде // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. № 2(15) С. 329—337.

Сведения об авторах

- Наталья Александровна Дударенко** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Ольга Святославовна Нуйя** — канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; ст. преподаватель; E-mail: Olga.nuyya@gmail.com
- Майя Вячеславовна Сержантова** — канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: 12noch@mail.ru

Анатолий Владимирович Ушаков — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

Поступила в редакцию
28.08.17 г.

Ссылка для цитирования: Дударенко Н. А., Нуйя О. С., Сержантова М. В., Ушаков А. В. Оценивание процесса вырождения многоканальных функциональных систем с человеком-оператором в их составе // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 1. С. 5—11.

ASSESSMENT OF FUNCTIONAL DEGENERATION PROCESS OF MULTICHANNEL SYSTEM INCORPORATED A HUMAN OPERATOR

N. A. Dudarenko, O. S. Nuyya, M. V. Serjantova, A. V. Ushakov

*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: dudarenko@yandex.ru*

Human-operated multichannel functional system is considered to evaluate the possibility of the system degeneration in respect of the individual-operator as well as in respect of the team of individuals forming the multichannel system. The multichannel functional system dimension is determined by the number of individuals involved; the study is based on descriptions of the individuals' activities using an additive mathematical model of the process "warming-up — fatigue" during the working half-shift. The causes of degeneration are formulated; technical component and the anthropogenic factor are considered as the main. Method for estimating the degeneration process is based on the use of degeneration functional in relation to the criterion matrix. The matrix is constructed in a diagonal form characterizing the normal functioning of the multichannel system, while the emergence of the off-diagonal elements is considered as one of the reasons for its degeneration. Thus, diagonality of the criterion matrix is a necessary but insufficient condition for preservation of equal-pace functioning of separate channels of the system. Accounting for the interval factor inherent in the human operator allows to control the violation of the synchrony of multichannel system. It is proposed to use the integral representation of degeneration functional, which must contain a multiplicative component considering the possible decline of output of multichannel functional system.

Keywords: human operator, multichannel functional system, degeneration, degeneration factors, degeneration functional, equal-pace functioning of multichannel functional system

Data on authors

- | | |
|-----------------------------|---|
| Natalia A. Dudarenko | — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: dudarenko@yandex.ru |
| Olga S. Nuyya | — PhD; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; Senior Lecturer; E-mail: Olga.nuyya@gmail.com |
| Mayya V. Serjantova | — PhD; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: 12noch@mail.ru |
| Anatoly V. Ushakov | — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru |

For citation: Dudarenko N. A., Nuyya O. S., Serjantova M. V., Ushakov A. V. Assessment of functional degeneration process of multichannel system incorporated a human operator. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 1. P. 5—11 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-5-11