# ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ЖИДКОСТЕЙ ПЕРЕМЕННОГО СОСТАВА

## С. Н. САЗОНОВ

Уфимский государственный авиационный технический университет, 450008, Уфа, Россия E-mail: SazonovSN@mail.ru

Предложена схема прибора для измерения относительной магнитной восприимчивости жидкостей. Принцип действия прибора основан на изменении индукции магнитного поля в полости магнитожесткого однородно намагниченного шара, погруженного в исследуемое вещество. Приведены расчеты, показывающие, что ожидаемая разрешающая способность при измерении объемной восприимчивости диамагнетиков порядка  $10^{-9}$  (СГС), что позволяет определять, например, концентрацию этанола в воде с точностью  $\approx 1$ % по объему.

**Ключевые слова:** магнитная восприимчивость, диамагнетик, постоянный магнит, индукция магнитного поля, магнитный потенциал

Концентрационная зависимость магнитной восприимчивости бинарных жидких растворов давно изучается экспериментально [1]. Поскольку для смесей веществ А и В, молекулы которых не взаимодействуют между собой, выполняется закон аддитивности Видемана [1, 2]

$$\chi(p) = \left(p\chi_{\mathrm{A}} + (1-p)\chi_{\mathrm{B}}\right) \left(V_{\mathrm{A}} + V_{\mathrm{B}}\right) / V,$$

где  $V, V_i, \chi, \chi_i, i = A, B, - объемы и объемные магнитные восприимчивости смеси и компо$  $нентов соответственно, <math>p = V_A / (V_A + V_B)$  — концентрация компонента A, отклонение экспериментальной зависимости  $\chi(p)$  от закона Видемана позволяет судить о наличии взаимодействия между молекулами компонентов, а измерение  $\chi(p)$  является одним из методов изучения структуры растворов.

В последнее время для исследования взаимодействий элементарных частиц необходимы вещества (в том числе, жидкие) с нулевой магнитной восприимчивостью (MB) при комнатной температуре [3]. Раствор, в котором  $\chi = 0$ , получают добавлением парамагнитного вещества в диамагнитную жидкость, определяя искомую концентрацию по точке пересечения графика  $\chi(p)$  с осью абсцисс. Таким образом, актуальность задачи об измерении зависимости  $\chi(p)$  для различных водных и не водных растворов возрастает.

Между тем методика построения этой зависимости, даже с появлением новых методов измерения индукции слабых магнитных полей [4], остается неизменной: после измерения магнитной восприимчивости  $\chi(p_N)$  раствора с концентрацией  $p_N$  ампула с этим раствором извлекается из измерительной ячейки, раствор выливается, ампула заполняется раствором (N+1)-й концентрации и помещается в ячейку для (N + 1)-го измерения  $\chi(p_{N+1})$ . Этот способ использован авторами работы [5] при построении зависимости  $\chi(p)$  для раствора этанола в воде. Состав раствора изменялся с шагом  $\Delta p = p_{N+1} - p_N = 0,1$ . Построенная зависимость имела 2 локальных максимума, положение которых было определено с точностью 5 %. Определение положения максимумов с точностью 1 % по этой же методике (для каждого измерения ампула заполняется раствором заново) потребовало бы значительного увеличения трудоемкости эксперимента.

В настоящей статье предлагается конструкция прибора, с помощью которого измерения параметра χ можно проводить в режиме перетекания жидкости из сосуда, где осуществляется изменение ее молекулярного состава, в измерительную ячейку и обратно или в слив (возможны измерения и с жидкостью неизменного молекулярного состава).

Схема прибора для измерения магнитной восприимчивости жидкостей приведена на рисунке, где 1 — постоянный магнит (стрелки — векторы локальной намагниченности **M** в пренебрежении частичным саморазмагничиванием магнита), 2 — подставка — крепление феррозонда, 3 — датчик феррозонда, 4 — оболочка магнита, 5 — трубки, обеспечивающие протекание жидкости, 6 — сосуд, содержащий жидкость, 7 — вентили, 8 — провода управления феррозондом, 9 — соленоид.



Постоянный магнит l в виде полого шара с внутренним радиусом L и наружным радиусом h состоит из двух одинаковых частей (полушарий), изготовленных методом порошковой металлургии [6]. В геометрическом центре O шара к нижнему полушарию на подставке 2крепится датчик феррозонда 3, так что ось его симметрии совпадает с осью Oz декартовой системы координат (СК)). Шар намагничивается вдоль оси Oz после крепления датчика, соединения полушарий и заключения их в оболочку 4 (полимер), предохраняющую магнит от коррозии.

Крепление магнита в пространстве осуществляется с помощью упоров 5. Упорами служат две тонкие полые трубки из прочного материала с наружным радиусом r и толщиной  $\Delta r$   $(\pi (r - \Delta r)^2 = S)$ , ось Oz параллельна оси симметрии трубок). Шар удерживается в пространстве трубками, на которых крепятся детали сосуда 6 с внутренним радиусом a. На концах трубки имеют прорези (на рисунке не показаны) для подачи и выпуска раствора. На некотором расстоянии от сосуда, в области больших величин |z|, трубки жестко закреплены. Два одинаковых вентиля 7 из слабомагнитного материала симметрично врезаны в трубки и регулируют циркуляцию жидкости. Верхняя трубка соединена с другим сосудом (не показан), в котором смешиваются компоненты раствора. Регистрация зависимости  $\chi(p)$  производится путем контролируемого добавления компонента В раствора в сосуд для смешивания, первоначально заполненный компонентом A, и пропускания раствора через измерительную ячейку.

Феррозонд управляется сигналами, которые подаются по проводам 8, выведенным наружу через пазы шара и отверстия в стенках сосуда. К этой системе тел может быть приложено создаваемое соленоидом 9 однородное внешнее поле  $\mathbf{H}_{ext}$ , направленное вдоль оси Oz (вертикальная составляющая поля Земли включена в  $\mathbf{H}_{ext}$ ).

Не уменьшая общности, считаем, что поле намагниченных магнитом диа(пара)магнитных трубок в центре O и магнитное поле оболочки и вентилей компенсируется полем намагниченных пара(диа)магнитных стенок сосуда. Тогда для "идеального" магнита с фактором качества  $Q = K/(2\pi \cdot \mathbf{M}^2) \rightarrow \infty$  (K — константа магнитной анизотропии магнитожесткой фазы магнита,  $\mathbf{M}$  — намагниченность магнита) индукция магнитного поля в точке O при отсутствии жидкости в сосуде равна нулю. При заполнении сосуда жидкостью с MB  $\chi$  индукция магнитного поля в этой точке будет отлична от нуля и равна

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \Delta \mathbf{B}_1 + \Delta \mathbf{B}_2,\tag{1}$$

где  $\mathbf{B}_0$  — индукция магнитного поля шарового слоя  $h < \mathbf{R} < a$  намагниченной жидкости ( $\mathbf{R}$  — радиус-вектор точки в выбранной СК, толщиной оболочки 4 пренебрегаем),  $\Delta \mathbf{B}_1$  — индукция магнитного поля жидкости в трубках,  $\Delta \mathbf{B}_2$  — индукция поля двух "воображаемых" цилиндров с магнитной восприимчивостью – $\chi$  и боковыми поверхностями, совпадающими с наружными поверхностями частей трубок, находящихся внутри сосуда.

Точное выражение для В<sub>0</sub> известно [7] и имеет вид

$$\mathbf{B}_{0} = 2\mathbf{\rho}(\mu - 1)(\mu + 2) \left(\frac{1}{h^{3}} - \frac{1}{a^{3}}\right) / K,$$

$$K = (2\mu + 1)(\mu + 2) - 2(h/a)^{3}(\mu - 1)^{2},$$
(2)

где  $\mu = 1 + 4\pi\chi$  — магнитная проницаемость жидкости,  $\rho = \mathbf{M} \cdot V_{\mathrm{M}} = \mathbf{M} \cdot V_{\mathrm{M}} \cdot \mathbf{e}_{z}$  — магнитный момент магнита,  $V_{\mathrm{M}} = 4\pi (h^{3} - L^{3})/3$  — его объем,  $\mathbf{e}_{z}$  — орт вдоль оси Oz.

В первом порядке малости по  $\chi$ 

$$\mathbf{B}_0 = \frac{8\pi}{3} \chi \left( 1 - \frac{h^3}{a^3} \right) \frac{\mathbf{\rho}}{h^3} \,. \tag{3}$$

Величины  $\Delta \mathbf{B}_1$  и  $\Delta \mathbf{B}_2$  легко вычислить в приближении тонких трубок  $r/h \ll 1$  [8]. Интегрируя поля диполей по длине трубок, получаем с точностью до  $(z/h)^4$ :

$$\Delta \mathbf{B}_{1}(z) = \frac{8\rho}{h^{5}} \chi S\left(\frac{1}{5} + \frac{6}{7} \frac{z^{2}}{h^{2}}\right)$$
(4)

и аналогичное выражение для  $\Delta B_2$ . Суммарная индукция магнитного поля в центре сферы

$$\mathbf{B}(\chi) = \frac{8\pi}{3} \frac{\chi \rho}{h^3} \left[ 1 - \left(\frac{h}{a}\right)^3 - \frac{6r\Delta r}{5h^2} - \frac{3}{5} \left(\frac{h}{a}\right)^3 \left(\frac{r}{a}\right)^2 \right].$$
(5)

Сравнивая **В**( $\chi$ ) для исследуемой жидкости и эталонной, можно вычислить относительную магнитную восприимчивость исследуемой жидкости.

Пусть 
$$k = L/h = \sqrt[3]{2}$$
,  $a = 2 h$ , при этом формула (3) принимает следующий вид:  
 $\mathbf{B}_0 = 14 (\pi / 3)^2 \chi \mathbf{M}.$ 

Оценим возможности ячейки для измерения  $\chi$ , считая, что в сосуд налита вода ( $\chi = -0,718 \cdot 10^{-6}$  при комнатной температуре [1]). Для идеально текстурированного магнита на основе сплава SmCo<sub>5</sub> с объемом немагнитной фазы 28 %, что соответствует **M** = 635 Гс [6], согласно (6) получим **B**<sub>0</sub> = 7 мГс. При *L* = 4 см, *r* = 3 мм и  $\Delta r$  = 1 мм поправка к **B**<sub>0</sub> в формуле (1) от слагаемых  $|\Delta B_1 + \Delta B_2|$  составляет  $|\Delta B_1 + \Delta B_2| / B_0 = 0,1$  %.

Будем считать, что датчик феррозонда имеет следующие параметры: длина сердечника l = 1 см, разрешающая способность датчика  $\delta \mathbf{B}_0 = 10^{-2}$  мГс<sup>\*</sup>. Расчет по формуле (4) показывает, что для такого датчика при выбранных геометрических размерах магнита (i = 1, 2)  $\Delta \mathbf{B}_i(l/2) - \Delta \mathbf{B}_i(0) \ll \delta \mathbf{B}_0$ , так что неоднородностью магнитного поля трубок с жидкостью по длине сердечника можно пренебречь. (Неоднородность магнитного поля вентилей и отверстий в сосуде *6*, рассматриваемых как точечные диполи, еще меньше.)

Как видно из формулы (6), датчик среагирует на относительное изменение MB жидкости на величину  $\Delta \chi / \chi = \delta \mathbf{B}_0 / \mathbf{B}_0 = 0,15 \%$ , что соответствует погрешности определения MB воды  $\Delta \chi \sim 10^{-9}$ . Эта величина на 2 порядка меньше погрешности каппаметра QTX-1 фирмы

(6)

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Эти параметры соответствуют современной технике: в работе [9] описан датчик с сердечником — стержнем, имеющим длину l = 2 см,  $\delta \mathbf{B}_0 = 10^{-3} \text{ мГс}$ , а в работе [10] — датчик с замкнутым в прямоугольной рамке  $0.6 \times 1 \text{ см}^2$  магнитным потоком,  $\delta \mathbf{B}_0 = 10^{-2} \text{ мГс}$ , верхний предел измерения индукции 100 мГс.

"Scientific Equipment & Services" (Индия), рассчитанной по приведенным в его описании параметрам [11], но на порядок больше погрешности, заявленной авторами работы [12], где предложен метод измерения магнитной восприимчивости диамагнетика по высоте парения капли материала над сверхпроводящим соленоидом.

При разрешающей способности  $\Delta \chi = 10^{-9}$  можно зафиксировать появление со временем примеси этанола в воде, составляющей менее 1 % объема (для оценочного расчета использован закон Видемана и значение  $\chi = -0.575 \cdot 10^{-6}$  для C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH [2]). Зависимость  $\chi(p)$  для смеси C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH и H<sub>2</sub>O, таким образом, может быть построена с шагом  $\Delta p = 1$  %.

При учете неидеальности магнита данная схема измерений не изменяется принципиально, хотя и становится более сложной. Пусть оси легкого намагничивания (ОЛН) всех кристаллитов магнитожесткой фазы магнита параллельны оси Oz. Для рассматриваемого магнита на основе сплава SmCo<sub>5</sub> фактор качества Q, вычисленный по справочным данным для температурных зависимостей M(T) и K(T), монотонно убывает от Q(100 K) = 190 до Q(350 K) = 100. При комнатной температуре Q = 120. Вектор намагниченности магнита при конечном Q становится функцией радиус-вектора **R** и в первом порядке малости по (1/Q)

$$\mathbf{M}(\mathbf{R}) = \mathbf{M}\left(\mathbf{e}_{z} - \frac{1}{2Q}\left(\frac{L}{R}\right)^{3}\sin 2\theta \cdot \mathbf{e}_{p}\right),\tag{7}$$

где  $\mathbf{e}_{p}$  — радиальный орт цилиндрической СК с центром в точке O,  $\theta$  — полярный угол вектора **R** в сферической СК.

Это легко доказать, минимизируя плотность энергии  $W_i$  [6] *i*-го кристаллита ( $1 \le i \le N$ , N — число кристаллитов магнитожесткой фазы в магните) по углу отклонения  $\varphi_i$  вектора  $\mathbf{M}_i(\mathbf{R})$  от ОЛН:

$$W = K \sin^2 \varphi_i - \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{H}', \qquad (8)$$

в собственном размагничивающем поле  $\mathbf{H}'(\mathbf{R}) = (-4/3)\pi\mathbf{M} + \mathbf{H}_{ball}(\mathbf{R})$ , где  $\mathbf{H}_{ball}(\mathbf{R})$  — поле шара радиусом *L* с центром в точке *O* и намагниченностью –**M**. Решая методом последовательных приближений по (1/Q) уравнение Пуассона [13, 14]

$$\nabla^2 \psi = 4\pi \cdot \operatorname{div} \mathbf{M}(\mathbf{R}) \tag{9}$$

для магнитного потенциала  $\psi$  с известной функцией **M**(**R**), определяемой из (7), получаем на оси *Oz* с точностью до  $(1/Q)^3$ :

$$\Psi(z) = \frac{\mathbf{B}_r}{15Q} \left\{ \left( 2\left(1 - k^3\right) + \frac{1}{7Q}\left(1 - k^6\right) \right) z + \frac{1}{7QL^2} \left( 1 + \frac{20}{3}\left(k^5 - k^7\right) - k^8 \right) z^3 \right\},\tag{10}$$

где  $\mathbf{B}_r = 4\pi \cdot \mathbf{M}$ .

Для рассматриваемого магнита при комнатной температуре индукция размагничивающего поля  $\mathbf{B}_d$  на оси Oz

$$\mathbf{B}_d(z) = -\frac{d\psi(z)}{dz}\mathbf{e}_z = -\left(4,5+2,61\cdot10^{-2}\cdot\left(\frac{z}{L}\right)^2\right)\mathbf{e}_z.$$
 (11)

Скомпенсировать градиентную составляющую поля (второе слагаемое в (11)) можно с помощью добавленных к конструкции прибора двух токонесущих колец, симметрично расположенных относительно центра (на рисунке не показаны). Расчет показывает, что компенсация возможна, например, для одновитковых колец с радиусом 12 см, расположенных друг от друга на расстоянии 22,5 см, при токе в кольцах 1 А. Постоянный компонент магнитного поля этих колец и самого размагничивающего поля (первое слагаемое в (11)) компенсируется соленоидом. С помощью предложенного прибора возможно построение для жидкого бинарного раствора концентрационной зависимости магнитной восприимчивости  $\chi(p)$  с шагом  $\Delta p = 1$  %, если MB компонентов раствора отличаются на  $\Delta \chi = 0,15 \cdot 10^{-6}$  и более. Измерительную ячейку и сосуд для смешивания достаточно вакуумировать один раз перед началом цикла измерений, после чего измерения могут быть осуществлены без контакта раствора с окружающим воздухом (как подчеркнуто в работе [15], отсутствие такого контакта — необходимое условие получения надежного результата при измерении параметра  $\chi$  жидких диамагнетиков, на величину которого оказывает влияние даже небольшое количество кислорода, поглощенного жидкостью из воздуха).

Возможно решение и обратной задачи: исследование меняющегося со временем *t* состава раствора (например, при изучении кинетики разделения жидких смесей в дистилляторах) по измерениям  $\chi(t)$  при его протекании через вышеописанную установку.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Селвуд П. Магнетохимия. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 458 с.
- Kuchel P. W, Chapman B. E., Bubb W. A. et al. Magnetic susceptibility: solutions, emulsions, and cells // Concepts in Magnetic Resonance Pt A. 2003. Vol. 18, N 1. P. 56—71.
- 3. *Khatiwada R., Dennis L., Kendrick R.* et al. Materials with low DC magnetic susceptibility for sensitive magnetic measurements // Meas. Sci. Technol. 2016. Vol. 27. 025902. 5 p.
- 4. *Marcon P., Ostanina K.* Overwiev of methods for magnetic susceptibility measurement // PIERS Proc. Kuala-Lumpur, Malaysia, March 27-30, 2012. P. 420-424.
- 5. *Tsukada K., Matsunaga Y., Isshiki R.* et al. Magnetic characteristics measurements of ethanol-water mixtures // AIP Advances. 2017. Vol. 7. 056707. 8 p.
- 6. Кекало И. Б., Самарин Б. А. Физическое металловедение прецизионных сплавов. М.: Металлургия, 1989. 496 с.
- 7. Rikitake T. Magnetic and Electromagnetic Shielding. Dordrecht: Springer, 1987. 224 p.
- 8. Lewis L. H., Bussmann K. M. A sample holder design and calibration technique for the quantum design magnetic properties measurement system SQUID magnetometer // Meas. Sci. Technol. 1996. Vol. 67. P. 3537—3542.
- 9. *Paperno E*. Suppression of magnetic noise in the fundamental-mode orthogonal fluxgate // Sensors and Actuators A. 2004. Vol. 116. P. 405-409.
- 10. Баранов П. Ф., Муравьев С. В., Огай В. Е., Учайкин С. В. Феррозондовый магнитометр для измерения магнитной индукции до 1 нГл // Изв. Томск. политехн. ун-та. 2012. Т. 320, № 4. С. 89—92.
- 11. http://www.sestechno.com/pro1/21.htm
- 12. *Takahashi K., Mogi I., Awaji S.* et al. Precise measurements of diamagnetic susceptibility of benzophenone and paraffin using a magnetic levitation technique // J. of Physics: Conf. Series. 2009. Vol. 156. P. 1—5.
- 13. Джексон Д. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 700 с.
- 14. Aharoni A. Magnetostatic energy calculations // IEEE Transact. on Magnetic. 1991. Vol. 27, N 4. P. 3539-3547.
- 15. Sueoka K., Ikeda K. Determinations of magnetic susceptibilities of diamagnetic liquids by an improved viscometer method // Bull. of the Chemical Society of Japan. 1977. Vol. 50, N 8. P. 2124-2127.

#### Сведения об авторе

Сергей Николаевич Сазонов

 Уфимский государственный авиационный технический университет, кафедра физики; ст. преподаватель; E-mail: SazonovSN@mail.ru

Поступила в редакцию 23.08.17 г.

Ссылка для цитирования: *Сазонов С. Н.* Прибор для измерения магнитной восприимчивости жидкостей переменного состава // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 1. С. 78—83.

#### DEVICE FOR MEASURING THE MAGNETIC SUSCEPTIBILITY OF LIQUIDS OF VARIABLE COMPOSITION

#### S. N. Sazonov

#### Ufa State Aviation Technical University, 450008, Ufa, Russia E-mail: SazonovSN@mail.ru

A scheme of instrument for measuring the relative magnetic susceptibility of weak-magnetic liquids is proposed. The operation principle of the measuring device is based on the effect of change in magnetic field induction inside a cavity of hard-magnet ball when it is enveloped by the spherical layer of the substance under measurement. The measurement of susceptibility may be executed not only with a nonmoving object but in flowing liquid, too. Resolution of the instrument is predicted to be  $10^{-9}$  in CGS system of units. The resolution enables evaluation of the ethanol concentration in water with the accuracy of about one volume percent.

Keywords: magnetic susceptibility, diamagnetic, permanent magnet, magnetic induction, magnetic potential

#### Data on author

Sergey N. Sazonov – Ufa State Aviation Technical University, Department of Physics; Senior Lecturer; E-mail: SazonovSN@mail.ru

**For citation**: Sazonov S. N. Device for measuring the magnetic susceptibility of liquids of variable composition. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 1. P. 78–83 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-78-83