

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ТОЧНОСТИ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

М. В. АБРАМЧУК

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: amv76@list.ru*

Рассмотрены методы расчета точности эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи — мертвого хода передачи. Проанализированы выражения из стандартов ГОСТ 21098-82 и ГОСТ 1643-81, выведены выражения для расчета мертвого хода зубчатой передачи методом максимума, при котором все параметры принимают максимальные значения. Приведена формула для перевода величины мертвого хода передачи из микрометров в угловые минуты. Выполнен расчет мертвого хода зубчатой передачи вероятностным методом — методом Монте-Карло. Представлен алгоритм расчета мертвого хода.

Ключевые слова: зубчатые колеса, зубчатые передачи, точность, ГОСТ 1643-81, ISO 1328, ГОСТ 21098-82, метод Монте-Карло, мертвый ход, боковой зазор

Введение. Пересмотр или разработка новых стандартов точности на зубчатые и червячные колеса, червяки, рейки и зубчатые пары взамен устаревшего ГОСТ 1643-81, а также его аналогов на данный момент является важной задачей. Это должны быть такие нормативные документы, которые отражали бы развитие теории и практики зубчатых передач за прошедшие 30—35 лет и, с одной стороны, не противоречили стандартам (а лучше и правильнее их называть: рекомендациям ISO [1—3]), а с другой — сохраняли положительные наработки ГОСТ 1643-81 и его аналогов, до сих пор имеющих широкое применение в России. Кроме того, необходима переработка ГОСТ 21098-82 в стандарт на зубчатые передачи, который имеет расчетный характер. В новом документе необходимо использовать всех наработки в области теории вероятности и математической статистики.

Расчет бокового зазора и мертвого хода зубчатой передачи методом максимума-минимума. Величина минимального мертвого хода цилиндрической зубчатой передачи в ГОСТ 21098-82 определяется по следующему выражению:

$$j_{t \min} = \frac{j_{n \min}}{\cos \alpha \cos \beta}, \quad (1)$$

где $j_{n \min}$ — гарантированный боковой зазор (нормальный); α — угол исходного профиля; β — делительный угол наклона линии зуба.

Максимальный мертвый ход цилиндрической передачи в том же ГОСТ 21098-82 описывается выражением

$$j_{t \max} = 0,7(E_{Hs_1} + E_{Hs_2}) + \sqrt{0,5(T_{H_1}^2 + T_{H_2}^2 + 2f_a^2 + G_{r_1}^2 + G_{r_2}^2)},$$

где E_{Hs} — наименьшее дополнительное смещение исходного контура; T_H — допуск на смещение исходного контура; f_a — предельное отклонение межосевого расстояния; G_r — радиальный

зазор в опорах вращения, принимаемый равным радиальному биению (в ГОСТ 21098—82 находится по Приложению 2); индексы 1 и 2 относятся к шестерне и зубчатому колесу соответственно.

В ГОСТ 1643-81 гарантированный боковой зазор $j_{n \min}$ можно определить из выражения:

$$j_{n \min} = -(4E_{Hs} \sin \alpha + k_j),$$

где k_j — компенсация уменьшения бокового зазора, которое происходит вследствие погрешности монтажа передачи и изготовления зубчатых колес:

$$k_j = \sqrt{(f_a 2 \sin \alpha)^2 + 2f_{pb}^2 + 2F_\beta^2 + (f_x \sin \alpha)^2 + (f_y \cos \alpha)^2}, \quad (2)$$

f_{pb} — предельное отклонение шага зацепления, F_β — допуск на погрешность направления зуба, f_x — допуск на параллельность осей, f_y — допуск на перекос осей.

Выражение (2) не содержит величины радиального биения зубчатого венца F_r , которое также влияет на величину бокового зазора. Тем не менее, радиальное биение необходимо включать в расчет компенсации, поскольку в противном случае необходимы предварительная выставка эксцентриситетов колес и учет кратности чисел зубьев шестерни и колеса, передаточного отношения и т.д. К тому же в формуле (2) суммирование погрешностей производится под корнем, что предполагает вероятностный характер суммирования.

С учетом величины радиального биения зубчатого венца значение компенсации бокового зазора будет определяться следующим выражением [4]:

$$k_j = \pm 2f_a \sin \alpha_{tw} \pm F_{r1} \sin \alpha_{tw} \pm F_{r2} \sin \alpha_{tw} \pm f_{pb1} \pm f_{pb2} + F_{\beta 1} + F_{\beta 2} + f_x \sin \alpha_{tw} + f_y \cos \alpha_{tw}, \quad (3)$$

где α_{tw} — угол зацепления передачи.

Зазор после сборки колес в передачу (эксплуатационный боковой зазор) будет равен предусмотренному (преднамеренно заданному за счет уточнения зубьев колес) зазору j_n , за исключением той его части, на которую зазор уменьшается из-за погрешностей изготовления и монтажа передачи k_j :

$$j_{nэ} = j_n - k_j. \quad (4)$$

Эксплуатационный зазор, который должен обеспечивать нормальное функционирование передачи в заданных условиях, определяется по формуле:

$$j_{nэ} = j'_{nэ} + j''_{nэ} + j'''_{nэ}.$$

Здесь $j'_{nэ}$ — часть зазора, вызываемого температурными деформациями зубчатых колес и корпуса передачи [5, 6]:

$$j'_{nэ} = (a_w \alpha_0 \Delta t_0 - r_{w1} \alpha_1 \Delta t_1 - r_{w2} \alpha_2 \Delta t_2) 2 \sin \alpha_{tw},$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ — коэффициенты линейного расширения материала корпуса, шестерни и колеса соответственно; a_w — межосевое расстояние; r_{w1}, r_{w2} — радиусы начальных окружностей шестерни и колеса; $\Delta t_i = t_i - t_{сб}$ ($i=0, 1, 2$); t_i — температура в период функционирования зубчатой передачи; $t_{сб}$ — температура во время сборки зубчатой передачи (обычно $t_{сб}=20$ °С); $j''_{nэ}$ — боковой зазор, который обеспечивает нормальные условия смазывания, его величина зависит от скорости вращения колес (с ростом скорости необходимо большее значение), вида смазки и т.д. Наиболее распространенной является следующая рекомендация для его определения: $j''_{nэ} = (0,01—0,03)m$, где m — модуль зубьев.

Зазор $j'''_{nэ}$ создается динамическими деформациями зубьев и тела колеса вследствие воздействия нагрузки. Расчет $j'''_{nэ}$ сложен и зависит от конструктивного исполнения колеса.

Таким образом, подставив значение компенсации бокового зазора из выражения (3) в выражение (4), получим формулы для расчета предельных значений эксплуатационного бокового зазора в передаче по методу максимума, т.е. когда все параметры принимают максимальное значение [4]:

$$j_{n \min \varepsilon} = j_{n \min} - 2f_a \sin \alpha_{tw} - F_{r1} \sin \alpha_{tw} - F_{r2} \sin \alpha_{tw} - f_{pb1} - f_{pb2} - F_{\beta 1} - F_{\beta 2} - f_x \sin \alpha_{tw} - f_y \cos \alpha_{tw}, \quad (5)$$

$$j_{n \max \varepsilon} = j_{n \min} + 2f_a \sin \alpha_{tw} + F_{r1} \sin \alpha_{tw} + F_{r2} \sin \alpha_{tw} + f_{pb1} + f_{pb2}. \quad (6)$$

В данных формулах величина гарантированного бокового зазора $j_{n \min}$ берется из таблицы стандарта ГОСТ 1643-81.

Такие погрешности, как F_{β}, f_x, f_y , могут лишь уменьшить величину бокового зазора, поэтому из выражения (6) они исключаются.

Для расчета по методу минимума в формулы (5) и (6) подставляют допуски и отклонения на 1—2 степени выше, чем у исследуемой зубчатой передачи.

Подставив значения из выражений (5) и (6) в (1), получим выражения для определения граничных величин мертвого хода передачи:

$$j_{t \min} = \frac{j_{n \min \varepsilon}}{\cos \alpha \cos \beta}, \quad (7)$$

$$j_{t \max} = \frac{j_{n \max \varepsilon}}{\cos \alpha \cos \beta}. \quad (8)$$

Значение мертвого хода (в угловых единицах) можно найти через следующее выражение:

$$j_{\varphi} = \frac{7,32 j_t}{d}, \quad (9)$$

где d — делительный диаметр ведомого колеса, мм.

Расчет мертвого хода вероятностным методом. Расчеты на максимум-минимум учитывают только предельные отклонения параметров, в результате получаются максимальное и минимальное значения искомых величин. Метод максимума при кинематическом анализе передачи подразумевает, что все параметры „наихудшие“, т.е. принимают максимальное значение. Эта оценка слишком занижена, поскольку не всегда все параметры являются таковыми [7].

В качестве вероятностного метода расчета мертвого хода применим метод Монте-Карло, позволяющий решить математические задачи при помощи моделирования случайных чисел. У метода есть две особенности. Первая — метод имеет простой алгоритм расчета. Составляется программа для одного случайного испытания. Затем это испытание повторяют N раз, при этом каждый опыт не зависит от остальных, и результаты всех опытов осредняются. Вторая особенность метода: ошибка вычислений, как правило, пропорциональна $\sqrt{D/N}$, где D — некоторая постоянная, а N — число испытаний. По формуле ошибки видно, что для уменьшения ошибки в 10 раз необходимо увеличить N в 100 раз [8, 9].

Схема расчета вероятностным методом проста: для каждого параметра „разыгрывается“ его значение (будем считать все составляющие мертвого хода распределенными, например, равномерно), затем по выведенной формуле вычисляется его значение. Опыт повторяется N раз, после чего определяются математическое ожидание и дисперсия, или среднеквадратическое отклонение. Математическое ожидание покажет среднее значение, а дисперсия, или среднеквадратическое отклонение — встречаемые на практике отклонения мертвого хода от математического ожидания. Далее строятся гистограммы и используются общепринятые критерии для оценки соответствия результата некоторому закону распределения.

Для расчета величины мертвого хода зубчатой передачи вероятностным методом предлагается следующий алгоритм:

- 1) выводятся выражения для расчета — (6), (8) и (9);
- 2) предполагается, что слагаемые в данных выражениях являются случайными величинами (кроме α_{tw} и $j_{n \min}$, эта величина остается постоянной, специально предусмотренной, чтобы избежать заклинивания передачи);
- 3) выбираются нижние и верхние пределы для каждого слагаемого одним из следующих способов:
 - по таблицам ГОСТ (верхний предел — заданная степень точности, нижний — на одну-две степени выше);
 - на основе измерений партии передач на производстве;
- 4) задается распределение для каждого слагаемого;
- 5) результат аппроксимируется подходящим законом распределения (используем критерий соответствия какому-либо закону распределения);
- 6) определяются характеристики распределения: математическое ожидание, дисперсия и т.д.

В каждом конкретном случае результат расчета будет представлен случайной величиной, а весь процесс расчета можно изобразить в виде гистограммы.

Заключение. Были рассмотрены метод максимума-минимума и вероятностный метод расчета мертвого хода зубчатой передачи. При вероятностном методе расчета может быть получено меньшее значение мертвого хода зубчатой передачи, чем при методе максимума, что более полно учитывает специфику реального производства зубчатых передач.

Важно отметить, что расчет не по допускам погрешностей из таблиц ГОСТ, а по эмпирическим законам распределения данных погрешностей, числовые характеристики которых определяются на конкретном производстве, обеспечивают лучшую сходимость расчетных и экспериментальных данных, как это было сделано, например, Дундиным Н. И. [10].

Формулы для расчета мертвого хода, выведенные в настоящей статье, используются для определения кинематического мертвого хода. Упругий мертвый ход, возникающий вследствие упругих деформаций звеньев, составляющих зубчатую передачу, в данном случае не рассматривался [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ISO 1328-1:1995, Cylindrical gears — ISO system of accuracy. Part 1. Definitions and allowable values of deviations relevant to corresponding flanks of gear teeth.
2. ISO 1328-2:1997, Cylindrical gears — ISO system of accuracy. Part 2. Definitions and allowable values of deviations relevant to radial composite deviations and runout information.
3. ISO 1328-1:2013, Cylindrical gears — ISO system of flank tolerance classification. Part 1. Definitions and allowable values of deviations relevant to flanks of gear teeth.
4. Тимофеев Б. П., Шалобаев Е. В. Состояние и перспективы нормирования точности зубчатых колес и передач // Вестник машиностроения. 1990. № 12. С. 34—36.
5. Методические указания по внедрению ГОСТ 1643 „Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски“. М.: Изд-во стандартов, 1975. 110 с.
6. Якушев А. И., Воронцов Л. Н., Федотов Н. М. Взаимозаменяемость: Уч. для втузов. М.: Машиностроение, 1987. 352 с.
7. Абрамчук М. В. Вероятностный метод расчета параметров точности эвольвентных цилиндрических зубчатых передач // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 8. С. 619—624.
8. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1978. 64 с.
9. Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М.: Наука, 1965. 228 с.

10. Дундин Н. И. Повышение точности зубчатых колес и передач навигационных приборов: Дис. канд. техн. наук. Л., 1985. 323 с.
11. Абрамчук М. В. Совершенствование расчетов параметров точности зубчатых колес, зубчатых передач и многозвенных зубчатых механизмов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб, 2014. 20 с.

Сведения об авторе

Михаил Владимирович Абрамчук — канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра мехатроники;
E-mail: amv76@list.ru

Поступила в редакцию
21.11.17 г.

Ссылка для цитирования: Абрамчук М. В. Расчет параметров точности эвольвентных цилиндрических зубчатых передач // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 2. С. 118—122.

**CALCULATION OF ACCURACY PARAMETERS
OF EVOLVENT CYLINDRICAL GEAR TRANSMISSIONS**

M. V. Abramchuk

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: amv76@list.ru

The methods for calculating the accuracy of the involute cylindrical gear train (the dead course of the transmission) are considered. Expressions from standards GOST 21098-82 and GOST 1643-81 are analyzed, formulas for calculating the dead run of the gear transmission by the maximum method (in which all parameters take the maximum values) are derived. A formula is given for transferring the magnitude of the dead travel of the transmission from micrometers to angular minutes. Calculation of the dead run of the gear transmission by a probabilistic method (the Monte Carlo method) is performed. An algorithm for calculating the dead path is presented.

Keywords: cogwheels, gears, accuracy, GOST 1643-81, ISO 1328, GOST 21098-82, Monte Carlo method, dead run, lateral clearance

Data on author

Mikhail V. Abramchuk — PhD; ITMO University, Department of Mechatronics;
E-mail: amv76@list.ru

For citation: Abramchuk M. V. Calculation of accuracy parameters of evolvent cylindrical gear transmissions. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 2. P. 118—122 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-2-118-122