УДК 004.942
DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-4-298-303

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНИВАНИЮ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С ВРЕМЕННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ

С. А. Шерстобитов

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: radosti_yad@mail.ru

Предложен методический подход к оцениванию эффективности функционирования информационной системы с временной избыточностью. Целью исследования является определение влияния избыточного времени на вероятность успешного выполнения работы информационной системой. В качестве показателя эффективности функционирования использована вероятность успешного выполнения работы. В основу количественного оценивания вероятности положено интегральное уравнение на основе теоремы о полной вероятности. Для решения интегральных уравнений использовано преобразование Лапласа. Получены аналитические выражения для плотности распределения вероятности величины избыточного времени, величины первого и второго начальных моментов, дисперсии и среднеквадратического отклонения. Для перехода от изображения Лапласа полученного решения во временную область использована приближенная формула Алфрея. Оценено количество информационной работы, выполненной системой с временной избыточностью. Предлагаемый подход отличается тем, что учитывает результаты контроля функционирования информационной системы.

Ключевые слова: *информационная система, временная избыточность, достоверность контроля, преобразование Лапласа*

Введение. Процесс функционирования современных информационных систем условно можно разделить на элементарные временные этапы, следующие друг за другом до достижения целевого эффекта. На каждом этапе реализуется определенная функциональная зависимость выхода от входа. Эта функциональная зависимость может быть представлена различными физическими сигналами, механическими, электрическими, символьными и др. От успешности выполнения каждого этапа зависит эффективность функционирования информационной системы в целом. Поэтому актуальна задача оценивания эффективности функционирования информационных систем на отдельных этапах.

Вопросам надежности систем с временной избыточностью и использования резервов времени для повышения показателей эксплуатационной надежности технических систем посвящены работы [1—3]. Рассмотренная в работе [4] система должна выполнять задачу непрерывно в течение времени τ. Ее отказ в указанном промежутке времени приводит к обесцениванию результатов, полученных до момента отказа. Если время, отведенное для выполнения работы, превышает τ на t единиц времени, то после отказа системы в интервале времени τ она мгновенно возобновляет работу. Этот процесс может повторяться до тех пор, пока все избыточное время t не будет израсходовано.

Вероятность успешного выполнения работы системой количественно можно определить, решив интегральное уравнение, полученное на основании теоремы о полной вероятности:

$$P(\tau,t) = P(\tau,0) + \int_0^{\tau} a(\xi) P(\tau, t-\xi)\, d\xi, \qquad (1)$$

где $P(\tau, 0)$ — вероятность успешного решения задачи в промежутке без избыточного времени; $a(\xi)$ — плотность распределения случайной величины ξ.

Применив преобразование Лапласа [2] для решения уравнения (1) по переменной t, получим изображение решения $P^*(\tau, s)$ в виде:

$$P^*(\tau, s) = P(\tau, 0) \Bigg/ \left[s\left(1 - \int_0^\tau a(\xi) e^{-s\xi} d\xi\right)\right]. \quad (2)$$

Решение (2) получено при условии, что процесс контроля состояния системы непрерывный, а результаты контроля достоверны. В действительности контроль может осуществляться с определенной достоверностью в течение времени. Тогда уравнение (2) следует представить в виде:

$$P^*(\tau, s) = P(\tau, 0) \Bigg/ \left[s\left(1 - \int_0^\tau a(\xi) q(\xi) e^{-s\xi} d\xi\right)\right]. \quad (3)$$

Здесь $q(\xi)$ определяет достоверность результата контроля системы. При этом контроль может ужесточаться, ослабевать, быть неизменным во времени. В каждом частном случае эту особенность надо учитывать, несмотря на появляющуюся дополнительную трудность получения решения.

Для простоты получения решения будем полагать, что достоверность результата контроля не зависит от времени, т.е. $q = \text{const}$. Тогда решение уравнения (3) значительно упрощается:

$$P^*(\tau, s) = P(\tau, 0) \Bigg/ \left[s\left(1 - q\int_0^\tau a(\xi) e^{-s\xi} d\xi\right)\right]. \quad (4)$$

Целью настоящей статьи является исследование решения уравнения в форме (4), а именно определение влияния избыточного времени t на искомую вероятность получения результата, нахождение первых двух начальных моментов избыточного времени, переход от изображения Лапласа вероятности к ее оригиналу, а также оценивание количества информационной работы, выполненной системой с временной избыточностью.

Определение количественных характеристик решения уравнения

1. Определим первые два начальных момента избыточного времени, считая его случайной величиной. Представим выражение для изображения плотности вероятности избыточного времени

$$sP^*(\tau, s) = CP(\tau, 0) \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi) e^{-s\xi} d\xi\right), \quad (5)$$

где C — константа нормирования плотности:

$$C = \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi) d\xi\right) \Bigg/ P(\tau, 0), \text{ а } P(\tau, 0) = \int_\tau^\infty a(\xi) d\xi. \quad (6)$$

Тогда изображение плотности вероятности величины избыточного времени представим так:

$$w^*(s) = \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi) d\xi\right) \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi) e^{-s\xi} d\xi\right). \quad (7)$$

Дифференцируя (7) по переменной s и приравняв ее в полученном выражении нулю, получим выражение для математического ожидания избыточного времени:

$$\nu_1 = q\int_0^\tau \xi a(\xi)d\xi \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right). \quad (8)$$

В результате второго дифференцирования выражения (7) по переменной s, приняв в полученном выражении $s = 0$, получим величину второго начального момента избыточного времени:

$$\nu_2 = 2q^2\left(\int_0^\tau \xi a(\xi)d\xi\right)^2 \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right)^2 + q\int_0^\tau \xi^2 a(\xi)d\xi \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right). \quad (9)$$

Далее, применив известное выражение [3], найдем величину дисперсии избыточного времени:

$$D = \nu_2 - \nu_1^2 = q^2\left(\int_0^\tau \xi a(\xi)d\xi\right)^2 \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right)^2 + q\int_0^\tau \xi^2 a(\xi)d\xi \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right), \quad (10)$$

а затем и величину среднеквадратического отклонения:

$$\sigma = \left(q^2\left(\int_0^\tau \xi a(\xi)d\xi\right)^2 \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right)^2 + q\int_0^\tau \xi^2 a(\xi)d\xi \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)d\xi\right)\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

2. Определим в аналитическом виде вероятность выполнения задания системой. Для этого необходимо перейти от изображения Лапласа выражения (5) к самому преобразованию во временной области. Однако такой переход при произвольном распределении времени выполнения задания в замкнутом виде достаточно труден. Поэтому воспользуемся приближенным обращением преобразования Лапласа по формуле Алфрея [7], полученной на основе свойства фильтрации преобразования Лапласа с помощью дельта-функции Дирака. Формула Алфрея принимает вид:

$$f(t) \approx sf^*(s) \text{ при } s = \frac{1}{t}. \quad (12)$$

Применив выражение (12) к формуле (4), получим:

$$P(\tau, \mathrm{t}) \approx P(\tau, 0) \Bigg/ \left(1 - q\int_0^\tau a(\xi)e^{-\frac{\xi}{t}}d\xi\right). \quad (13)$$

По формуле (13) можно найти вероятность выполнения задания системой, а также представить эту вероятность в графическом виде, если известны значения всех параметров.

Следует иметь в виду, что такое представление является приближенным, причем точность приближения к искомой функции будет тем выше, чем ближе значение вероятности к единице. Простейшим примером служит то, что аппроксимация экспоненциального распределения по формуле Алфрея дает несколько завышенные значения, то есть является аппроксимацией сверху. Для других распределений ошибку приближения надо исследовать отдельно, в том числе при помощи более точных, но более сложных и громоздких формул Хаара и Уиддера.

Пример. Требуется рассчитать три значения вероятности выполнения задания системой и построить их графики при следующих данных: $a(\varepsilon) = d\mathrm{norm}(\varepsilon, m, \sigma)$, $m = 30$ ч, $\sigma = 6$ ч, q =0,5; 0,8; 1,0, $\tau = 20$ ч, $t = 0,...,500$ ч.

На рис. 1 приведены вероятности $P_1(\tau, t)$ — кривая *1*, $P_2(\tau, t)$ — *2*, $P_3(\tau, t)$ — *3*, для q =0,5, 0,8 и 1,0 соответственно. Видно, что большей вероятности контроля соответствует более высоко расположенная кривая *3* вероятности выполнения задания системой. С увеличением избыточного времени возрастает вероятность выполнения задания системой. С уменьшением значения времени τ все кривые вероятностей поднимаются на рисунке выше.

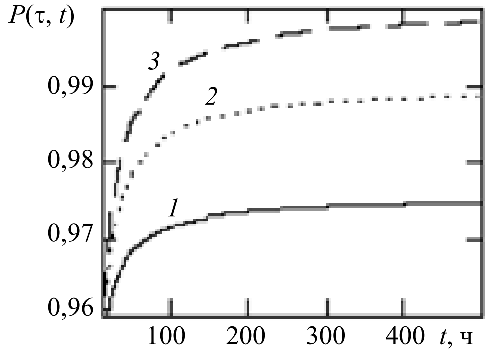

Рис. 1

Для определения количества информационной работы, выполненной системой с временной избыточностью, несколько усложним задачу. Будем полагать, что когда система работоспособна в течение времени τ, она может накапливать некоторое количество информационного продукта, поступающего в нее с определенной скоростью. Если в течение этого времени происходит отказ системы, то накопленная информация теряется. Как и ранее, система способна возобновлять свою работу до истечения предусмотренного избыточного времени. Требуется определить информационную работу, которую система сможет выполнить. Исследованию этого вопроса посвящена работа [8].

Пусть скорость поступления информации в систему I = const, тогда плотность вероятности величины выполненной работы будет определяться формулой:

$$w(t) = \frac{1}{I} a\left(\frac{t}{I}\right), \tag{14}$$

откуда

$$w^*(s) = a^*(Is). \tag{15}$$

Зависимость вероятности количества накопленной системой информации от времени t будет определяться формулой:

$$W(\tau, t) \approx \int_{\tau}^{\infty} \frac{1}{I} a(\xi) d\xi \Bigg/ \left(1 - \int_{0}^{\tau} \frac{1}{I} a\left(\frac{\xi}{I}\right) e^{-\frac{\xi}{t}} d\xi\right). \tag{16}$$

При исходных данных предыдущего примера и $I = 3$ оп/ч была рассчитана величина информационной работы (рис. 2).

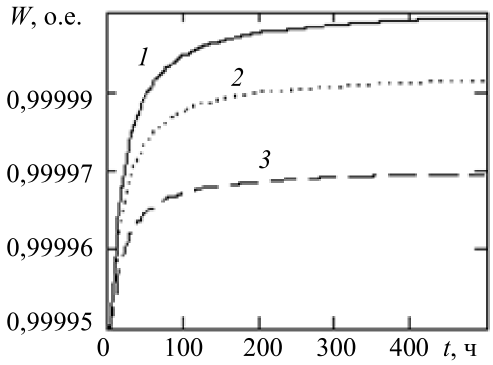

Рис. 2

При выбранном малом значении производительности на рис. 2 видно, насколько значительна величина информационной работы, выполненной системой. Кривая *1* соответствует $q = 1$, *2* — 0,8, а *3* — 0,5.

Заключение. Таким образом, предлагаемый методический подход позволяет оценить эффективность функционирования информационной системы с временной избыточностью, а также оценить количество выполненной информационной работы. С его помощью можно учитывать достоверность контроля функционирования информационной системы. Подход может быть использован при обосновании требований к методам и средствам контроля информационных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Черкесов Г. Н.* Надежность технических систем с временной избыточностью. М.: Сов. радио, 1974. 296 с.
2. *Рябинин И. А., Черкесов Г. Н.* Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.
3. *Половко А. М., Гуров С. В.* Основы теории надежности. СПб: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.
4. *Смагин В. А.* Немарковские задачи теории надежности. М.: МО СССР, 1982. 270 с.
5. *Хинчин А. Я.* Математические основания квантовой статистики. М.: КомКнига, 2010. 256 с.
6. *Диткин В. А., Прудников А. П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: ГРФМЛ, 1961. 524 с.
7. *Залманзон Л. А.* Преобразование Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. М.: Наука-ГРФМЛ, 1989. 496 с.
8. *Смагин В. А., Шерстобитов С. А.* Оценивание длительности и количества информационной работы в цикле управляющей сети // Информация и космос. 2016. № 1. С. 75—79.

Сведения об авторе

Сергей Александрович Шерстобитов — адъюнкт; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра метрологического обеспечения вооружения, военной и специальной техники; E-mail: radosti_yad@mail.ru

Поступила в редакцию
08.11.17 г.

Ссылка для цитирования: *Шерстобитов С. А.* Методический подход к оцениванию эффективности функционирования информационной системы с временной избыточностью // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 4. С. 298—303.

METHODICAL APPROACH TO ESTIMATION OF OPERATION EFFECTIVENESS OF INFORMATION SYSTEM WITH TEMPORARY REDUNDANCY

S. A. Sherstobitov

A.F. Mozhaisky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia
E-mail: radosti_yad@mail.ru

A methodical approach to estimation of operation effectiveness of information system with temporary redundancy is proposed. Probability of successful implementation of the information system task is taken for the functioning efficiency index. An integral equation based on the theorem of total probability is used for quantitative estimation of the probability. The Laplace transform is used to solve the integral equations. Analytic expressions are obtained for the probability density of the excess time, the values of the first and second initial moments, the variance and the standard deviation. An approximate formula is used for the inverse transition from the Laplace image of the obtained solution to the time domain. The amount of information work performed by the system with temporary redundancy is estimated. A distinctive property of the proposed approach is accounting for results of monitoring the information system functioning.

Keywords: information system, temporary redundancy, control reliability, Laplace transform

Data on author

Sergey A. Sherstobitov — Post-Graduate Student, A.F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Metrological Maintenance of Arms, Military and Special Equipment; E-mail: radosti_yad@mail.ru

For citation: Sherstobitov S. A. Methodical approach to estimation of operation effectiveness of information system with temporary redundancy. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 4. P. 298—303 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-4-298-303