УДК 629.78 DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-5-409-413

# МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ОДНООСНОЙ ОРИЕНТАЦИИ НАНОСПУТНИКА ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ВИДИМОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

# И. В. БЕЛОКОНОВ, А. В. КРАМЛИХ, М. Е. МЕЛЬНИК

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (Самарский университет), 443086, Самара, Россия E-mail: kramlikh@mail.ru

Представлен модифицированный алгоритм оценивания ориентации оси наноспутника по анализу геометрической видимости навигационных космических аппаратов глобальных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. Модификация алгоритма заключается в изменении ширины диаграммы направленности навигационной антенны. Предложенный алгоритм позволит повысить точность определения одноосной ориентации.

**Ключевые слова:** наноспутник, геометрическая видимость, ГЛОНАСС, GPS, диаграмма направленности антенны

Навигационная аппаратура потребителей (НАП) работает по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) ГЛОНАСС (Россия), GPS (США), Galileo (Европейский союз). НАП, использующая фазовые измерения, может быть применена для определения ориентации космических аппаратов (КА) на основе известных принципов интерферометрии [1—4].

Следует отметить, что не вся спутниковая радионавигационная информация используется в НАП в полном объеме. Как показано в работах [5—8], используя информацию о положении навигационных космических аппаратов (НКА) ГНСС и положении КА в пространстве, можно оценить пространственную ориентацию оси КА, на котором установлена антенна НАП. Установка трех антенн на взаимно-перпендикулярных осях позволяет оценить пространственную ориентацию КА по одномоментным измерениям. Погрешность оценки ориентации при этом не превысит 15°. Изменяя ширину диаграммы направленности антенны НАП и выбирая весовые коэффициенты, можно повысить точность определения ориентации оси (или пространственной ориентации в случае трех антенн).

Математическая постановка задачи определения одноосной ориентации наноспутника. Для решения задачи введем следующие системы координат [5]:

— связанную систему координат  $OX_1Y_1Z_1$  (ССК) (ось  $OX_1$  — продольная, ось  $OY_1$  направлена вверх, ось  $OZ_1$  дополняет систему до правой);

— орбитальную систему координат  $OX_2Y_2Z_2$  (ОСК) (ось  $OZ_2$  направлена по радиусвектору наноспутника, ось  $OY_2$  — по вектору кинетического момента орбитального движения наноспутника, ось  $OX_2$  дополняет систему до правой).

При постановке задачи примем следующие допущения:

— на наноспутнике установлены две антенны НАП по оси  $OX_1$  в положительном  $(A_l^+)$  и отрицательном  $(A_l^-)$  направлениях;

— расстоянием от приемного центра антенны НАП до центра масс наноспутника пренебрегаем; — ширина диаграммы направленности антенны НАП может изменяться с произвольной дискретностью, которую для определенности будем считать равной 5°.

Задача определения пространственной ориентации оси наноспутника по анализу пространственного положения видимых/невидимых НКА ГНСС ГЛОНАСС/GPS формулируется на основе таких данных НАП, как:

 $-x, y, z, V_x, V_y, V_z$  — параметры движения центра масс наноспутника (результат решения навигационной задачи);

— 
$$x_i, y_i, z_i$$
 — координаты НКА,  $i = \overline{1, N}$ ;  
—  $\mathbf{A}_1^{\pm} = \left(x_1^{\pm}, y_1^{\pm}, z_1^{\pm}\right)^T$  — вектор направляющих косинусов фазовых центров антенн НАП

в ССК (при принятых допущениях  $\mathbf{A}_{1}^{\pm} = (\pm 1, 0, 0)^{T}$ ).

Требуется определить пространственную ориентацию оси наноспутника, т.е. найти оценку направляющих косинусов фазовых центров антенн НАП, расположенных по продольной оси наноспутника, с учетом условия нормировки:

$$\left(x_{2}^{\pm}\right)^{2} + \left(y_{2}^{\pm}\right)^{2} + \left(z_{2}^{\pm}\right)^{2} = 1, \qquad (1)$$

где  $x_2^{\pm}, y_2^{\pm}, z_2^{\pm}$  — направляющие косинусы фазовых центров антенн НАП, расположенных по оси  $OX_1$  в положительном и отрицательном направлениях соответственно.

Алгоритм определения одноосной ориентации наноспутника по анализу геометрической видимости НКА. Алгоритм определения ориентации оси наноспутника основывается на использовании информации о пространственном положении наноспутника (НС) ГНСС ГЛОНАСС и GPS и включает в себя следующие этапы [5].

1. Формирование массива координат видимых/невидимых НКА ГНСС ГЛОНАСС и GPS на момент решения задачи определения ориентации продольной оси наноспутника.

2. Пересчет дальностей до видимых/невидимых НКА из абсолютной СК в ОСК с помощью матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\sin u \cos \omega - \cos u \sin \omega \cos i & \cos u \cos \omega - \sin u \sin \omega \cos i & -\sin \omega \sin i \\ -\sin u \sin \omega + \cos u \cos \omega \cos i & \cos u \sin \omega + \sin u \cos \omega \cos i & \cos \omega \sin i \\ \cos u \cos i & \sin u \sin i & -\cos i \end{bmatrix}.$$

3. Исключение из рассмотрения НКА, затененных Землей. Условие затенения Землей имеет следующий вид:

$$z_{2k} < 0 \text{ } \mu \left| z_{2k} \right| > \cos \left( \arcsin \frac{R_3}{R_3 + h} \right), k = \frac{\overline{1, N_{\text{ГЛОНАСС}}}}{1, N_{\text{GPS}}} \right\}$$

4. Поиск оценки вектора направляющих косинусов фазового центра антенны исходя из условия минимума целевой функции (*F*) и определение углов ориентации.

Целевая функция, отражающая геометрический смысл видимости НКА, примет вид

$$F\left(x_{2}^{\pm}, y_{2}^{\pm}, z_{2}^{\pm}\right) =$$

$$= \alpha_{1} \left[ \sum_{i=1}^{N^{-}-N_{\text{HCK}}^{-}} \left(x_{2}^{-}x_{2i} + y_{2}^{-}y_{2i} + z_{2}^{-}z_{2i} - 1\right)^{2} + \sum_{j=1}^{N^{+}-N_{\text{HCK}}^{+}} \left(x_{2}^{+}x_{2j} + y_{2}^{+}y_{2j} + z_{2}^{+}z_{2j} - 1\right)^{2} \right] +$$

$$+ \alpha_{2} \left[ \sum_{l=1}^{n} \left[ \sum_{k=1}^{N_{\text{HCK}}^{-}} \left(x_{2}^{-}x_{2k} + y_{2}^{-}y_{2k} + z_{2}^{-}z_{2k} - c_{l}^{-}\right)^{2} + \sum_{s=1}^{N_{\text{HCK}}^{+}} \left(x_{2}^{+}x_{2s} + y_{2}^{+}y_{2s} + z_{2}^{+}z_{2s} - c_{l}^{+}\right)^{2} \right] \right], \quad (2)$$

где  $c_l^{\pm} = \cos(\gamma_l^{\pm})$  — косинус угла полураскрыва антенн НАП; *n* — число дискретных значений угла  $\gamma$ ;  $\alpha_i$  — весовые коэффициенты;  $N^-$ ,  $N^+$  — количество видимых НКА при ширине диаграммы направленности антенны НАП, равной 90°;  $N_{\text{ИСК}}^-$ ,  $N_{\text{ИСК}}^+$  — количество видимых НКА при ширина диаграммы направленности антенны НАП, равной 90°;  $N_{\text{ИСК}}^-$  моличество видимых НКА при изменении ширины диаграммы направленности антенны НАП.

Отличие целевой функции (2) от описываемой в работах [5, 6] заключается в наличии регуляризующего слагаемого, которое появляется в результате перехода НКА из категории "видимый" в категорию "невидимый" вследствие изменения ширины диаграммы направленности антенны НАП.

Как отмечалось выше, для использования управляемой маски необходимо установить две антенны НАП по одной оси в противоположных направлениях. Связь векторов направляющих косинусов фазовых центров антенн НАП, расположенных по одной оси, определяется соотношением

$$\mathbf{A}_{2}^{+}(x_{2}, y_{2}, z_{2}) = -\mathbf{A}_{2}^{-}(x_{2}, y_{2}, z_{2}), \qquad (3)$$

где  $A_2^+(x_2, y_2, z_2)$  и  $A_2^-(x_2, y_2, z_2)$  — векторы фазовых центров антенн НАП, расположенных в положительном и отрицательном направлениях оси *OX* соответственно.

С учетом выражений (3) и при условии, что ширина диаграммы направленности антенн НАП изменяется с одинаковой дискретностью, целевая функция (2) примет следующий вид:

$$F(x_{2}, y_{2}, z_{2}) =$$

$$= \alpha_{1} \left[ \sum_{i=1}^{N^{-} - N_{\text{HCK}}^{-}} (x_{2}x_{2i} + y_{2}y_{2i} + z_{2}z_{2i} - 1)^{2} + \sum_{j=1}^{N^{+} - N_{\text{HCK}}^{+}} (x_{2}x_{2j} + y_{2}y_{2j} + z_{2}z_{2j} - 1)^{2} \right] + \alpha_{2} \left[ \sum_{l=1}^{n} \left[ \sum_{k=1}^{N_{\text{HCK}}^{-}} (x_{2}x_{2k} + y_{2}y_{2k} + z_{2}z_{2k} - c_{l})^{2} + \sum_{s=1}^{N_{\text{HCK}}^{+}} (x_{2}x_{2s} + y_{2}y_{2s} + z_{2}z_{2s} - c_{l})^{2} \right] \right].$$
(4)

Вектор  $\mathbf{A}_{2}^{+}(x_{2}, y_{2}, z_{2})$  определяется исходя из минимума целевой функции (4) с последующим нормированием. Минимизация целевой функции (4) сводится к решению системы линейных уравнений

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{A_2} = \mathbf{b}$$

где **М** — симметричная вещественная 3×3-матрица, **b** — вещественный 3×1-вектор.

**Результаты математического моделирования.** Для оценки эффективности применения управляемой диаграммы направленности антенн НАП было проведено математическое моделирование.

При моделировании были приняты следующие допущения:

орбитальные структуры ГНСС ГЛОНАСС и GPS взяты на 01.09.2017;

— орбита наноспутника круговая, высотой 400 км;

— угол полураскрыва антенн НАП у равен: 70, 60, 50 и 45°.

Под ошибкой определения ориентации оси наноспутника будем понимать пространственный угол ( $\zeta$ ) между истинным вектором антенны НАП в ОСК и его найденной оценкой.

На рис. 1, *а*, *б* показаны функции вероятности ошибки при минимальной ширине диаграммы направленности антенны НАП, равной соответственно 45 и 70° при различных весовых коэффициентах  $\alpha_i$  ( $1 - \alpha_1=0,1$ ,  $\alpha_2=0,9$ ;  $2 - \alpha_1=0,2$ ,  $\alpha_2=0,8$ ;  $3 - \alpha_1=0,3$ ,  $\alpha_2=0,7$ ;  $4 - \alpha_1=0,4$ ,  $\alpha_2=0,6$ ;  $5 - \alpha_1=\alpha_2=0,5$ ; 6 — базовое значение).



На рис. 2 показаны функции вероятности ошибки при различной ширине диаграммы направленности антенны НАП и  $\alpha_1 = 0, 1, \alpha_2 = 0, 9$ .



Заключение. Как показывает анализ рис. 1 и 2, введение в целевую функцию регуляризующих слагаемых, порожденных изменением ширины диаграммы направленности антенны НАП, приводит к повышению точности определения одноосной ориентации наноспутника в 3—5 раз, при этом введение регуляризующих слагаемых не влияет на вычислительную сложность алгоритма.

По результатам математического моделирования, наилучшим решением, по критерию минимума ошибки, является маска, равная 45°. Дальнейшее уменьшение маски приводит к отсутствию решений — это объясняется тем, что число видимых спутников становится меньше трех.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №17-79-20215).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Степанов О. А., Кошаев Д. А. Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем // Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации: Сб. статей и докладов. СПб: ЦНИИ "Электроприбор", 2001. С. 197—221.
- 2. *Treder A*. Attitude error from phase center uncertainty in an interferometric GPS antenna array // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conf.: Collection of Technical Papers. 2006. Vol. 2. P. 904—917.
- 3. Torre A. D., Caporali A., Praticelli N., Facchinetti C. Attitude and direction sensor using GPS carrier phase data // European Space Agency (Special Publication), ESA SP. 2004. Iss. 548. P. 291–296.
- 4. Willi D., Rothacher M. GNSS attitude determination with non-synchronized receivers and short baselines onboard a spacecraft // GPS Solutions. 2017. Vol. 21, iss. 4. P. 1605-1617.
- 5. Белоконов И. В., Крамлих А. В. Методика восстановления ориентации космического аппарата при комплексировании магнитометрических и радионавигационных измерений // Вестн. Самарского гос. аэрокосм. ун-та им. акад. С. П. Королева. 2007. № 1 (12). С. 22—30.

- 6. Крамлих А. В., Григорьева М. Е. Адаптивный алгоритм определения ориентации низковысотных космических аппаратов на основе обработки одномоментных разнотипных измерений // Вестн. Самарского гос. аэрокосм. ун-та им. акад. С. П. Королева. 2012. № 4 (35). С. 69—75.
- 7. Grigoreva M. E., Kramlikh A. V. Joint use of different types of information in the spacecraft orientation determination algorithms // Proc. of the 20th Intern. Conf. on Integrated Navigation Systems. Saint Petersburg. 2013.
- 8. *Belokonov I. V., Kramlikh A. V.* Small satellite attitude determination using navigational receiver and magnetometer // Proc. of the 60th Intern. Astronautical Congress. 2009. Vol. 6. P. 4800—4807.

#### Сведения об авторах

Игорь Витальевич Белоконов	<ul> <li>д-р техн. наук, профессор; Самарский университет; межвузовская</li> </ul>		
		космических исследований, E-mail: ibelokonov@mail.ru	
Андрей Васильевич Крамлих		канд. техн. наук, доцент; Самарский университет; межвузовская кафедра	
		космических исследований, E-mail: kramlikh@mail.ru	
Мария Евгеньевна Мельник		аспирант; Самарский университет; межвузовская кафедра космических	
		исследований; E-mail: mashagrigoreva@gmail.com	

Поступила в редакцию 14.02.18 г.

Ссылка для цитирования: Белоконов И. В., Крамлих А. В., Мельник М. Е. Модифицированный алгоритм оценивания одноосной ориентации наноспутника по геометрической видимости навигационных космических аппаратов // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 5. С. 409—413.

## MODIFIED ALGORITHM FOR ESTIMATING THE UNIAXIAL ORIENTATION OF NANOSATELLITE BY GEOMETRIC VISIBILITY OF NAVIGATION SPACECRAFTS

## I. V. Belokonov, A. V. Kramlikh, M. E. Melnik

Samara National Research University, 443086, Samara, Russia E-mail: kramlikh@mail.ru

A modified algorithm of nanosatellite uniaxial attitude estimation based on the analysis of geometric visibility of navigation satellites of the Global Navigation Satellite Systems GLONASS and GPS is presented. The algorithm modification consists in changing the navigation antenna pattern width. The proposed algorithm allows to increase the uniaxial attitude determination accuracy.

Keywords: nanosatellite, geometric visibility, GLONASS, GPS, antenna pattern

Data	on	auti	hors	

—	Dr. Sci., Professor; Samara University, Interuniversity Department of
	Space Research; E-mail: ibelokonov@mail.ru
—	PhD, Associate Professor; Samara University, Interuniversity Department
	of Space Research; E-mail: kramlikh@mail.ru
	Post-Graduate Student; Samara University, Interuniversity Department of
	Space Research;
	E-mail: mashagrigoreva@gmail.com
	— —

**For citation**: Belokonov I. V., Kramlikh A. V., Melnik M. E. Modified algorithm for estimating the uniaxial orientation of nanosatellite by geometric visibility of navigation spacecrafts. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 5. P. 409–413 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-5-409-413