

**НОВЫЕ БЫСТРЫЕ АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ
СМАЗАННЫХ ПОД УГЛОМ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ**

В. С. СИЗИКОВ, А. А. СЕРГИЕНКО, Н. Г. РУЩЕНКО

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: sizikov2000@mail.ru*

Представлены два новых быстрых алгоритма решения некорректных одно- и двумерных интегральных уравнений Фредгольма I рода методом регуляризации Тихонова. В обоих алгоритмах повышение скорости решения интегральных уравнений типа свертки достигается за счет использования быстрого преобразования Фурье и предварительного вычисления ряда спектральных функций, не зависящих от правой части уравнения (смазанного изображения). Отличие данной работы от предыдущих состоит в том, что рассмотрено смазывание под углом по отношению к горизонту, что требует специальных подходов. Предложенные алгоритмы могут быть применены для быстрого восстановления изображений по смазанным изображениям подвижных объектов. Приведен численный пример быстрого (около 1 с) восстановления смазанного под углом изображения самолета.

Ключевые слова: некорректные интегральные уравнения, метод регуляризации Тихонова, быстрые алгоритмы, восстановление смазанных изображений, MatLab

Введение. Изображения различных объектов (людей, технических деталей, текстов, самолетов, автомобилей, наблюдаемых в телескоп космических объектов, земной поверхности из космоса, вирусов, наблюдаемых в микроскоп, и др.) могут быть искажены: смазаны, дефокусированы, зашумлены и т.д. [1—6]. В настоящей статье, которая является продолжением работ [7, 8], рассматривается только (равномерное и прямолинейное) смазывание изображений.

Причиной смаза изображения объекта могут быть смещение устройства регистрации изображений (фотоаппарата, видеокамеры и т.д.), рассогласование движения конвейера с деталями и камеры параллельного слежения, отличие вращения небесной сферы и телескопа, а также движение самого объекта (самолета, автомобиля, бегуна на дорожке и т.д.) за время экспозиции [9].

Отличие данной статьи от работ [7, 8] состоит в том, что рассматривается смазывание под углом по отношению к горизонту, что требует специальных подходов.

Восстановление смазанного изображения, которое часто требуется выполнить в режиме реального времени, обычно сводится к решению интегральных уравнений (ИУ) Фредгольма I рода [2, 4—14]. Рассмотрим два подхода (методики) к восстановлению изображений.

Первая методика. При реализации первого подхода [9, с. 111] для устранения смаза используется следующий набор (не система!) одномерных ИУ типа свертки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x - \xi) w_y(\xi) d\xi = \tilde{g}_y(x), \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

причем ось x (и ξ) направлена вдоль смаза, а y — перпендикулярно смазу.

Здесь

$$h(x) = \begin{cases} 1/\Delta, & -\Delta \leq x \leq 0, \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (2)$$

— разностная функция рассеяния точки (ФРТ, PSF), w и \tilde{g} — неискаженное (искомое) и смазанное (измеренное с шумом) изображения соответственно.

Решать одномерное ИУ (1) следует при каждом значении y , играющем роль параметра. Данный подход реализован в разработанной MatLab-функции `desmearingf.m` [9, с. 137, 330].

Если смаз Δ зависит от x (например, смазы различны на снимке, где представлены легкоатлеты, бегущие с разной скоростью), то уравнение (1) примет вид

$$\int_a^b h(x, \xi) w_y(\xi) d\xi = \tilde{g}_y(x), \quad c \leq x \leq d.$$

Известные методы решения интегральных уравнений типа свертки. Задача решения ИУ (1) является некорректной (существенно неустойчивой), поэтому для его устойчивого решения используем метод регуляризации Тихонова [2, 4, 9, 10, 12, 13].

Решение ИУ (1) методом регуляризации Тихонова с использованием преобразования Фурье (ПФ) имеет вид [6, 7, 9—13]

$$w_{\alpha,y}(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_{\alpha,y}(\omega) e^{-i\omega\xi} d\omega, \quad (3)$$

где

$$W_{\alpha,y}(\omega) = \frac{H^*(\omega) G_y(\omega)}{|H(\omega)|^2 + \alpha\omega^{2p}} \quad (4)$$

— регуляризованный спектр (ПФ) решения, причем $\alpha > 0$ и $p \geq 0$ — параметр и порядок регуляризации;

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) e^{i\omega x} dx, \quad (5)$$

$$G_y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_y(x) e^{i\omega x} dx \quad (6)$$

— преобразования Фурье от $h(x)$ и $\tilde{g}_y(x)$ соответственно. Используя хорошо известные соотношения (3)—(6), построим на их основе новый (первый) быстрый алгоритм.

Первый быстрый алгоритм. Полагаем, что соотношения (3)—(6) вычисляются в дискретном виде с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ). Пусть m и n — число строк (вдоль y) и столбцов (вдоль x) в изображении w .

В работе [7] показано, что для определения $w_{\alpha}(\xi)$ для всех m строк изображения с учетом вычислений $|H(\omega)|^2$, $\alpha\omega^{2p}$ и $H^*(\omega)G_y(\omega)/(|H(\omega)|^2 + \alpha\omega^{2p})$ потребуется $\approx 2mn \log_2 n$ операций умножения/деления и $\approx 3mn$ ячеек памяти. Если $m = n$, то потребуется $\approx 2n^2 \log_2 n$ операций и $\approx 3n^2$ ячеек памяти. Полагаем при этом, что n — целая степень числа 2 (или добавляются нули).

Алгоритм (3)—(6) можно сделать еще более быстрым, если предварительно рассчитать ряд спектральных функций, не зависящих от g . Запишем (3) в виде

$$w_{\alpha,y}(\xi) = \left| F^{-1} (W_{\alpha,y}(\omega)) \right|, \quad (7)$$

где F^{-1} — обратное ПФ (ОПФ).

В выражении (7) взято решение по модулю, так как в алгоритме не учитывается фаза. Разобьем $W_{\alpha,y}(\omega)$ на два сомножителя (см. (4)):

$$W_{\alpha,y}(\omega) = M_{\alpha}(\omega)G_y(\omega), \quad (8)$$

где

$$M_{\alpha}(\omega) = \frac{H^*(\omega)}{|H(\omega)|^2 + \alpha\omega^{2p}}, \quad (9)$$

при этом $H(\omega)$ вычисляем согласно (5), а $h(x)$ — согласно (2), где величину смаза Δ и направление θ смаза (а значит, и направление оси x), а также параметры α и p оцениваем заранее (подробности см. далее). В результате, оценив параметры Δ , θ , α и p , можно заранее (до получения g) „заготовить“ $M_{\alpha}(\omega)$ и, как только будет получено смазанное изображение g , вычислить $G_y(\omega)$ согласно (6), $W_{\alpha,y}(\omega)$ — согласно (8) и решение $w_{\alpha,y}(\xi)$ — согласно (7). Алгоритм (5)—(9) реализован авторами в MatLab-программах: в головной программе FastRest_theta.m и в m-функции fast_regT.m.

Оценим, сколько потребуется операций умножения/деления для получения решения $w_{\alpha}(\xi)$ согласно (5)—(9) в дискретном виде с использованием БПФ.

1. Для вычисления $G_y(\omega)$ при некотором y потребуется $n \log_2 n$ операций.
2. Для получения $W_{\alpha,y}(\omega)$ согласно (8) при некотором y потребуется n операций.
3. Для вычисления $w_{\alpha,y}(\xi)$ (7) при некотором y потребуется $n \log_2 n$ операций.
4. В результате для вычисления $w_{\alpha}(\xi)$ для всех m строк изображения потребуется $mn(2 \log_2 n + 1) \approx 2mn \log_2 n$ операций.

Что касается требуемой памяти, то для размещения массивов $G_y(\omega)$, $M_{\alpha}(\omega)$, $W_{\alpha,y}(\omega)$ и $w_{\alpha,y}(\xi)$ потребуется по n ячеек (всего $4n$) памяти при некотором y , а для всех m строк потребуется $n + 3mn \approx 3mn$ ячеек памяти. Если $m = n$, то потребуется $\approx 2n^2 \log_2 n$ операций и $\approx 3n^2$ ячеек памяти. Таким образом, алгоритм (5)—(9) требует столько же операций и памяти, что и алгоритм (3)—(6). Заметим, что в обоих алгоритмах основное время затрачивается на вычисление БПФ $G(\omega)$ и обратного БПФ $w_{\alpha}(\xi)$ для всех m строк, а $H(\omega)$ и $M_{\alpha}(\omega)$ необходимо вычислить лишь один раз. Однако алгоритм (5)—(9) характерен тем, что решение задачи осуществляется по принципу „разделения труда“: часть вычислений ($M_{\alpha}(\omega)$) выполняется заранее и не требует повышенной скорости, а другая часть ($W_{\alpha}(\omega)$ и $w_{\alpha}(\xi)$) выполняется по получении смазанного изображения $\tilde{g}(x)$ и должна производиться быстро.

Применительно к задаче восстановления смазанного изображения алгоритм (5)—(9) можно проиллюстрировать рис. 1, на котором представлено смазанное под углом изображение самолета (файл SSJ100.jpg 478×744 пкс). Значения параметров смаза Δ и θ заранее (до появления самолета) неизвестны точно, а ошибки при определении значения Δ даже в 1—2 пкс и значения θ в 1—2° обычно ведут к значительной погрешности в восстановленном изображении из-за неустойчивости задачи [6]. Поэтому сделаем следующие предположения.



Рис. 1

Предположение 1. Приближенные значения параметров Δ , θ , α и p заранее оценены как диапазоны их значений. Например, угол θ и скорость v самолета на взлете (см. рис. 1)

близки к некоторым стандартным значениям, а по скорости v можно оценить Δ (в принципе несложная задача).

Предположение 2. Значения α и p оценены на основе предварительной обработки ряда „типичных“ искаженных модельных изображений самолетов на взлете.

Процесс предварительной оценки значений параметров Δ , θ , α и p назовем *обучением*.

Исходя из принятых предположений, заранее рассчитываем несколько „типичных“ векторов $M_\alpha(\omega)$ и заносим их в память компьютера. При появлении смазанного изображения g самолета выполняем быстрые операции (8) и (7) столько раз, сколько векторов $M_\alpha(\omega)$ рассчитано. Выводим на экран несколько восстановленных изображений $w_\alpha(\xi)$ и выбираем изображение с наилучшим разрешением.

Однако соотношения (1)—(9), используемые при первом подходе, неудобны тем, что зависят от направления θ смаза, для которого необходимо подстраивать оси x и y , если $\theta \neq 0$. Заметим, что в работах [7, 8] $\theta = 0$, поэтому в этих работах такая проблема отсутствует.

Для устранения проблем, возникающих при $\theta \neq 0$, предлагаем *второй подход* к восстановлению изображений.

Вторая методика. В данном случае решается двумерное интегральное уравнение Фредгольма I рода типа свертки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x-\xi, y-\eta) w(\xi, \eta) d\xi d\eta = \tilde{g}(x, y), \quad (10)$$

причем, согласно соглашению о координатах [9, с. 100], ось x (и ξ) направлена горизонтально слева направо, а ось y (и η) — вертикально вниз и оси не связаны с направлением смаза изображения. Решение ИУ (10) методом регуляризации Тихонова с использованием двумерного ОПФ имеет следующий вид (ср. (3)):

$$w_\alpha(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_\alpha(\omega_1, \omega_2) e^{-i(\omega_1 x + \omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2, \quad (11)$$

где регуляризованный спектр (двумерное ПФ) решения (ср. (4))

$$W_\alpha(\omega_1, \omega_2) = \frac{H^*(\omega_1, \omega_2)}{|H(\omega_1, \omega_2)|^2 + \alpha(\omega_1^2 + \omega_2^2)^p} G(\omega_1, \omega_2), \quad (12)$$

а $H(\omega_1, \omega_2)$ и $G(\omega_1, \omega_2)$ — спектры (ПФ) $h(x, y)$ и $\tilde{g}(x, y)$.

Уравнение (10) может быть использовано как для восстановления дефокусированных изображений (что естественно), так и для восстановления смазанных изображений. В последнем случае при дискретизации задачи функция рассеяния точки h будет PSF-квазидиагональной матрицей в виде узкой полоски [9, с. 112] (рис. 2). Это нашло отражение в ПРТ-пакете m -функций системы MatLab, где вычисление $h(x, y)$ выполняется с помощью m -функции `special.m` [15, 16].

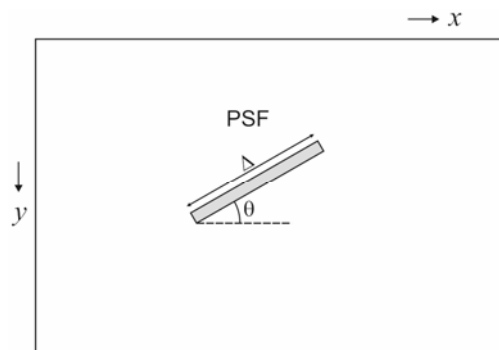


Рис. 2

Воспользуемся данным подходом к восстановлению изображения, смазанного под углом θ , вообще говоря, ненулевым. Предлагаем следующую схему быстрого восстановления изображения на примере трех значений Δ и трех значений θ , поскольку точные значения Δ и θ заранее неизвестны.

1. Рассчитываем заранее 9 функций рассеяния точки $h(x, y)$ для трех значений Δ и трех значений θ : $\text{PSF}=\text{fspecial}('motion', \Delta, \theta)$; получим 9 PSF 11×19 и запишем их в памяти компьютера.

2. Рассчитываем также заранее 9 спектров (двумерных ПФ) (ср. (5)):

$$H(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{i(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy \quad (13)$$

следующим образом: $H=\text{psf2otf}(\text{PSF}, \text{size}(g))$; или $H=\text{fft2}(\text{PSF})$; [15].

3. Заводим сетки узлов по ω_1 (вертикально) и ω_2 (горизонтально). Пусть m и n — число строк и столбцов в матрице изображений w и g . Шаги дискретизации по x и y равны $\Delta x = \Delta y = 1$ пкс. Частоты Найквиста: $\omega_{1\max} = \pi/\Delta y$ и $\omega_{2\max} = \pi/\Delta x$. Шаги дискретизации по ω_1 и ω_2 : $\Delta\omega_1 = \omega_{1\max}/(m-1)$ и $\Delta\omega_2 = \omega_{2\max}/(n-1)$. В результате сетки узлов по ω_1 и ω_2 : $\omega_1 = 0, \Delta\omega_1, \dots, \omega_{1\max}$ и $\omega_2 = 0, \Delta\omega_2, \dots, \omega_{2\max}$.

4. Выражение (12) записываем в следующем виде (ср. (8)):

$$W_\alpha(\omega_1, \omega_2) = M_\alpha(\omega_1, \omega_2) G(\omega_1, \omega_2), \quad (14)$$

где

$$M_\alpha(\omega_1, \omega_2) = \frac{H^*(\omega_1, \omega_2)}{|H(\omega_1, \omega_2)|^2 + \alpha(\omega_1^2 + \omega_2^2)^p} \quad (15)$$

— множитель, который может быть вычислен заранее для нескольких (трех) „типичных“ значений α (при $p = 1$).

При этом рассчитываем $H^*(\omega_1, \omega_2)$: $Hc=\text{conj}(H)$; и $|H(\omega_1, \omega_2)|^2$: $H2=\text{abs}(H).^2$;

5. Когда будет получено смазанное изображение $\tilde{g}(x, y)$, вычисляем (ср. (6))

$$G(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(x, y) e^{i(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy \quad (16)$$

— спектр (двумерное ПФ от $\tilde{g}(x, y)$): $G=\text{fft2}(g)$;

6. Решение ИУ (10) методом регуляризации Тихонова с использованием двумерного ПФ (восстановленное изображение) имеет вид (ср. (7)):

$$w_\alpha(x, y) = \left| F^{-1}(W_\alpha(\omega_1, \omega_2)) \right|, \quad (17)$$

где регуляризованный спектр решения $W_\alpha(\omega_1, \omega_2)$ выражается формулой (14).

Назовем алгоритм (10)—(17) *вторым быстрым алгоритмом*; он, как и первый алгоритм (1)—(9), является быстрым за счет предварительного вычисления тех спектральных функций, которые не зависят от полученного смазанного изображения g .

Оценим, сколько требуется операций умножения/деления для реализации второго быстрого алгоритма. Как и в первом алгоритме, основное время затрачивается на вычисление $G(\omega_1, \omega_2)$ и $w_\alpha(x, y)$, а $H(\omega_1, \omega_2)$ и $M_\alpha(\omega_1, \omega_2)$ вычисляются заранее, поэтому количество операций подсчитывать не будем.

Полагаем, что вычисления двумерных БПФ $G(\omega_1, \omega_2)$ и ОБПФ $w_\alpha(x, y)$ выполняются путем вычисления одномерных БПФ сначала m строк, а потом n столбцов [17, с. 170]. В этом случае число операций составляет $\approx 2mn \log_2 n + 2nm \log_2 m = 2mn \log_2(mn)$. Если $m = n$, то

число операций $\approx 4n^2 \log_2 n$. Для размещения $G(\omega_1, \omega_2)$, $M_\alpha(\omega_1, \omega_2)$, $W_\alpha(\omega_1, \omega_2)$ и $w_\alpha(x, y)$ в виде дискретных массивов потребуется по mn ячеек, т.е. всего $4mn$ ячеек памяти. Если $m = n$, то потребуется $4n^2$ ячеек.

Таким образом, второй быстрый алгоритм (10)—(17) требует несколько больше ресурсов, чем первый алгоритм (1)—(9), однако алгоритм (10)—(17) более удобен, так как в нем оси x и y не зависят от направления смаза.

Численный пример. На рис. 1 приведено смазанное под углом и слегка зашумленное изображение самолета на взлете ($m = 478$, $n = 744$). Точные значения величины смаза Δ и угла θ смаза неизвестны, однако на практике, в условиях реальной работы аэропорта, для конкретного самолета обычно известен диапазон значений угла его движения и скорости на взлете. Поэтому полагаем, что $\Delta \approx 19 \dots 21$ пкс, $\theta \approx 29 \dots 31^\circ$.

Для восстановления изображения используем второй быстрый алгоритм (10)—(17). Для значений θ , равных $29, 30, 31^\circ$, и Δ , равных $19, 20, 21$ пкс, заранее (до взлета самолета) рассчитываем („заготавливаем“) 9 ФРТ $h(x, y)$ с помощью m -функции `fspecial.m` и 9 спектров $H(\omega_1, \omega_2)$ согласно (13) с помощью m -функций `psf2otf.m` или `fft2.m` [15, 16].

Далее для трех значений α , например 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , рассчитываем $M_\alpha(\omega_1, \omega_2)$ согласно (15). Получим 27 „заготовок“ $M_\alpha(\omega_1, \omega_2)$.

Как только будет получено смазанное изображение $\tilde{g}(x, y)$, вычисляем $G(\omega_1, \omega_2)$ согласно (16) с помощью `fft2.m` (один двумерный массив) и вычисляем 27 спектров $W_\alpha(\omega_1, \omega_2)$ решения согласно (14). В заключение получаем 27 возможных решений $w_\alpha(x, y)$ согласно (17), используя m -функцию `ifft2.m` [15, 16].

На рис. 3, а—в представлены результаты восстановления искаженного изображения, приведенного на рис. 1. Полагается, что восстановленные изображения выдаются на несколько экранов и опытные диспетчеры визуально быстро выберут наилучшее изображение. Видно, что при $\theta = 30^\circ$, $\Delta = 20$ пкс, $\alpha = 10^{-3}$ (рис. 4) достигается наилучшее восстановление. На обработку одного изображения (кадра) потребовалось 0,3 с. Заметим, что на кадрах приведены также значения относительной погрешности σ восстановления изображения [9, с. 139, 236].

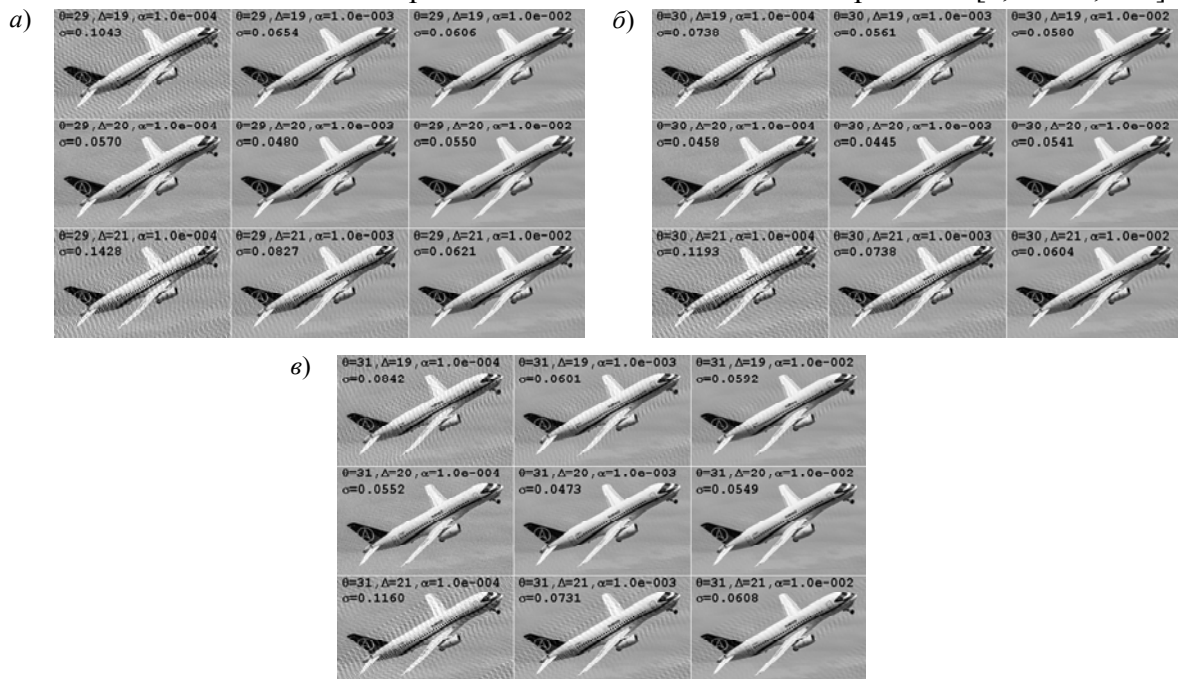


Рис. 3



Рис. 4

Заключение. Два предложенных быстрых алгоритма могут быть использованы для восстановления в реальном времени смазанных под углом изображений, например, самолета на взлете. Особенность алгоритмов заключается в том, что требуются предварительные (до получения изображения) оценки значений смаза Δ , угла смаза θ и параметра регуляризации α , а также предварительный расчет („заготовки“) ряда спектральных функций для диапазона возможных значений Δ , θ и α . Эти оценки могут быть получены путем предварительного обучения. После получения изображения формируются несколько кадров восстановления изображения, по которым диспетчеры вынесут окончательное решение, т.е. используется человеческий фактор.

Работа выполнена при поддержке грантом МФКГУ ИТМО (проект № 617026 „Технологии киберфизических систем: управление, вычисления, безопасность“).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bates R. H. T., McDonnell M. J. Image Restoration and Reconstruction. Oxford: Oxford Univ. Press, 1986.
2. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
3. Jähne B. Digital Image Processing. Berlin—Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.
4. Hansen P. C. Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms. Philadelphia: SIAM, 2010.
5. Sizikov V. S. Spectral method for estimating the point-spread function in the task of eliminating image distortions // J. Optical Technology. 2017. Vol. 84. P. 95—101. DOI: 10.1364/JOT.84.000095.
6. Sizikov V. S., Stepanov A. V., Mezhenin A. V. et al. Determining image-distortion parameters by spectral means when processing pictures of the earth's surface obtained from satellites and aircraft // J. Optical Technology. 2018. Vol. 85. P. 203—210. DOI: 10.1364/JOT.85.000203
7. Сизиков В. С., Кирьянов К. А., Экземпляров Р. А. Два быстрых алгоритма восстановления смазанных изображений // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 10. С. 24—30.
8. Ильин А. К., Сизиков В. С. Восстановление смазанных изображений в реальном времени // Альманах научных работ молодых ученых Университета ИТМО. 2017. Т. 2. С. 100—104.
9. Сизиков В. С. Прямые и обратные задачи восстановления изображений, спектроскопии и томографии с MatLab: Учеб. пособие. СПб: Лань, 2017. 412 с.
10. Арефьева М. В., Сысов А. Ф. Быстрые регуляризирующие алгоритмы цифрового восстановления изображений // Вычислительные методы и программирование. 1983. Вып. 39. С. 40—55.
11. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В. Обратные задачи обработки фотоизображений // Некорректные задачи естествознания / Под ред. А. Н. Тихонова, А. В. Гончарского. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 185—195.
12. Engl H., Hanke M., Neubauer A. Regularization of Inverse Problems. Dordrecht: Kluwer, 1996.
13. Petrov Yu. P., Sizikov V. S. Well-Posed, Ill-Posed, and Intermediate Problems with Applications. Leiden—Boston: VSP, 2005.

14. Sidorov D. *Integral Dynamical Models: Singularities, Signals and Control*. Singapore—London: World Scientific Publ., 2014.
15. Gonsales R. C., Woods R. E., Eddins S. L. *Digital Image Processing using MatLab*. New Jersey: Prentice Hall, 2004.
16. Дьяконов В., Абраменкова И. *MatLab. Обработка сигналов и изображений*. СПб: Питер, 2002. 608 с.
17. Сизиков В.С. *Математические методы обработки результатов измерений*. СПб: Политехника, 2001. 240 с.

Сведения об авторах

- Валерий Сергеевич Сизиков** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, образовательный центр графических технологий; E-mail: sizikov2000@mail.ru
- Андрей Александрович Сергиенко** — студент; Университет ИТМО, образовательный центр графических технологий; E-mail: master-ac@yandex.ru
- Нина Геннадиевна Рущенко** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, образовательный центр графических технологий; E-mail: rushchenko@mail.ru

Поступила в редакцию
23.10.18 г.

Ссылка для цитирования: Сизиков В. С., Сергиенко А. А., Рущенко Н. Г. Новые быстрые алгоритмы восстановления смазанных под углом изображений объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 1. С. 69—77.

NEW FAST ALGORITHMS FOR RESTORING OBJECTS IMAGES SMEARED AT AN ANGLE

V. S. Sizikov, A. A. Sergienko, N. G. Rushchenko

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: sizikov2000@mail.ru

Two new fast algorithms for solving ill-posed one- and two-dimensional Fredholm integral equations of the first kind by Tikhonov regularization are presented. In both algorithms, the speed increase of solving integral equations of convolution type is achieved by using fast Fourier transform and preliminary calculation of several spectral functions. The difference between this work and the previous ones is that the image smearing is considered at an angle with respect to the horizon, which requires special approaches. The proposed algorithms can be used to quickly restore images from blurred images of moving objects. A numerical example of a fast (about 1 s) restoration of an angle-smearred image of an aircraft is given.

Keywords: ill-posed integral equations, Tikhonov regularization method, fast algorithms, smearred image restoration, MatLab

REFERENCES

1. Bates R.H.T., McDonnell M.J. *Image Restoration and Reconstruction*, Oxford, Oxford U. Press, 1986.
2. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*, New Jersey, Prentice Hall, 2002.
3. Jähne B. *Digital Image Processing*, Berlin—Heidelberg, Springer-Verlag, 2005.
4. Hansen P.C. *Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms*, Philadelphia, SIAM, 2010.
5. Sizikov V.S. *J. Optical Technology*, 2017, vol. 84, pp. 95–101, DOI: 10.1364/JOT.84.000095.
6. Sizikov V.S., Stepanov A.V., Mezhenin A.V. et al. *J. Optical Technology*, 2018, vol. 85, pp. 203–210, DOI: 10.1364/JOT.85.000203.
7. Sizikov V.S., Kir'yanov K.A., Ekzemplyarov R.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2013, no. 10(56), pp. 24–30. (in Russ.)
8. Il'in A.K., Sizikov V.S. *Al'manakh nauchnykh rabot molodykh uchenykh Universiteta ITMO (Almanac of Scientific Works of Young Scientists of ITMO University)*, 2017, vol. 2, pp. 100–104. (in Russ.)
9. Sizikov V.S. *Pryamyye i obratnyye zadachi vosstanovleniya izobrazheniy, spektroskopii i tomografii s MatLab. Uchebnoye posobiye (Direct and Return Problems of Recovery of Images, Spectroscopy and a Tomography with MatLab. Manual)*, St. Petersburg, 412 p. (in Russ.)
10. Aref'yeva M.V., Sysoyev A.F. *Vychislitel'nye Metody i Programirovanie*, 1983, no. 39, pp. 40–55. (in Russ.)
11. Tikhonov A.N., Goncharskiy A.V., Stepanov V.V. *Nekorrektnyye zadachi estestvoznaniya (Incorrect Problems of Natural Sciences)*, Moscow, 1987, pp. 185–195. (in Russ.)
12. Engl H., Hanke M., Neubauer A. *Regularization of Inverse Problems*, Dordrecht, Kluwer, 1996.
13. Petrov Yu.P., Sizikov V.S. *Well-Posed, Ill-Posed, and Intermediate Problems with Applications*, Leiden—Boston, VSP, 2005.
14. Sidorov D. *Integral Dynamical Models: Singularities, Signals and Control*, Singapore—London, World Scientific Publ., 2014.
15. Gonsales R.C., Woods R.E., Eddins S.L. *Digital Image Processing using MATLAB*, New Jersey, Prentice Hall, 2004.

16. D'yakonov V., Abramenkova I. *MATLAB. Obrabotka signalov i izobrazheniy* (MATLAB. Processing of Signals and Images), St. Petersburg, 2002, 608 p. (in Russ.)
17. Sizikov V.S. *Matematicheskiye metody obrabotki rezul'tatov izmereniy* (Mathematical Methods of Measurement Results Processing), St. Petersburg, 2001, 240 p. (in Russ.)

Data on authors

- Valery S. Sizikov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Educational Center of Graphic Technologies; E-mail: sizikov2000@mail.ru
- Andrey A. Sergienko** — Student; Университет ИТМО, ITMO University, Educational Center of Graphic Technologies; E-mail: master-ac@yandex.ru
- Nina G. Rushchenko** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Educational Center of Graphic Technologies; E-mail: rushchenko@mail.ru

For citation: Sizikov V. S., Sergienko A. A., Rushchenko N. G. New fast algorithms for restoring objects images smeared at an angle. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 1. P. 69—77 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-1-69-77