
ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

УДК 536.6
DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-3-212-217

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОМЕТРИИ ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Н. В. Пилипенко

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: pilipenko38@mail.ru*

Рассматривается использование алгоритма цифрового фильтра Калмана при параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей процесса теплопереноса в системах тел путем решения обратных задач теплопроводности. Фильтр Калмана позволяет оценить неопределенность восстановления искомых параметров посредством минимизации невязки между измеренными и модельными значениями параметров, в частности, нестационарного теплового потока. Приведен анализ фильтра Калмана по параметрам, указаны его достоинства и недостатки и предложен расширенный фильтр Калмана, позволяющий существенно сократить объем вычислений матрицы функций чувствительности и полностью исключить необходимость задания часто неизвестного начального распределения температуры в объекте исследования. Предложенный метод восстановления нестационарного теплового потока с использованием расширенного фильтра Калмана реализован программным комплексом „Heat Identification“ и внедрен в практику нестационарной теплотметрии. Приведены результаты модельных и натурных экспериментальных исследований.

Ключевые слова: *фильтр Калмана, тепловой поток, преобразователь теплового потока, дифференциально-разностные модели*

Алгоритм цифрового фильтра Калмана (ФК) по параметрам широко используется в нестационарной теплотметрии при параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей процесса теплопереноса в системах тел, в частности при измерении (определении) граничных условий теплообмена с помощью различных типов преобразователей теплового потока (ПТП) [1—11].

При некоторых допущениях, изложенных в работе [1], использование ФК позволяет оценить неопределенность восстановления искомых параметров минимизации функции невязки $\Phi(\mathbf{Q})$ между измеренными и модельными значениями параметров. При этом отметим два важных допущения, а именно:

— при восстановлении теплового потока $q(\tau)$ измеряется температура рабочей поверхности ПТП либо перепад температуры между ней и тыльной поверхностью преобразователя; выполнение этого требования переводит граничную обратную задачу теплопроводности в ряд псевдообратных и позволяет судить о начале действия потока $q(\tau)$;

— известны априорные сведения о характере изменения теплового потока $q(\tau)$, что позволяет выполнить его кусочно-линейную В-сплайн-аппроксимацию и на каждом ее участке выделить вектор искоемых параметров \mathbf{Q} [1, 6]:

$$\mathbf{Q} = [q_a \quad q_b]^T, \quad (1)$$

где q_a, q_b — значения потока в начале и в конце участка сплайн-аппроксимации.

При указанных допущениях, как показали исследования [1], можно использовать зависимость

$$\Phi(\mathbf{Q}) = \sum_{k=1}^l [\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{Q})] R^{-1} [\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{Q})]^T, \quad (2)$$

где \mathbf{Y}_k — вектор измерения температуры, включающий вектор случайных погрешностей измерений; $\hat{\mathbf{Y}}_k(\mathbf{Q})$ — модельные (расчетные) значения вектора измерений; R — ковариационная матрица ошибок оценок; k — дискретное время.

Согласно исследованиям [1—5], достоинством ФК по параметрам является небольшая размерность вектора оцениваемых параметров, а к недостаткам следует отнести значительный объем вычислений матрицы функций чувствительности \hat{H}_{k+1} на каждом шаге измерений и необходимость задания часто неизвестного начального распределения температуры \mathbf{T}_0 по ПТП с требуемой точностью.

В связи с этим предлагается для получения оптимальных оценок вектора \mathbf{Q} на каждом участке сплайн-аппроксимации потока $q(\tau)$ использовать алгоритм так называемого расширенного ФК, который позволяет устранить первый недостаток и существенно смягчить требования к точности задания \mathbf{T}_0 .

Расширенный ФК основан на введении расширенного вектора состояния \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = [t_1 \quad t_2 \quad \dots \quad t_n \quad q_a \quad q_b]^T, \quad (3)$$

где $t_1 \quad t_2 \quad \dots \quad t_n$ — температура блоков, на которые условно разбивается ПТП [1—5].

Тогда дифференциально-разностная модель (ДРМ), представленная в работе [2], преобразуется к приведенному ниже виду, назовем эту модель расширенной ДРМ:

$$\frac{d\mathbf{R}}{d\tau} = F_R(\tau) \mathbf{R}(\tau) + G_R \mathbf{U}(\tau), \quad (4)$$

где F_R и G_R — матрицы обратных связей и управления расширенной ДРМ соответственно, которые имеют следующий вид:

$$F_R(\tau) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{(n \times n)} & 2d\text{Sp}_0^{(1)} & 2d\text{Sp}_1^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \end{matrix} \end{bmatrix}; \quad G_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \cdot & \cdot \\ 0 & 2d \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $F_{(n \times n)}$ — матрица обратных связей, которая входит в ДРМ ФК по параметрам; $d = \frac{1}{c\rho\Delta}$; здесь c — удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ — плотность, кг/м³, и толщина Δ , м, каждого элемента, на которые условно разбит ПТП.

Приведенный в (5) вид матрицы управления G_R расширенной ДРМ относится к случаю, когда в векторе управления $U(\tau) = [q_1(\tau) \ q_2(\tau)]^T$ искомый параметр $q_1(\tau)$ введен в матрицу обратных связей $F_R(\tau)$ и подлежит восстановлению, а тепловой поток $q_2(\tau)$ на тыльной стороне ПТП предполагается известным.

Принципиальной особенностью ДРМ (4) является ее нестационарность — зависимость матрицы обратных связей $F_R(\tau)$ от времени τ . В теории пространства состояний нестационарность линейных объектов является общим случаем и учитывается путем расчета на каждом временном шаге переходной матрицы и вектора состояния [6, 12, 13].

Важным является выбор начальных оценок расширенного вектора состояния $\hat{R}_{0,0}$, включающего как начальное распределение температуры по поверхности ПТП (вектор $\hat{T}_{0,0}$), так и начальную оценку $\hat{Q}_{0,0}$ искомого вектора Q .

Достоинство расширенного ФК заключается в том, что оптимальные оценки $\hat{T}_{k,k+1}$ текущего вектора \hat{T}_{k+1} начинают определяться непосредственно с первых временных шагов, тогда как в алгоритмах ФК по искомым параметрам они определяются опосредованно через оценки \hat{Q}_k . При этом влияние неточностей на определение вектора $\hat{T}_{0,0}$ устраняется лишь после истечения определенного начального отрезка времени. На практике вопросы влияния неточностей при задании начальных оценок как начального распределения температуры, так и искомым параметров решаются в процессе проведения численных экспериментов по исследованию особенностей функционирования алгоритмов ФК.

Для реализации предложенного метода восстановления поглощенного ПТП нестационарного теплового потока с использованием расширенного ФК был разработан, протестирован и внедрен в практику нестационарной теплотметрии программный комплекс „Heat Identification“ (ПК-2), который является 32-разрядным многопоточным приложением для операционной системы Windows, его программа написана на языке C++ в интегрированной среде Borland C++ Builder 6 [4].

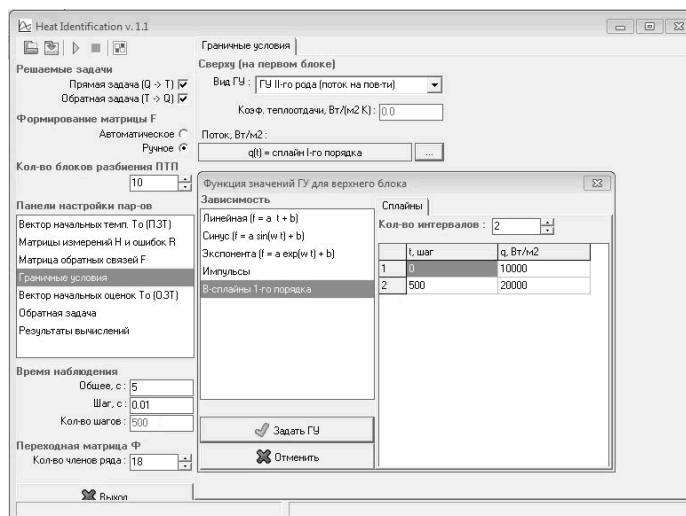


Рис. 1

На рис. 1 приведен скриншот, отображающий окно программного комплекса „Heat Identification“. ПК-2 позволяет учитывать влияние различных значимых факторов на неопределенность результатов при решении как прямой задачи теплопроводности (ПЗТ), так и обратной (ОЗТ).

Тестирование программного комплекса ПК-2 было проведено в два этапа. Вначале оценивалась точность подпрограммы решения ПЗТ путем сравнения температуры в отдельных точках поверхности ПТП типа однородной вспомогательной стенки с известным точным решением для однородного одномерного тела [15]. Далее выполнялось тестирование ПК-2 в целом методом численного эксперимента — были исследованы процедуры сходимости и конечная точность алгоритма расширенного ФК применительно к ПТП типа однородной вспомогательной стенки при вариациях различных факторов, влияющих на решение ОЗТ.

На рис. 2—5 приведены результаты восстановленного потока $q(\tau)=10^5$ Вт/м² (начальный участок) с использованием ФК по параметрам (см. рис. 2, 4) и расширенного ФК (см. рис. 3, 5); на рисунках: 1 и 2 — заданный и восстановленный потоки соответственно, k — безразмерное время. Очевидно, что использование расширенного ФК позволяет значительно быстрее восстановить заданный поток. Восстановленный поток при гармоническом изменении заданного потока $q(\tau)$ показан на рис. 4, 5. Как видно из анализа графиков, неопределенность восстановленного потока с использованием расширенного ФК существенно меньше.

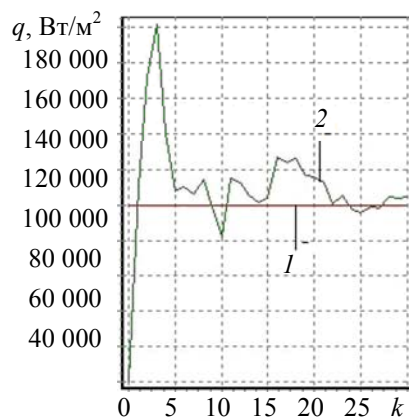


Рис. 2

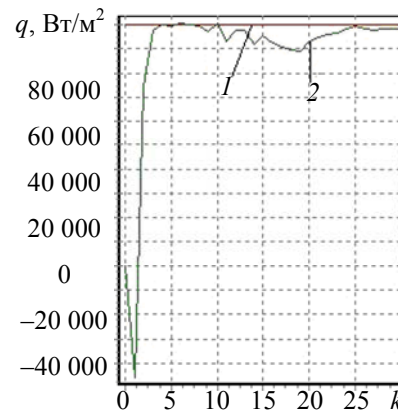


Рис. 3

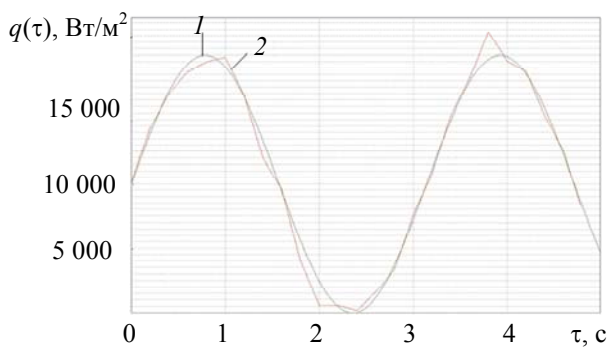


Рис. 4

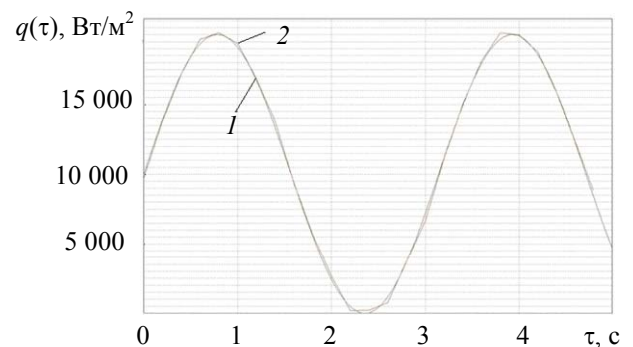


Рис. 5

В заключение отметим, что предложенный расширенный ФК имеет существенные преимущества по сравнению с используемым ранее ФК по параметрам, а именно уменьшает неопределенность восстановленного нестационарного теплового потока, сокращает объем вычислений матрицы функций чувствительности и исключает необходимость задания часто неизвестного начального распределения температуры в объекте исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пилипенко Н. В. Неопределенность восстановления нестационарного теплового потока путем параметрической идентификации дифференциально-разностных моделей теплопереноса // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 7. С. 664—671.
2. Pilipenko N. Parametrical identification of differential-difference heat transfer models in non-stationary thermal measurements // Heat Transfer Research. 2008. Vol. 39, N 4. P. 318—315.
3. Sivakov J. A., Pilipenko N. V. A method of determining nonstationary heat flux and heat conduction using parametric identification // Measurement Techniques. 2011. Vol. 54, N 3. P. 318—323.
4. Pilipenko N. V., Gladskih D. A. Determination of the heat losses of buildings and structures by solving problem // Measurement Techniques. 2014. Vol. 57, N 2. P. 181—186.
5. Пилипенко Н. В. Динамические характеристики различных типов приемников тепловых потоков на основе дифференциально-разностных моделей теплопереноса // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2009. № 3 (61). С. 52—58.
6. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления. М.: Наука, 1970. 620 с.
7. Бек Д., Блакуэлл Б., Сент-Клер Ч., мл. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 312 с.
8. Пилипенко Н. В. Методы параметрической идентификации в нестационарной теплотметрии: Учеб. пособие. СПб: Университет ИТМО, 2016. 79 с.
9. Пилипенко Н. В., Сиваков И. А. Метод определения нестационарного теплового потока и теплопроводности с использованием параметрической идентификации // Измерительная техника. 2011. Т. 54, № 3. С. 48—51.
10. Пилипенко Н. В. Применение фильтра Калмана в нестационарной теплотметрии: Учеб. пособие. СПб: Университет ИТМО, 2017. 34 с.
11. Пилипенко Н. В. Методы и приборы нестационарной теплотметрии: Учеб. пособие. СПб: Университет ИТМО, 2016. 82 с.
12. Медич Дж. Статистические оптимальные линейные оценки и управление. М.: Энергия, 1973. 440 с.
13. Алифанов О. М. и др. Основы идентификации и проектирования тепловых процессов и систем: Учеб. пособие. М.: Логос, 2001. 400 с.
14. Кириллов К. В., Пилипенко Н. В. Алгоритмы программ для решения прямых и обратных задач теплопроводности при использовании дифференциально-разностных моделей // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2010. № 5 (69). С. 106—109.
15. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1966. 591 с.

Сведения об авторе

Николай Васильевич Пилипенко — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет низко-температурной энергетики; E-mail: pilipenko38@mail.ru

Поступила в редакцию
18.01.19 г.

Ссылка для цитирования: Пилипенко Н. В. Использование расширенного фильтра Калмана в нестационарной теплотметрии при решении обратных задач теплопроводности // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 3. С. 212—217.

USING THE EXTENDED KALMAN FILTER IN NONSTATIONARY THERMAL MEASUREMENT WHEN SOLVING INVERSE HEAT TRANSFER PROBLEMS

N. V. Pilipenko

*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: pilipenko38@mail.ru*

The use of the Kalman digital filter algorithm for parametric identification of differential-difference models of heat transfer in body systems by solving inverse problems of thermal conductivity is considered. The Kalman filter allows to estimate the uncertainty of recovery of the required parameters by minimizing

the discrepancy between the measured and model values of the parameters, in particular, the unsteady heat flow. An analysis of the Kalman filter by parameters is given, its advantages and disadvantages are specified. An extended Kalman filter allowing to reduce significantly the volume of calculations of a matrix of sensitivity functions and to exclude completely need of a task of often unknown initial temperature distribution in object of research is proposed. The proposed method of recovery of non-stationary heat flow using the extended Kalman filter is implemented by the software complex "Heat Identification" and implemented in the practice of non-stationary thermometry. The results of model and full-scale experimental studies are presented.

Keywords: Kalman filter, heat flux, heat flux transducer, differential-difference models

REFERENCES

1. Pilipenko N.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2017, no. 7(60), pp. 664–671. (in Russ.)
2. Pilipenko N. *Heat Transfer Research*, 2008, no. 4(39), pp. 318–315.
3. Sivakov J.A., Pilipenko N.V. *Measurement Techniques*, 2011, no. 3(54), pp. 318–323.
4. Pilipenko N.V., Gladskih D.A. *Measurement Techniques*, 2014, no. 2(57), pp. 181–186.
5. Pilipenko N.V. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2009, no. 3(61), pp. 52–58.
6. Derusso P.M., Roy R.J., Close Ch.M. *State Variables for Engineers*, Wiley, 1965.
7. Beck J.V., Blackwell V., Clair C.R. *Inverse Heat Conduction, Ill-Posed Problems*, 1989, 312 p.
8. Pilipenko N.V. *Metody parametricheskoy identifikatsii v nestatsionarnoy teplometrii* (Parametric Identification Methods in Non-Stationary Calorimetry), St. Petersburg, 2016, 79 p. (in Russ.)
9. Pilipenko N.V., Sivakov I.A. *MEASUREMENT TECHNIQUES*, 2011, no. 3(54), pp. 318–323.
10. Pilipenko N.V. *Primeneniye fil'tra Kalmana v nestatsionarnoy teplometrii* (Using Kalman Filter in Non-Stationary Calorific Value), St. Petersburg, 2017, 34 p. (in Russ.)
11. Pilipenko N.V. *Pribory i metody nestatsionarnoy teplometrii* (The Devices and Methods of Non-Stationary Thermometry), St. Petersburg, 2016, 82 p. (in Russ.)
12. Meditch J.S. *Stochastic optimal linear estimation and control*, NY, McGraw-Hill Book Co., 1969, 394 p.
13. Alifanov O.M., Vabishchevich P.N., Mikhaylov V.V. et al. *Osnovy identifikatsii i proektirovaniya teplovykh protsessov i sistem* (Bases of Identification and Design of Thermal Processes and Systems), 2001, 400 p. (in Russ.)
14. Kirillov K.V., Pilipenko N.V. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2010, no. 5(69), pp. 106–109. (in Russ.)
15. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* (Heat Conduction Theory), Moscow, 1966, 591 p. (in Russ.)

Data on author

Nikolay V. Pilipenko

— Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Cryogenic Engineering; E-mail: pilipenko38@mail.ru

For citation: Pilipenko N. V. Using the extended Kalman filter in nonstationary thermal measurement when solving inverse heat transfer problems. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 3. P. 212—217 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-3-212-217