

АЛГОРИТМ УВЕЛИЧЕНИЯ СКОРОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА

Е. С. СЕВАСТЕЕВА, В. А. ЧЕРНОВ, А. А. БОБЦОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: che.valerii@gmail.com*

Предложено новое решение задачи идентификации частоты синусоидального сигнала, доступного для измерения. Задача решается с использованием алгоритмов идентификации, обеспечивающих сходимость настраиваемых параметров к истинному значению за конечное время (но не асимптотически).

Ключевые слова: идентификация, конечная сходимость, синусоидальные сигналы, регрессионные модели

Введение. Задача идентификации частоты синусоидального сигнала хорошо изучена (см., например, [1—10]). Однако, по мнению авторов настоящей статьи, принципиально новой и мало исследованной является задача идентификации частоты за конечное время (но не асимптотическая или экспоненциальная сходимость настраиваемых параметров к их истинным значениям). Необходимость синтеза алгоритмов идентификации за конечное время обусловлена возрастающими требованиями к современным системам управления по качеству и быстродействию процессов. В качестве примера можно рассмотреть ставшую уже классической проблематику компенсации синусоидальных возмущений [11—15]. В частности, в работе [15] предложено решение для задачи управления по выходу линейным параметрически неопределенным объектом, подверженным внешнему неизвестному синусоидальному возмущающему воздействию. Решение этой задачи найдено в классе итеративных алгоритмов адаптации, предусматривающих отдельные каналы стабилизации и идентификации частоты возмущающего воздействия. При этом число итераций стремится к бесконечности, поскольку на каждом новом шаге в регулятор вводится новое значение оценки частоты синусоидального возмущения. В случае использования алгоритмов идентификации с конечной сходимость подобная итеративная процедура будет содержать лишь один шаг.

В настоящей статье рассматривается алгоритм идентификации частоты чистого синусоидального сигнала (т.е. без шумов измерений или каких-либо дополнительных возмущений). В предположении, что частота, амплитуда и фаза синусоидального сигнала являются постоянными и неизвестными параметрами, синтезируется алгоритм идентификации, обеспечивающий сходимость оценки настраиваемой частоты к истинному значению за любое конечное время $t > 0$.

Постановка задачи. Рассмотрим синусоидальный сигнал

$$y = A \sin(\omega t + \delta), \quad (1)$$

где A , $\omega > 0$ и δ — неизвестные постоянные параметры.

Требуется синтезировать алгоритм идентификации

$$\hat{\omega}(t) = F(y, \hat{\omega}, t),$$

обеспечивающий сходимость функции $\hat{\omega}(t)$ к неизвестному значению ω за конечное время, т.е.

$$\hat{\omega}(t_1) = \omega,$$

где t_1 — некоторый момент времени, такой что для всех $t \geq t_1$ выполняется условие $\hat{\omega}(t) = \omega$.

Поставленная задача решается при допущении, что известно минимальное значение частоты синусоидального сигнала ω_{\min} , что, в свою очередь, является типовым допущением при решении аналогичных задач.

Синтез алгоритма идентификации. Осуществим параметризацию уравнения (1), для чего продифференцируем его два раза:

$$\ddot{y} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 y, \quad (2)$$

и рассмотрим оператор

$$\frac{\lambda^3}{(p + \lambda)^3},$$

где $p = d/dt$, λ — любое положительное число.

Применим данный оператор к уравнению (2):

$$z_1 = \frac{\lambda^3 p^2}{(p + \lambda)^3} y = -\omega^2 \frac{\lambda^3}{(p + \lambda)^3} y = \theta \varphi_1,$$

где $\varphi_1 = \frac{\lambda^3}{(p + \lambda)^3} y$, $\theta = -\omega^2$.

Определим дополнительно сигнал $z_2 = \dot{z}_1$:

$$z_2 = \frac{\lambda^3 p^3}{(p + \lambda)^3} y = -\omega^2 \frac{\lambda^3 p}{(p + \lambda)^3} y = \theta \varphi_2,$$

где $\varphi_2 = \frac{\lambda^3 p}{(p + \lambda)^3} y$.

Для любого $\lambda > 0$ решение дифференциального уравнения

$$\ddot{\varphi}_1 + 3\lambda \dot{\varphi}_1 + 3\lambda^2 \varphi_1 + \lambda^3 = \lambda^3 A \sin(\omega t + \delta)$$

имеет вид

$$\varphi_1 = B \sin(\omega t + \beta) + \varepsilon_1, \quad (3)$$

где B и β — неизвестные амплитуда и фаза соответственно, ε_1 — экспоненциально затухающая величина.

Так как ε_1 затухает тем быстрее, чем больше коэффициент $\lambda > 0$, то, пренебрегая ε_1 , для больших значений $\lambda > 0$ запишем алгоритм идентификации параметра ω следующим образом:

$$\hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}|}; \quad (4)$$

$$\hat{\theta} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_1; \\ \sqrt{\xi_1/\xi_2} & \text{при } t \geq t_1, \end{cases} \quad (5)$$

где $\xi_1 = \gamma z_1^2 + z_2^2$, $\xi_2 = \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2$, $\gamma = \omega_{\min}^2$, t_1 — некоторый фиксированный момент времени, за который произойдет идентификация частоты ω , т.е. $\hat{\omega}(t) = \omega$ при всех $t \geq t_1$.

Утверждение. Пусть алгоритм идентификации параметра ω представлен в виде уравнений (4), (5). Тогда для любого (в том числе, сколь угодно малого) момента времени $t \geq t_1$ выполняется условие $\hat{\omega}(t_1) = \omega$.

Доказательство. Для момента времени $t \geq t_1$ рассмотрим функцию

$$\hat{\theta}^2 = \xi_1 / \xi_2 .$$

Подставляя в последнее уравнение $\xi_1 = \gamma z_1^2 + z_2^2$ и $\xi_2 = \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2$, получаем

$$\hat{\theta}^2 = \frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{\gamma z_1^2 + z_2^2}{\gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2} = \theta^2 \frac{\gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2}{\gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2} = \theta^2 ,$$

что и требовалось доказать. ■

Следует отметить, что алгоритм идентификации является физически реализуемым, поскольку функция $\xi_2 = \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2$ не пересекает нуль, и более того

$$\xi_2 \geq B^2 \omega_{\min}^2 .$$

Для доказательства последнего рассмотрим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \xi_2 &= \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2 = \gamma (B \sin(\omega t + \beta))^2 + (\omega B \cos(\omega t + \beta))^2 = \\ &= \gamma (B \sin(\omega t + \beta))^2 + \gamma (B \cos(\omega t + \beta))^2 + (\omega^2 - \gamma) (B \cos(\omega t + \beta))^2 = \\ &= \gamma B^2 + (\omega^2 - \gamma) (B \cos(\omega t + \beta))^2 \geq B^2 \omega_{\min}^2 . \end{aligned}$$

Пример. Для иллюстрации работоспособности алгоритма идентификации (4), (5) рассмотрим следующий пример. Пусть сигнал $y = A \sin(\omega t + \delta)$ измеряется с некоторым шумом σ . Пусть $A = 3, \delta = 0,7, \omega = 8$ рад/с и $\omega_{\min} = 1,2$ рад/с. Примем $t_1 = 0,225$ с и промоделируем алгоритм (4), (5) для различных коэффициентов λ . Результаты моделирования при $\sigma = 0$ и при $\lambda=30$ и $\lambda=120$ приведены на рис. 1, а, б соответственно. Анализ графиков показывает, что увеличение λ позволяет ускорить процесс затухания экспоненциальной величины ε_1 (см. формулу (3)). Результаты моделирования при наличии белого шума σ (с частотой дискретизации 20 кГц и амплитудой составляющих сигнала порядка $A \cdot 10^{-4}$) при различных коэффициентах λ приведены на рис. 2: а — $\lambda=30$, б — $\lambda=120$. Представленные графики иллюстрируют сохранение робастных свойств алгоритма (4), (5).

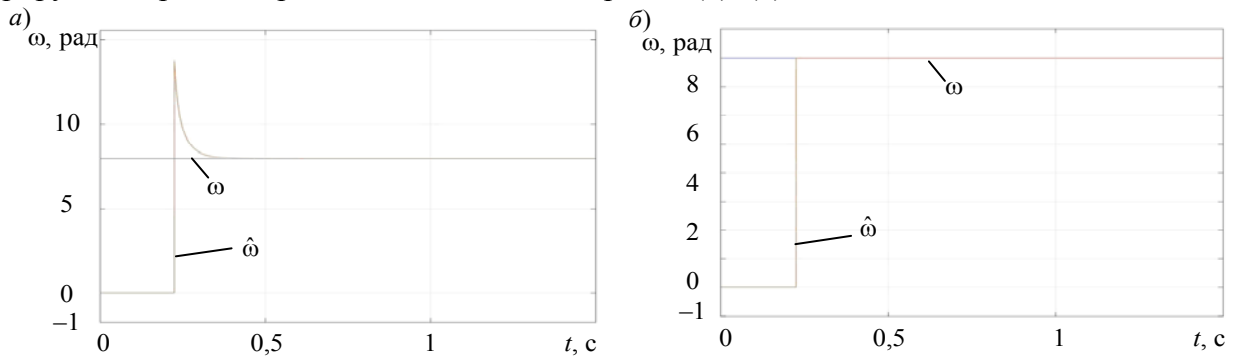


Рис. 1

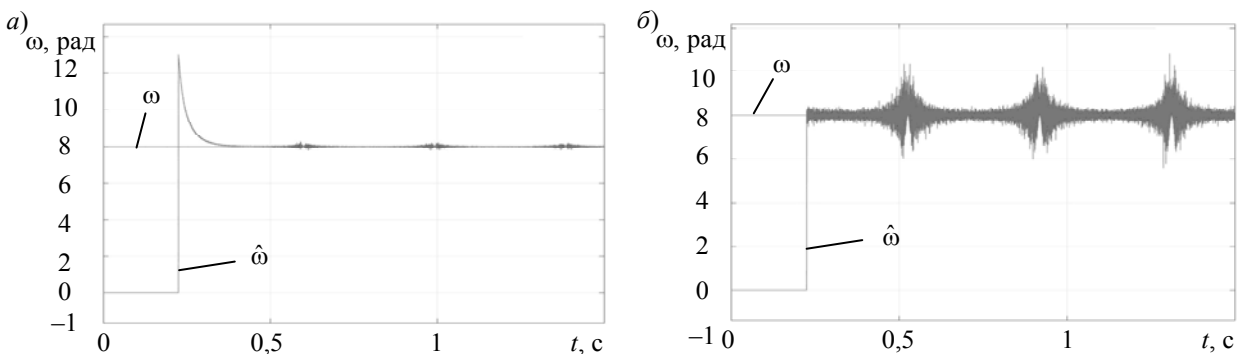


Рис. 2

Заключение. Синтезирован алгоритм идентификации неизвестной частоты $\omega > 0$ синусоидального сигнала (1) за конечное время t_1 . Данный алгоритм имеет динамическую размерность, равную трем, что, в свою очередь, не превышает известные аналоги (см., например, [2, 7, 9]). Недостаток предложенного подхода заключается в том, что экспоненциально затухающая величина ε_1 приравнена к нулю и формально не влияет на основной результат, хотя при моделировании она естественным образом была учтена (см. рис. 1 и 2). Однако известные аналоги также содержат аналогичную ε_1 экспоненциальную составляющую и дополнительно имеют динамику сходимости не за конечное время. Таким образом, синтезированный алгоритм идентификации выгодно отличается от известных аналогов по быстродействию сходимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bodson M., Douglas S. C. Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequencies // Automatica. 1997. Vol. 33. P. 2213—2221.
2. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator // IEEE Transact. on Automatic Control. 1999. Vol. 46. P. 967—972.
3. Mojiri M., Bakhshai A. R. An adaptive notch filter for frequency estimation of a periodic signal // IEEE Transact. on Automatic Control. 2004. Vol. 49. P. 314—318.
4. Marino R., Tomei R. Global estimation of unknown frequencies // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1324—1328.
5. Xia X. Global frequency estimation using adaptive identifiers // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1188—1193.
6. Obregón-Pulido G., Castillo-Toledo B., Loukianov A. A. Globally convergent estimator for n-frequencies // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 857—863.
7. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. Algorithm of parameter's identification of polyharmonic function // IFAC Proc. 2002. Vol. 35 (1). 439—443.
8. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid // IEEE Transact. on Automatic Control. 2005. Vol. 50. P. 855—858.
9. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Efimov D., Zolghadri A. Frequency estimation for periodical signal with noise in finite time // Proc. of the 50th IEEE Conf. on Decision and Control and European Control Conf. 2011. P. 3646—3651.
10. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing // IFAC-PapersOnLine. 2016. Vol. 49 (13). P. 99—104.
11. Bobtsov A. A., Kremlev A. S., Pyrkin A. A. Compensation of harmonic disturbances in nonlinear plants with parametric and functional uncertainty // Automation and Remote Control. 2011. Vol. 72, iss. 1. P. 111—118.
12. Bobtsov A. A., Pyrkin A. A. The compensation of a harmonic perturbation under conditions of a delay in control // J. of Computer and Systems Sciences Intern. 2008. Vol. 47, iss. 4. P. 513—517.
13. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A. Adaptive controller for linear system with input delay and output disturbance // IEEE Transact. on Automatic Control. 2016. Vol. 61, iss. (12). P. 4229—4234.
14. Basturk H., Krstic M. Adaptive sinusoidal disturbance cancellation for unknown LTI systems despite input delay // Automatica. 2015. Vol. 58. P. 131—138.
15. Bobtsov A. A., Kolyubin S. A., Kremlev A. S., Pyrkin A. A. An iterative algorithm of adaptive output control with complete compensation for unknown sinusoidal disturbance // Automation and Remote Control. 2012. Vol. 73 (8). P. 1327—1336.

Сведения об авторах

- Евгения Сергеевна Севастеева** — студентка; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: evgeshik816@gmail.ru
- Валерий Андреевич Чернов** — студент; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: che.valerii@gmail.com

Алексей Алексеевич Бобцов

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: bobtsov@mail.ru

Поступила в редакцию
21.05.19 г.

Ссылка для цитирования: Севастеева Е. С., Чернов В. А., Бобцов А. А. Алгоритм увеличения скорости идентификации частоты синусоидального сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 9. С. 767—771.

ALGORITHM FOR INCREASING THE SPEED OF SINUSOIDAL SIGNAL FREQUENCY IDENTIFICATION

E. S. Sevasteeva, V. A. Chernov, A. A. Bobtsov

ITMO University 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: che.valerii@gmail.com

A new solution to the problem of frequency identification of sinusoidal signal available for measurement is proposed. The problem is solved using identification algorithms that ensure the convergence of the adjustable parameter to the true value in a finite time (but not asymptotically).

Keywords: identification, finite convergence, sinusoidal signals, regression models

REFERENCES

1. Bodson M., Douglas S.C. *Automatica*, 1997, vol. 33, pp. 2213–2221.
2. Hsu L., Ortega R., Damm G. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, vol. 46, pp. 967–972.
3. Mojiri M. and Bakhshai A.R. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, vol. 49, pp. 314–318.
4. Marino R. and Tomei R. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, vol. 47, pp. 1324–1328.
5. Xia X. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, vol. 47, pp. 1188–1193.
6. Obregón-Pulido G., Castillo-Toledo B. and Loukianov A.A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, vol. 47, pp. 857–863.
7. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. *IFAC Proceedings*, 2002, no. 1(35), pp. 439–443.
8. Hou M. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, vol. 50, pp. 855–858.
9. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Efimov D., Zolghadri A. *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011, pp. 3646–3651.
10. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, no. 13(49), pp. 99–104.
11. Bobtsov A.A., Kremlev A.S., Pyrkin A.A. *Automation and Remote Control*, 2011, no. 1(72), pp. 111–118.
12. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, no. 4(47), pp. 513–517.
13. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, no. 12(61), pp. 4229–4234.
14. Basturk H., Krstic M. *Automatica*, 2015, no. 58, pp. 131–138.
15. Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Kremlev A.S., Pyrkin A.A. *Automation and Remote Control*, 2012, no. 8(73), pp. 1327–1336.

Data on authors

- Evgenia S. Sevasteeva** — Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: evgeshik816@gmail.ru
- Valery A. Chernov** — Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: che.valerii@gmail.com
- Alexey A. Bobtsov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: bobtsov@mail.ru

For citation: Sevasteeva E. S., Chernov V. A., Bobtsov A. A. Algorithm for increasing the speed of sinusoidal signal frequency identification. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 9. P. 767—771 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-9-767-771