

ОБНАРУЖЕНИЕ ОШИБОК МОДИФИЦИРОВАННЫМИ КОДАМИ С СУММИРОВАНИЕМ ЕДИНИЧНЫХ РАЗРЯДОВ В КОЛЬЦЕ ВЫЧЕТОВ ПО ПРОИЗВОЛЬНОМУ МОДУЛЮ

Д. В. ЕФАНОВ, А. О. ФИЛИППОЧКИНА, М. В. ИВАНОВА

*Российский университет транспорта, 127994, Москва, Россия
E-mail: TrES-4b@yandex.ru*

Исследуются способы построения кодов с суммированием, ориентированных на обнаружение ошибок в информационных векторах. Проанализированы способы модификации классических и модульных кодов с суммированием. Отмечено, что при построении модифицированного кода с суммированием в ряде случаев может оказаться эффективным выбор модуля счета в виде произвольного натурального числа $M > 2$. Приведен обзор свойств кодов с суммированием, а также установлены ранее не известные свойства таких кодов с произвольными модулями счета. При этом рассматриваются особенности обнаружения ошибок не только различной кратностью, но и разного вида (монотонные, симметричные и асимметричные). Подробно анализируются модифицированные коды с суммированием с произвольными модулями счета, обладающие наилучшими характеристиками обнаружения ошибок в семействе кодов с конкретным модулем. Отмечены преимущества и недостатки рассматриваемого класса кодов. Определены перспективы их использования при решении задач синтеза контролепригодных устройств и систем автоматики.

Ключевые слова: коды с обнаружением ошибок, обнаружение ошибок в информационных векторах, код с суммированием единичных разрядов, коды с произвольными модулями счета, необнаруживаемая ошибка, вид и кратность необнаруживаемой ошибки

Введение. Помехозащищенные коды применяются при передаче и обработке информации, а также при синтезе контролепригодных устройств и систем управления и их диагностического обеспечения [1—4]. В разных приложениях используются различные по „конструкции“ и особенностям коды. Например, в некоторых приложениях требуется корректировка искажений, возникающих в кодовых словах, а в некоторых — только обнаружение возникшего искажения. Последняя задача характерна, например, при синтезе дискретных систем, наделенных свойством обнаружения неисправностей (при синтезе систем с самоконтролем и контролепригодными структурами, организации систем рабочего диагностирования и пр.) [5—7].

Коды, ориентированные на обнаружение искажений, обладают меньшей избыточностью, чем коды, корректирующие ошибки. Это позволяет создавать устройства, наделенные свойствами обнаружения неисправностей и исключения их накопления с малой избыточностью. Широкое применение в подобных задачах получили разнообразные блочные равномерные коды и, прежде всего, различные систематические коды, формируемые путем использования проверок

четности заранее установленных разрядов [8, 9], равновесные коды [10] и коды с суммированием единичных и взвешенных разрядов в информационных векторах [11, 12]. Способы построения данных кодов достаточно просты, кроме того, хорошо известны и методы синтеза самопроверяемых структур кодеров данных кодов на различной функциональной базе.

В настоящей статье представлены результаты проведенных авторами исследований в области разработки способов модификации модульных кодов с суммированием единичных информационных разрядов в целях улучшения характеристик обнаружения кодами ошибок в информационных векторах. Подробно описываются особенности модифицированных модульных кодов с суммированием единичных информационных разрядов с произвольными модулями счета, а также установлены ключевые характеристики обнаружения кодами ошибок различного вида и разной кратностью.

Способы модификации кодов с суммированием. Основные способы модификации классических кодов с суммированием основаны на предварительном получении значений наименьших неотрицательных вычетов веса информационного вектора. Таким образом, кодовые слова рассматриваемых кодов формируются с учетом некоторого „базового“ модульного кода с суммированием (остаточного кода) [13—17], но в отличие от него новый код обладает улучшенными характеристиками обнаружения ошибок.

Модульные коды с суммированием, или $SM(m,k)$ -коды (M — значение модуля, используемого при построении кода, m и k — число разрядов в информационных и контрольных векторах соответственно), строятся следующим образом [18]. Подсчитывается вес r информационного вектора (определяется число единичных информационных разрядов). Затем определяется наименьший неотрицательный вычет полученного числа по заранее установленному модулю $M \in \{2; 3; \dots; m+1\}$ — получается число $W = r \pmod{M}$. Число W , записанное в двоичном виде, заносится в разряды контрольного вектора. Количество контрольных разрядов в кодовых словах $SM(m,k)$ -кодов определяется величиной $k = \lceil \log_2 M \rceil$ (запись $\lceil \dots \rceil$ обозначает целое сверху от вычисляемого значения). Как показано в работе [19], $SM(m,k)$ -коды, для которых $M \in \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}\}$, обладают наилучшими характеристиками обнаружения ошибок среди всех кодов с одинаковым числом контрольных разрядов. Также для данных кодов наиболее просто синтезируются кодеры с самопроверяемыми структурами. Тем не менее в ряде приложений могут оказаться эффективными и $SM(m,k)$ -коды с произвольными модулями счета [20].

В настоящей статье рассматриваются коды с суммированием единичных информационных разрядов, формируемые из „базовых“ модульных кодов с суммированием. В этом случае требуется расчет модифицированного веса информационного вектора по формуле

$$W = r \pmod{M} + \alpha M, \quad (1)$$

где α — специальный коэффициент, вычисляемый как сумма по модулю $M=2$ заранее установленных разрядов информационного вектора; первое слагаемое в формуле (1) определяет, фактически, „базовый“ $SM(m,k)$ -код и „базовые“ свойства строящегося модифицированного кода; второе слагаемое позволяет улучшить свойства „базового“ кода.

Модифицированные модульные коды с суммированием единичных информационных разрядов обозначим как $RSM(m,k)$ -коды, отдельно определяя и формулу расчета коэффициента α .

Отметим, что рассматриваемый способ построения модифицированного кода с суммированием известен в мировой литературе. Например, подобный способ модификации в работе [11] предлагается использовать с тем лишь исключением, что наименьший неотрицательный

вычет определяется для суммарного значения весовых коэффициентов разрядов или переходов между разрядами. При этом поправочный коэффициент предлагается вычислять по формуле $\alpha = x_m \oplus x_{m-1} \oplus \dots \oplus x_{k+1}$ (младшие k разрядов не участвуют в определении поправочного коэффициента). В работе [21] рассматривается модифицированный код с суммированием, для которого напрямую используется формула (1), модуль определяется величиной $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$, а коэффициент α — по той же, указанной выше формуле. В работе [22] идея построения данного кода распространена на использование модулей $M = \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 2}\}$; поправочный коэффициент α предложено вычислять по формуле $\alpha = x_m \oplus x_{m-1} \oplus \dots \oplus x_p$, $p = \lceil \log_2(m+1) \rceil + 2$. В работе [23] строятся семейства $RSM(m,k)$ -кодов с различными значениями α и модулями $M \in \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$. Некоторые общие особенности $RSM(m,k)$ -кодов с произвольными модулями $M \in \{2; 3; 4; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$ освещены в работе [24]. Тем не менее во всех упомянутых работах представлены только способы построения кодов и некоторые общие характеристики обнаружения ошибок, без их подробной детализации.

В большом числе приложений важными являются не только особенности обнаружения кодами с суммированием ошибок различной кратностью, но и разного вида [25—27]. С этой точки зрения, особое значение имеет исследование характеристик обнаружения так называемых монотонных, симметричных и асимметричных ошибок [28]. Монотонная ошибка происходит при искажении только нулевых или только единичных разрядов кодового слова или информационного вектора. Симметричная ошибка связана с одинаковым числом искажений нулевых и единичных разрядов. Асимметричная ошибка возникает в случае неравного числа искажений нулевых и единичных разрядов. Различные коды с суммированием обладают различными характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах как по кратности, так и по их видам.

Проанализируем далее особенности семейств $RSM(m,k)$ -кодов с произвольными модулями счета.

Модифицированные коды с произвольными модулями счета. Как отмечено выше, при модификации $SM(m,k)$ -кода в $RSM(m,k)$ -код сохраняются основные характеристики обнаружения ошибок. Это связано со способом вычисления модифицированного веса, что можно пояснить на примере распределения всех информационных векторов между всеми контрольными векторами. Например, такое распределение представлено в табл. 1 и 2 для $S3(4,2)$ - и $RS3(4,3)$ -кодов (поправочный коэффициент определяется по формуле $\alpha = x_4 \oplus x_3$, нумерация разрядов — справа налево).

Исходная таблица распределения информационных векторов между контрольными векторами (на контрольные группы) расширяется за счет „сдвига“ части информационных векторов, для которых $\alpha = x_4 \oplus x_3$, в контрольные группы с большими номерами. Этот сдвиг равен $s = M$. При такой модификации $SM(m,k)$ -кода в имеющиеся контрольные группы не добавляются информационные векторы, а часть имеющихся векторов занимает до этого пустующие группы. Так как ошибка не будет обнаружена только в случае, если она переведет какой-либо информационный вектор одной контрольной группы в информационный вектор той же контрольной группы, то число необнаруживаемых ошибок с уменьшением числа информационных векторов в группе уменьшится. Однако основные свойства кода сохраняются.

Таблица 1

Контрольные векторы		
00	01	10
Контрольные группы		
0	1	2
Информационные векторы		
0000	0001	0011
0111	0010	0101
1011	0100	0110
1101	1000	1001
1110	1111	1010
		1100

Таблица 2

Контрольные векторы							
000	001	010	011	100	101	110	111
Контрольные группы							
0	1	2	3	4	5	6	7
Информационные векторы							
0000	0001	0011	0111	0100	0101		
1101	0010	1100	1011	1000	0110		
1110	1111				1001		
					1010		

Приведенные выше рассуждения служат некоторым обоснованием важных положений, сформулированных в виде теорем 1 и 2 и упомянутых также в работе [24].

Теорема 1. Любой $RSM(m,k)$ -код вне зависимости от значения модуля M и правил расчета поправочного коэффициента α обнаруживает большее количество симметричных ошибок в информационных векторах, чем соответствующий модульный код с суммированием, а также любые монотонные ошибки, за исключением некоторой доли монотонных ошибок кратностью

$$d = jM, \quad j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor. \quad (2)$$

Теорема 2. Любой $RSM(m,k)$ -код вне зависимости от значения модуля M и правил расчета поправочного коэффициента α обнаруживает любые асимметричные ошибки в информационных векторах, за исключением некоторой доли асимметричных ошибок кратностью

$$d = M + 2j, \quad j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{m - M}{2} \right\rfloor. \quad (3)$$

В самом деле, при модификации $SM(m,k)$ -кода, не обнаруживающего только те монотонные и асимметричные ошибки, которые имеют кратность, определяемую формулами (2) и (3), информационные векторы сдвигаются в новые, до этого пустующие контрольные группы. Это приводит только к уменьшению числа информационных векторов, соответствующих конкретным контрольным векторам, что, в свою очередь, приводит лишь к уменьшению числа ошибок, но никак не к изменению их видов.

Как отмечено выше, указанные особенности характерны и для классических $SM(m,k)$ -кодов. Оба класса кодов относятся к так называемым d_v, d_a -UAED(m,k)-кодам (Unidirectional

and Asymmetrical Error-Detection Codes), где $d_v=M$ и $d_a=M+2$ — минимальные кратности не обнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок соответственно [4].

Следует добавить, что все 2^k контрольные группы могут быть заполнены хотя бы одним информационным вектором только при условии выбора модуля из множества $M \in \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$. Для других кодов часть контрольных групп будет всегда пустой. Это обстоятельство усложняет процедуру синтеза кодеров с самопроверяемыми структурами для кодов с $M \notin \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$.

Так как часть групп всегда будет пустующей при $M \notin \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$, могут быть предложены некоторые альтернативные способы построения $RSM(m,k)$ -кодов. „Сдвиг“ информационных векторов может осуществляться не только на величину $s = M$. Другие модифицированные модульные коды с суммированием могут быть построены с использованием формулы

$$W = r \pmod{M} + \alpha s, \quad (4)$$

где $s \in \{M; M+1; \dots; 2^{\lceil \log_2 M \rceil + 1} - M\}$.

Например, для приведенного выше $S3(4,2)$ -кода возможна модификация со сдвигом на величину $s \in \{3; 4; 2^{\lceil \log_2 3 \rceil + 1} - 3 = 5\}$: при $s = 4$ всегда пустующими будут контрольные группы № 3 и 7, а при $s = 5$ — № 3 и 4.

Различные способы построения $RSM(m,k)$ -кодов с $M \notin \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$ могут быть использованы при ограничениях на формирование контрольных векторов, необходимых для полной проверки структуры кодера.

В табл. 3 приведена классификация рассматриваемых кодов по числу контрольных разрядов. Отметим также, что для уменьшения числа контрольных разрядов при выборе модуля $M \notin \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$ можно дополнительно определить наименьший неотрицательный вычет числа W по модулю $M^* = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$. Такой способ, однако, будет обладать свойством помехозащищенности только при определенном изначальном „сдвиге“ (при определенном значении числа s).

Таблица 3

Число контрольных разрядов	Коды
1	—
2	$RS2$
3	$RS3, RS4$
4	$RS5 \dots RS8$
5	$RS9 \dots RS16$
...	...
k	$RS(2^{k-1}+1) \dots RS(2^{k-1})$

Свойства кодов с произвольными модулями счета. Анализ табличной формы задания $RSM(m,k)$ -кода (см. табл. 2) позволяет установить характеристики обнаружения им ошибок в информационных векторах по различным видам и кратности. Проанализируем, к примеру, возможные необнаруживаемые ошибки, которые формируются при взаимных переходах

информационных векторов внутри контрольной группы „0“ табл. 2. В данной контрольной группе имеются три вектора: $\langle 0000 \rangle$, $\langle 1101 \rangle$ и $\langle 1110 \rangle$. Переходы между векторами $\langle 0000 \rangle$ и $\langle 1101 \rangle$ происходят при трехкратной монотонной ошибке, переходы между векторами $\langle 0000 \rangle$ и $\langle 1110 \rangle$ — также при трехкратной монотонной ошибке, а переходы между векторами $\langle 1101 \rangle$ и $\langle 1110 \rangle$ — при двукратной симметричной ошибке. Всего данная контрольная группа дает 6 необнаруживаемых ошибок — 4 монотонные трехкратные ошибки и две симметричные двукратные.

Автоматизация анализа табличной формы задания $RSM(m,k)$ -кода позволила изучить закономерности, проявляющиеся при различных способах построения кодов с разными значениями модулей, длинами информационных векторов и разным числом информационных разрядов в сумме поправочного коэффициента.

В качестве примера в табл. 4 приведено количество необнаруживаемых ошибок в информационных векторах $RS(8,3)$ -кодов с различными способами расчета поправочного коэффициента.

Так как каждый разряд информационного вектора принимает только два возможных варианта значений (0 или 1), а при анализе табличной формы задания кода рассматриваются все возможные 2^m информационных вектора, то характеристики обнаружения ошибок $RSM(m,k)$ -кодами будут определяться не тем, какие именно информационные разряды входят в сумму поправочного коэффициента, а только их числом $b(\alpha)$. По этой причине все коды с одинаковым значением $b(\alpha)$ образуют единый подкласс $RSM(m,k)$ -кодов для заданных значений m и M .

Таблица 4

$b(\alpha)$	Число необнаруживаемых ошибок кратностью d								Общее число необнаруживаемых ошибок
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	0 0/0/0	2688 0/2688/0	0 0/0/0	3360 0/3360/0	336 336/0/0	560 0/560/0	28 0/0/28	0 0/0/0	6972 336/6608/28
2	0 0/0/0	2048 0/2048/0	0 0/0/0	2880 0/2880/0	416 416/0/0	1280 0/1280/0	168 0/0/168	70 0/70/0	6862 416/6278/168
3	0 0/0/0	1664 0/1664/0	0 0/0/0	3360 0/3360/0	496 496/0/0	1200 0/1200/0	84 0/0/84	0 0/0/0	6804 496/6224/84
4	0 0/0/0	1536 0/1536/0	0 0/0/0	3648 0/3648/0	448 448/0/0	960 0/960/0	112 0/0/112	70 0/70/0	6774 448/6214/112
5	0 0/0/0	1664 0/1664/0	0 0/0/0	3360 0/3360/0	496 496/0/0	1200 0/1200/0	84 0/0/84	0 0/0/0	6804 496/6224/84
6	0 0/0/0	2048 0/2048/0	0 0/0/0	2880 0/2880/0	416 416/0/0	1280 0/1280/0	168 0/0/168	70 0/70/0	6862 416/6278/168
7	0 0/0/0	2688 0/2688/0	0 0/0/0	3360 0/3360/0	336 336/0/0	560 0/560/0	28 0/0/28	0 0/0/0	6972 336/6608/28

Примечание. В каждой клетке таблицы в 1-й строке указано общее количество ошибок, а во 2-й строке через косую черту — количество монотонных, симметричных и асимметричных ошибок соответственно.

Анализ характеристических таблиц для $RSM(m,k)$ -кодов с различными значениями m и M позволил установить особенности обнаружения ошибок в информационных векторах данным классом кодов. Рассмотрим особенности, которые присущи всем $RSM(m,k)$ -кодам с произвольными модулями счета.

1. $RSM(m,k)$ -коды с четными значениями m обнаруживают любые ошибки четной кратностью.

2. $RSM(m,k)$ -коды с нечетными значениями m имеют в классе необнаруживаемых некоторую долю ошибок нечетной кратностью, причем указанными кодами обнаруживаются любые ошибки нечетной кратностью $d \leq M-2$.

3. $RSM(m,k)$ -коды при $b(\alpha) = j$ и $b(\alpha) = m - j$ (где j — натуральное число, не превышающее $\lfloor m/2 \rfloor$) обладают одинаковыми характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах.

4. Общее количество необнаруживаемых ошибок $RSM(m,k)$ -кодами со значениями $M=2$ и $M=4$ для конкретного значения m постоянно вне зависимости от значения $b(\alpha)$.

5. Для $RSM(m,k)$ -кодов с любыми значениями M , за исключением $M=2$ и $M=4$, при конкретном значении m с увеличением числа $b(\alpha)$ общее количество необнаруживаемых ошибок уменьшается.

6. Для $RSM(m,k)$ -кодов с любыми значениями M вне зависимости от длины информационного вектора с увеличением числа $b(\alpha)$ уменьшается доля необнаруживаемых двукратных ошибок от их общего количества.

7. Для $RSM(m,k)$ -кодов с $M \geq 3$ доли необнаруживаемых двукратных ошибок от их общего числа ($\beta_{m,2}$) при равных значениях m и $b(\alpha)$ являются одинаковыми (см. табл. 5).

Таблица 5

m	$b(\alpha)$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	25	16,667								
5	30	20								
6	33,333	23,333	20							
7	35,714	26,19	21,429							
8	37,5	28,571	23,214	21,429						
9	38,889	30,556	25	22,222						
10	40	32,222	26,667	23,333	22,222					
11	40,909	33,636	28,182	24,545	22,727					
12	41,667	34,848	29,545	25,758	23,485	22,727				
13	42,308	35,897	30,769	26,923	24,359	23,077				
14	42,857	36,813	31,868	28,022	25,275	23,626	23,077			
15	43,333	37,619	32,857	29,048	26,19	24,286	23,333			
16	43,75	38,333	33,75	30	27,083	25	23,75	23,333		
17	44,118	38,971	34,559	30,882	27,941	25,735	24,265	23,529		
18	44,444	39,542	35,294	31,699	28,758	26,471	24,837	23,856	23,529	
19	44,737	40,058	35,965	32,456	29,532	27,193	25,439	24,269	23,684	
20	45	40,526	36,579	33,158	30,263	27,895	26,053	24,737	23,947	23,684

Примечание. Представленные значения для $RSM(m,k)$ -кодов с числом контрольных разрядов $k=3$ можно сравнить с аналогичными значениями для классических $SM(m,k)$ -кодов, для которых $\beta_{m,2}=50\%$ вне зависимости от длины информационного вектора [18, 19].

8. Для $RSM(m,k)$ -кодов с $M \geq 5$ доли необнаруживаемых четырехкратных ошибок от их общего числа при равных значениях m и $b(\alpha)$ являются одинаковыми.

9. Для любого $RSM(m,k)$ -кода с конкретным значением m при увеличении числа $b(\alpha)$ доля необнаруживаемых симметричных ошибок от их общего количества уменьшается.

10. Доля монотонных ошибок от их общего количества для любого $RSM(m,k)$ -кода при увеличении $b(\alpha)$ незначительно увеличивается, а затем уменьшается; при $b(\alpha)=1$ для $RSM(m,k)$ -кода не обнаруживается наибольшее количество монотонных ошибок.

11. Доля асимметричных ошибок от их общего количества при $b(\alpha)=1$ для любого $RSM(m,k)$ -кода минимальна, с увеличением $b(\alpha)$ незначительно уменьшается, а затем также незначительно увеличивается.

12. С увеличением длины информационного вектора для каждого $RSM(m,k)$ -кода доля монотонных необнаруживаемых ошибок от их общего количества постепенно увеличивается, достигая максимума при определенном значении m .

13. Доли необнаруживаемых $RSM(m,k)$ -кодами монотонных и асимметричных ошибок от общего числа ошибок соответствующего вида с увеличением значения модуля уменьшаются, тогда как доля симметричных ошибок от их общего количества варьируется в области 50 %.

14. Наилучшими характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах обладают $RSM(m,k)$ -коды, для которых $b(\alpha) = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$.

Коды с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок. Исследования показывают, что среди всех $RSM(m,k)$ -кодов могут быть выделены коды, для которых достигается минимальное общее число необнаруживаемых ошибок в информационных векторах при конкретном значении m . Такие коды формируются по приведенным ранее правилам (см. формулу (1)) с учетом того, что в сумме поправочного коэффициента используются $b(\alpha) = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$ информационных разрядов. Данный класс кодов перспективен для решения задач синтеза контролепригодных устройств и систем автоматизации, а также средств их технического диагностирования.

Представляют интерес характеристики обнаружения ошибок рассматриваемыми $RSM(m,k)$ -кодами для семейств кодов с одинаковым числом контрольных разрядов. Рассмотрим основные из них на примере кодов с $k=3$.

На рис. 1—6 приведены графики следующих показателей:

— $\gamma_{m,k}$ — доля необнаруживаемых ошибок в информационных векторах кодов от общего числа ошибок в информационных векторах;

— $\xi_{m,k}$ — коэффициент эффективности использования контрольных разрядов, вычисляемый по формуле $\xi_{m,k} = N_{m,k}^{\min} / N_{m,k}$, где $N_{m,k}^{\min} = 2^m (2^{m-k} - 1)$ — число необнаруживаемых ошибок в информационных векторах кода с минимальным общим количеством ошибок при заданных m и k , $N_{m,k}$ — число необнаруживаемых ошибок в информационных векторах рассматриваемого кода [23];

— $\upsilon_{m,k}$, $\sigma_{m,k}$, $\alpha_{m,k}$ — доля необнаруживаемых соответственно монотонных, симметричных и асимметричных ошибок в информационных векторах кодов от общего числа ошибок данного вида;

— $\beta_{m,2}$ — доля двукратных необнаруживаемых ошибок в информационных векторах кодов от общего числа двукратных ошибок.

Анализ характеристических таблиц для рассматриваемых $RSM(m,k)$ -кодов позволил установить следующие их ключевые свойства.

1. С увеличением значения M для кодов с одинаковым числом контрольных разрядов доля необнаруживаемых ошибок от их общего количества при одинаковых значениях m уменьшается, а коэффициент эффективности соответственно увеличивается.

2. С увеличением значения M для кодов с одинаковым числом контрольных разрядов доля необнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок от общего количества ошибок соответствующего вида при одинаковых значениях m уменьшается.

3. Доля симметричных необнаруживаемых ошибок от их общего количества не зависит от значения M и определяется только длиной информационного вектора.

4. Доля двукратных необнаруживаемых ошибок от их общего количества также не зависит от значения M и определяется только длиной информационного вектора.

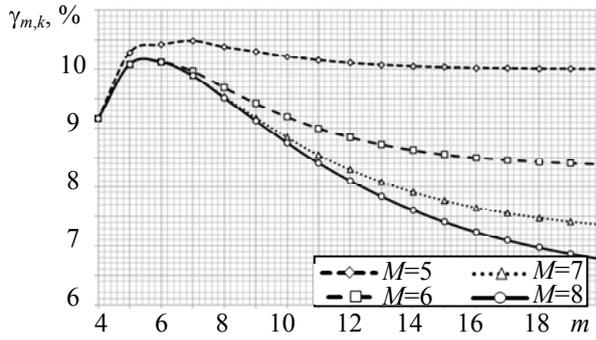


Рис. 1

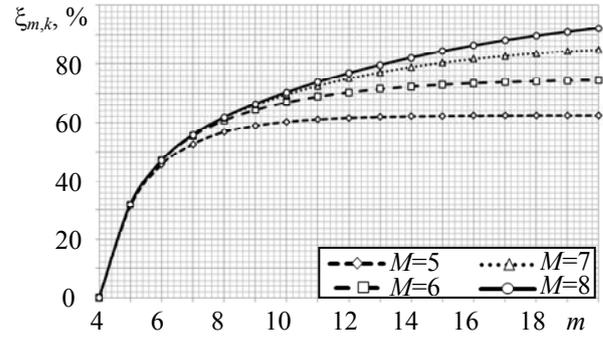


Рис. 2

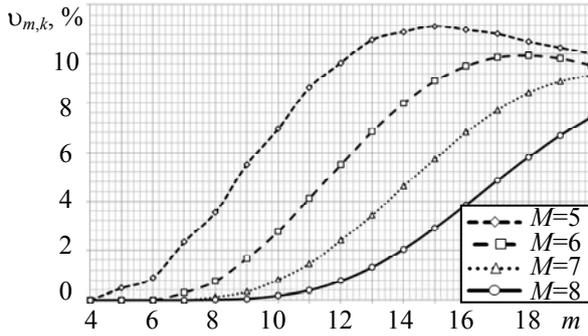


Рис. 3

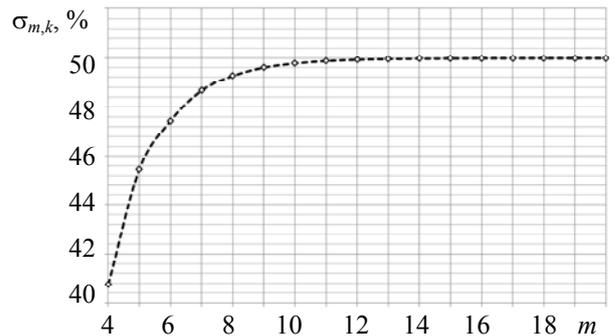


Рис. 4

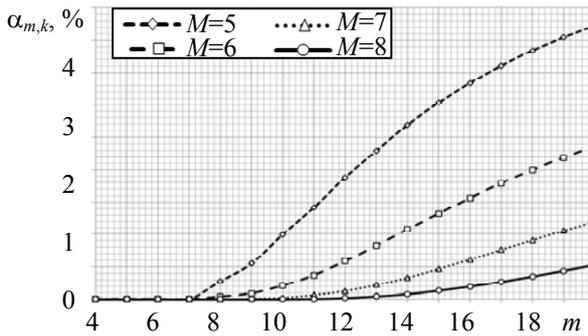


Рис. 5

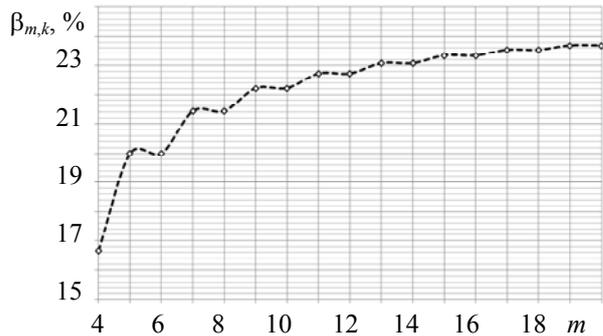


Рис. 6

Анализ графиков, представленных на рис. 1 и 2, показывает, что среди всех $RSM(m,k)$ -кодов с одинаковым числом контрольных разрядов наилучшими свойствами обнаружения ошибок обладают коды, для которых в качестве модуля выбрано число $M = 2^k$. С увеличением M и приближением его к указанному значению число необнаруживаемых ошибок уменьшается. Аналогичные закономерности проявляются и при рассмотрении характеристик обнаружения монотонных и асимметричных ошибок $RSM(m,k)$ -кодами: с увеличением значения M доли необнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок от общего количества ошибок данного вида уменьшается, а их максимум смещается в сторону увеличения длины информационного вектора. Доли же необнаруживаемых симметричных ошибок и доли двукратных необнаруживаемых ошибок от их общего количества постоянны вне зависимости от значения M .

Заключение. В представленном исследовании впервые затрагивается вопрос о комплексном изучении характеристик обнаружения ошибок разного вида и различной кратностью в информационных векторах $RSM(m,k)$ -кодов с произвольными модулями счета.

Оценивая полученные результаты, можно сделать следующие выводы. Во-первых, класс $RSM(m,k)$ -кодов существенно расширяется за счет выбора степеней не только из множества $M \in \{2^1; 2^2; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$. Во-вторых, число $RSM(m,k)$ -кодов с различными характеристиками

обнаружения ошибок не столь велико и определяется только тремя важными показателями: значениями чисел m , M и $b(\alpha)$. В-третьих, все $RSM(m,k)$ -коды образуют класс d_v, d_α -UAED(m,k)-кодов, где $d_v=M$, а $d_\alpha=M+2$. Указанные ключевые закономерности, присущие модифицированным кодам с суммированием единичных информационных разрядов, позволяют определять критерии их применимости при решении задач синтеза контролепригодных устройств и систем автоматики, а также их диагностического обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fujiwara E.* Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. John Wiley & Sons, 2006. 720 p.
2. *Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D.* New Methods of Concurrent Checking. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. 184 p.
3. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / *А. В. Дрозд, В. С. Харченко, С. Г. Антощук, Ю. В. Дрозд, М. А. Дрозд, Ю. Ю. Сулима*; Под ред. *А. В. Дрозда и В. С. Харченко*. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского „ХАИ“, 2012. 614 с.
4. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В.* Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств: Монография. СПб: Наука, 2018. 151 с.
5. *Согомонян Е. С., Слабаков Е. В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989. 208 с.
6. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Христов Х. А., Гавзов Д. В.* Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики / Под ред. *Вл. В. Сапожникова*. М.: Транспорт, 1995. 272 с.
7. *Nicolaidis M., Zorian Y.* On-line testing for VLSI – A compendium of approaches // *J. of Electronic Testing: Theory and Application*. 1998. Vol. 12, iss. 1—2. P. 7—20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.
8. *MacWilliams F. J., Sloane N. J. A.* The Theory of Error-Correcting Codes. Amsterdam: North-Holland, 1977. 785 p.
9. *Stempkovskiy A., Telpukhov D., Gurov S., Zhukova T., Demeneva A.* R-Code for concurrent error detection and correction in the logic circuits // *Proc. IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIcon Rus), Moscow, Russia, 29 Jan. — 1 Febr. 2018.* P. 1430—1433. DOI: 10.1109/EIconRus.2018.8317365.
10. *Piestrak S. J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. 111 p.
11. *Мехов В. Б., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В.* Контроль комбинационных схем на основе модифицированных кодов с суммированием // *Автоматика и телемеханика*. 2008. № 8. С. 153—165.
12. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl.* Generalized algorithm of building summation codes for the tasks of technical diagnostics of discrete systems // *Proc. of the 15th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS 2017), Novi Sad, Serbia, Sept. 29 — Oct. 2, 2017.* P. 365—371. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
13. *Bose B., Lin D. J.* Systematic unidirectional error-detection codes // *IEEE Transact. on Computers*. 1985. Vol. C-34. P. 1026—1032.
14. *Das D., Toubia N. A.* Synthesis of circuits with low-cost concurrent error detection based on bose-lin codes // *J. of Electronic Testing: Theory and Applications*. 1999. Vol. 15, iss. 1—2. P. 145—155. – DOI: 10.1023/A:1008344603814.
15. *Согомонян Е. С.* Построение самопроверяемых схем встроенного контроля для комбинационных устройств // *Автоматика и телемеханика*. 1974. № 2. С. 121—133.
16. *Слабаков Е. В.* Построение полностью самопроверяемых комбинационных устройств с использованием остаточных кодов // *Автоматика и телемеханика*. 1979. № 10. С. 133—141.
17. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В., Котенко А. Г.* Модульные коды с суммированием взвешенных переходов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел // *Тр. СПИИРАН*. 2017. № 1. С. 137—164. DOI: 10.15622/SP.50.6.

18. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В., Черепанова М. Р. Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. I. Свойства обнаружения ошибок кодами в информационных векторах // Электронное моделирование. 2016. Т. 38, № 2. С. 27—48.
19. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Применение модульных кодов с суммированием для построения систем функционального контроля комбинационных логических схем // Автоматика и телемеханика. 2015. № 10. С. 152—169.
20. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В., Черепанова М. Р. Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. II. Уменьшение структурной избыточности систем функционального контроля // Электронное моделирование. 2016. Т. 38, № 3. С. 47—61.
21. Блюдов А. А., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Модифицированный код с суммированием для организации контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. 2012. № 1. С. 169—177.
22. Блюдов А. А., Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Коды с суммированием для организации контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. 2013. № 6. С. 153—164.
23. Блюдов А. А., Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2014. № 8. С. 131—145.
24. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием единичных информационных разрядов с произвольными модулями счета // Автоматика на транспорте. 2018. Т. 4, № 1. С. 106—130.
25. Busaba F. Y., Lala P. K. Self-checking combinational circuit design for single and unidirectional multibit errors // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. 1994. Vol. 5, iss. 1. P. 19—28. DOI: 10.1007/BF00971960.
26. Matrosova A. Yu., Levin I., Ostanin S. A. Self-checking synchronous fsm network design with low overhead // VLSI Design. 2000. Vol. 11, iss. 1. P. 47—58.
27. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств на основе выделения специальных групп выходов // Автоматика и телемеханика. 2018. № 9. С. 79—94.
28. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 5. С. 333—343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.

Сведения об авторах

- Дмитрий Викторович Ефанов** — д-р техн. наук, доцент; Российский университет транспорта, кафедра автоматика, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте;
E-mail: TrES-4b@yandex.ru
- Анна Олеговна Филиппочкина** — студентка; Российский университет транспорта, кафедра автоматика, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте;
E-mail: Filippochkinaanna24061998@mail.ru
- Мария Вячеславовна Иванова** — студентка; Российский университет транспорта, кафедра автоматика, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте;
E-mail: mariaivanova27@bk.ru

Поступила в редакцию
13.08.19 г.

Ссылка для цитирования: Ефанов Д. В., Филиппочкина А. О., Иванова М. В. Обнаружение ошибок модифицированными кодами с суммированием единичных разрядов в кольце вычетов по произвольному модулю // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 1. С. 5—17.

**ERROR DETECTION BY MODIFIED CODES
WITH SUMMATION OF SINGLE DIGITS
IN THE ARBITRARY MODULUS RESIDUE RING**

D. V. Efanov, A. O. Filippochkina, M. V. Ivanova

*Russian University of Transport, 127994, Moscow, Russia
E-mail: TrES-4b@yandex.ru*

Methods of creation of codes with summation focused on detection of errors in data vectors, are investigated. The ways to modify classic and modular sum codes are analyzed. It is noted that in some cases of a modified sum code building, it may be effective to choose the account module in the form of an arbitrary natural number $M > 2$. An overview of the sum codes properties is presented; several previously unknown features of modified sum codes with arbitrary account modules are established. The consideration concerns not only the features of detecting errors of different multiplicity, but also of different types (monotonous, symmetric and asymmetric). Detailed analysis is given to modified sum codes with arbitrary account modules having the best error detection characteristics in the code family with a specific module. The advantages and disadvantages of the code class in question are discussed. Prospects for code application in solving the problems of synthesis of controllable automation devices and systems are formulated.

Keywords: error detection codes, error detection in data vectors, one-bits sum code, codes with arbitrary account modules, undetectable error, view and multiplicity of undetectable error

REFERENCES

1. Fujiwara E. *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*, John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
2. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking: Edition 1*, Dordrecht, Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
3. Drozd A.V., Kharchenko V.S., Antoshchuk S.G., Drozd Yu.V., Drozd M.A., Sulima Yu.Yu. *Rabocheye diagnostirovaniye bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem* (Working Diagnostics of Safe Information and Control Systems), Khar'kov, 2012, 614 p. (in Russ.)
4. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* (Hamming Codes in Logic Devices Functional Control Systems), St. Petersburg, 2018, 151 p. (in Russ.)
5. Sogomonyan E.S., Slabakov E.V. *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy* (The Self-Checked Devices and Failure-Safe Systems), Moscow, 1989, 208 p. (in Russ.)
6. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Khristov Kh.A., Gavzov D.V. *Metody postroyeniya bezopasnykh mikroelektronnykh sistem zheleznodorozhnoy avtomatiki* (Methods of Construction of Safe Microelectronic Systems of Railway Automation), Moscow, 1995, 272 p. (in Russ.)
7. Nicolaidis M., Zorian Y. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, no. 12, pp. 7–20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.
8. MacWilliams F.J., Sloane N.J.A. *The Theory of Error-Correcting Codes*, Amsterdam, North-Holland, 1977, 785 p.
9. Stempkovskiy A., Telpukhov D., Gurov S., Zhukova T., Demeneva A. *Proceedings of IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*, 29 January–1 February 2018, Moscow, Russia, pp. 1430–1433, DOI: 10.1109/EIConRus.2018.8317365.
10. Piestrak S.J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
11. Mekhov V.B., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Automation and Remote Control*, 2008, no. 8(69), pp. 1411–1422.
12. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS 2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29–October 2, 2017, pp. 365–371, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110126.
13. Bose B., Lin D.J. *IEEE Transaction on Computers*, 1985, vol. C-34, November, pp. 1026–1032.
14. Das D., Toubia N.A. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1999, no. 1-2(15), pp. 145–155, DOI: 10.1023/A:1008344603814.
15. Sogomonyan E.S. *Automation and Remote Control*, 1974, no. 2, pp. 121–133 (in Russ.)
16. Slabakov E.V. *Automation and Remote Control*, 1979, no. 10, pp. 133–141. (in Russ.)
17. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V., Kotenko A.G. *Trudy SPIIRAN* (SPIIRAS Proceedings), 2017, no. 1, pp. 137–164, DOI: 10.15622/SP.50.6. (in Russ.)
18. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V., Cherepanova M.R. *Electronic Modeling*, 2016, no. 2(38), pp. 27–48. (in Russ.)
19. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V. *Automation and Remote Control*, 2015, no. 10(76), pp. 1834–1848.
20. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V., Cherepanova M.R. *Electronic Modeling*, 2016, no. 3(38), pp. 47–61. (in Russ.)
21. Blyudov A.A., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Automation and Remote Control*, 2012, no. 1(73), pp. 153–160. (in Russ.)

22. Blyudov A.A., Efanov D.V., Sapozhnikov V.V. *Automation and Remote Control*, 2013, no. 6(74), pp. 1020–1028.
23. Blyudov A.A., Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I. *Automation and Remote Control*, 2014, no. 8(75), pp. 1460–1470.
24. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Efanov D.V. *Automation on transport*, 2018, no. 1(4), pp. 106–130. (in Russ.)
25. Busaba F.Y., Lala P.K. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1994, no. 1(5), pp. 19–28, DOI: 10.1007/BF00971960.
26. Matrosova A.Yu., Levin I., Ostanin S.A. *VLSI Design*, 2000, no. 1(11), pp. 47–58.
27. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V. *Automation and Remote Control*, 2018, no. 9(79), pp. 1609–1620.
28. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Efanov D.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2015, no. 5(58), pp. 333–343, DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343. (in Russ.)

Data on authors

- | | |
|------------------------------|--|
| Dmitry V. Efanov | — Dr. Sci., Associate Professor; Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport; E-mail: TrES-4b@yandex.ru |
| Anna O. Filippochkina | — Student; Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport; E-mail: Filippochkinaanna24061998@mail.ru |
| Maria V. Ivanova | — Student; Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport; E-mail: mariaivanova27@bk.ru |

For citation: Efanov D. V., Filippochkina A. O., Ivanova M. V. Error detection by modified codes with summation of single digits in the arbitrary modulus residue ring. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 1. P. 5—17 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-1-5-17