
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 531.391+681.5.01
DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-2-126-132

ПРИМЕНИМОСТЬ УПРОЩЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ В ЗАДАЧЕ АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

А. В. ФЕДОТОВ

*Институт проблем машиноведения Российской академии наук, 199178, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: ipmash.ran@gmail.com*

Задача активного гашения колебаний распределенного упругого объекта предполагает задание передаточных функций для каждого контура обратной связи создаваемой системы управления. Данные функции синтезируются на основе характеристик объекта управления, полученных либо экспериментально, либо численно. Наличие адекватной модели объекта является ключевым фактором при проектировании системы управления, поскольку оно дает возможность не только получить характеристики объекта, но также смоделировать работу создаваемых систем. Рассматривается задача активного гашения вынужденных изгибных колебаний шарнирно-опертой металлической балки с помощью пьезоэлектрических сенсоров и актюаторов. Целью исследования является сравнение двух подходов к моделированию пьезоэлементов в процессе создания системы управления. Синтез законов управления осуществляется с использованием процедуры оптимизации, позволяющей подбирать оптимальные параметры фильтров, определяющих передаточные функции в контурах обратной связи создаваемых систем. Результаты показали, что в случае использования упрощенной модели, не учитывающей влияния пьезоэлементов на формы колебаний объекта, эффективность гашения вынужденных колебаний значительно снижается, однако данный эффект можно уменьшить оптимизацией коэффициентов усиления в контурах управления полученных систем на реальном объекте.

Ключевые слова: активное гашение колебаний, мехатроника, численная модель, сенсоры, актюаторы, пьезоэлементы, модальное управление

Введение. Особенностью распределенных упругих систем является формально бесконечное число степеней свободы, обуславливающее отсутствие у них свойств управляемости и наблюдаемости. В связи с этим при описании динамики данных систем зачастую ограничиваются использованием некоторого конечного набора собственных форм, преимущественно задействованных в их движении. Модальный подход позволяет организовать независимое управление различными формами колебаний упругого объекта. Благодаря удобству в использовании и хорошим эксплуатационным характеристикам в задачах управления распределенными упругими системами широко используются пьезоэлектрические сенсоры и актюаторы.

Для эффективного проектирования систем управления колебаниями распределенного упругого объекта необходима его численная модель. Задача моделирования объекта обычно решается либо аналитически [1, 2], либо методом конечных элементов [3—6]. Процедура моделирования объекта вместе с используемыми для управления сенсорами и актюаторами зачастую достаточно сложна. В связи с этим цель настоящей работы — выявление возможно-

сти использования при синтезе системы управления упрощенной модели сенсоров и актюаторов и определение степени влияния данного упрощения на эффективность управления.

В работе рассматривается задача активного гашения вынужденных изгибных колебаний тонкой шарнирно-опертой металлической балки. Численное моделирование такой системы выполняется с помощью программного комплекса MatLab путем разложения по собственным формам колебаний. В отличие от работы [7], синтез систем управления осуществляется с использованием процедуры оптимизации, позволяющей значительно повысить эффективность создаваемых систем. Использование именно модальных систем управления обусловлено преимуществом [8] модального подхода перед локальным в случаях, когда необходимо погасить вынужденные колебания объекта на нескольких резонансных частотах.

Основы модального управления распределенными упругими системами. Основная идея модального управления — раздельное управление различными формами колебаний упругого объекта. Впервые этот подход сформулирован в [9], а его развитие представлено в работах [10, 11]. Теоретические основы модального подхода излагаются также в работах автора [3, 8, 12].

Общая схема модальной системы управления представлена на рис. 1. Для наглядности приведена система с двумя контурами, включающая два сенсора и два актюатора. Здесь y_1 и y_2 — сигналы сенсоров, u_1 и u_2 — управляющие воздействия, подаваемые на актюаторы, $R_1(s)$ и $R_2(s)$ — передаточные функции контроллера в первом и втором контурах управления. Как измеренные, так и управляющие сигналы подвергаются линейному преобразованию, заданному с помощью матриц T и F : анализатор форм T преобразует сигналы сенсоров в оценки интенсивности возбуждения двух форм колебаний системы \tilde{q}_1 и \tilde{q}_2 , синтезатор форм F преобразует управляющие воздействия на эти формы колебаний \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 в управляющие сигналы, подаваемые на актюаторы. Таким образом, каждый контур управления соответствует своей форме колебаний объекта, что позволяет управлять различными формами колебаний независимо друг от друга.

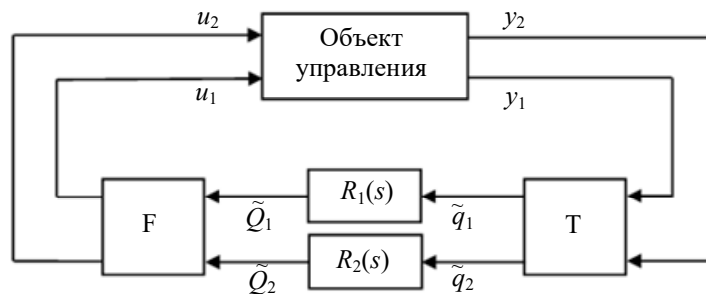


Рис. 1

Указанную структуру модальной системы при наличии r сенсоров, r актюаторов и m контуров управления ($m \leq r$) можно представить в матричном виде:

$$U_{r \times 1} = F_{r \times m} K_{m \times m} T_{m \times r} Y_{r \times 1}, \tag{1}$$

где Y и U — векторы измеренных и управляющих сигналов, а K — диагональная матрица коэффициентов усиления (в общем случае ее диагональные элементы — не константы, а функции комплексной переменной s). Для требуемого разделения форм в модальной системе управления:

$$\begin{cases} T_{m \times r} = \left(\Theta_{m \times r}^{sT} \Theta_{r \times m}^s \right)^{-1} \Theta_{m \times r}^{sT}, \\ F_{r \times m} = \Theta_{r \times m}^{aT} \left(\Theta_{m \times r}^a \Theta_{r \times m}^{aT} \right)^{-1}. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь $\Theta_{m \times r}^a$ — матрица коэффициентов влияния, показывающая, в каких пропорциях каждый актюатор возбуждает каждую из собственных форм объекта; $\Theta_{r \times m}^s$ — весовая матрица, показывающая, в каких пропорциях каждый из сенсоров измеряет каждую из собственных форм.

Постановка задачи управления. Схема исследуемой системы приведена на рис. 2. Объект управления представляет собой шарнирно-закрепленную алюминиевую балку длиной 1 м прямоугольным сечением 3×35 мм, совершающую изгибные колебания в плоскости xz . В роли внешнего возмущения выступает приложенный к балке в сечении $x_0 = 0,4$ м изгибающий момент $M_0 = 0,1$ Н·м.

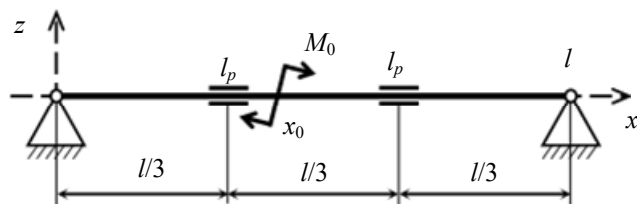


Рис. 2

Для управления используются две пары сенсор-актюатор, расположенные на равных расстояниях друг от друга и от концов балки (см. рис. 2). Актюаторы и сенсоры представляют собой одинаковые прямоугольные пьезокерамические пластинки размером $50 \times 30 \times 0,5$ мм, покрытые с двух сторон электродами. Работа таких пьезоэлементов при управлении колебаниями балок Бернулли—Эйлера рассмотрена в [13]. Задача системы управления состоит в гашении вынужденных изгибных колебаний балки в диапазоне частот, включающем две низшие резонансные частоты изгибных колебаний балки. В связи с этим создаваемые модальные системы осуществляют раздельное управление первой и второй формами изгибных колебаний балки.

Задача о колебаниях балки решается в комплексе MatLab, при этом используется модель балки Бернулли—Эйлера и предполагается, что динамика системы может быть определена с применением суперпозиции независимых собственных форм. В первую очередь определяют собственные формы балки с пьезоэлементами, затем вычисляются коэффициенты влияния и весовые коэффициенты для актюаторов и сенсоров, после чего ищется установившееся решение системы уравнений для каждой из собственных форм, описывающей изгибные колебания балки с управлением.

На первом этапе проектирования модальных систем управления определяются матрицы — синтезатор и анализатор форм в соответствии с формулой (2). На втором этапе осуществляется синтез законов управления методом логарифмических частотных характеристик (метод ЛАХ [14, 15]). При этом используется процедура оптимизации, позволяющая подбирать оптимальные параметры фильтров, определяющих передаточные функции в контурах обратной связи создаваемых систем: результаты управления для систем с параметрами, изменяющимися в заданных диапазонах, вычисляются и сравниваются друг и другом, что позволяет выбрать наиболее эффективные.

Модели работы пьезоэлектрических сенсоров и актюаторов. Рассмотрим уравнения, описывающие работу используемых в системе управления сенсоров и актюаторов. Пусть имеется r пар сенсор—актюатор, i -я пара располагается на балке между сечениями с координатами $x_i^{(1)}$ и $x_i^{(2)}$. Поскольку пьезоэлементы располагаются попарно, матрица коэффициентов влияния Θ^a с точностью до константы совпадает с транспонированной весовой матрицей Θ^s . Элементы данных матриц можно выразить через формы изгибных колебаний балки w_j с помощью констант k^s и k^a следующим образом [12]:

$$\frac{1}{k^s} \Theta_{ij}^s = \frac{1}{k^a} \Theta_{ji}^a = w'_j(x_i^{(2)}) - w'_j(x_i^{(1)}).$$

В таком случае обобщенная сила со стороны пьезоэлементов Q_j , при j -й форме колебаний балки, может быть выражена через напряжения на электродах актюаторов V_i^a и сенсоров V_i^s :

$$Q_j = \sum_{i=1}^r (V_i^a + V_i^s) \Theta_{ji}^a.$$

Напряжение на электродах i -го сенсора V_i^s зависит от обобщенных координат, соответствующих различным формам изгибных колебаний балки q_j (пусть при этом модель ограничена рассмотрением первых m форм):

$$V_i^s = \sum_{j=1}^m \Theta_{ij}^s q_j.$$

Рассмотрим упрощенную модель сенсоров и актюаторов, имеющую несколько отличий от полной модели:

1) в упрощенной модели используются формы колебаний шарнирно-опертой балки без учета пьезоэлементов \hat{w}_j ;

2) упрощенный учет размеров пьезоэлементов — считается, что кривизна всех форм колебаний балки постоянна по длине пьезоэлемента, поэтому для вычисления коэффициентов влияния и весовых коэффициентов используется не разность углов поворота сечений балки на концах элемента, а кривизна в его середине, умноженная на длину пьезоэлемента l_p :

$$\frac{1}{k^s} \hat{\Theta}_{ij}^s = \frac{1}{k^a} \hat{\Theta}_{ji}^a = l_p \hat{w}_j'' \left(\frac{x_i^{(1)} + x_i^{(2)}}{2} \right);$$

3) в упрощенной модели не учитывается воздействие сенсора на колебания балки, поскольку при управлении оно мало по сравнению с воздействием актюатора. Таким образом, работа сенсоров и актюаторов в упрощенной модели описывается следующими формулами:

$$Q_j = \sum_{i=1}^r V_i^a \hat{\Theta}_{ji}^a, \quad V_i^s = \sum_{j=1}^m \hat{\Theta}_{ij}^s q_j.$$

Влияние используемой модели пьезоэлементов на эффективность управления. Законы управления для модальных систем при использовании полной и упрощенной моделей пьезоэлементов синтезировались с использованием: фильтра нижних частот, моделирующего задержку в канале управления, и полосно-пропускающего фильтра, обеспечивающего необходимое значение фазы управляющего сигнала в рабочей частотной области. Параметры последнего фильтра подбирались с использованием описанной выше процедуры оптимизации. В результате были получены модальные системы управления для обоих вариантов используемых моделей. Параметры системы, полученной при использовании полной модели пьезоэлементов:

$$T^{(1)} = 10^{-5} \cdot \begin{bmatrix} 6.90 & 6.90 \\ -1.68 & 1.68 \end{bmatrix}, \quad F^{(1)} = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} 1.48 & -0.36 \\ 1.48 & 0.36 \end{bmatrix},$$

$$R_1^{(1)}(s) = \frac{1.5 \cdot 10^5 s^2 + 2.8 \cdot 10^6 s + 4.6 \cdot 10^7}{s^3 + 2003s^2 + 8978s + 5.4 \cdot 10^6}, \quad R_2^{(1)}(s) = \frac{2.5 \cdot 10^6 s^2 + 2.3 \cdot 10^8 s + 2 \cdot 10^{10}}{s^3 + 2004s^2 + 5 \cdot 10^4 s + 8.5 \cdot 10^7}.$$

Параметры системы, соответствующей упрощенной модели:

$$T^{(2)} = 10^{-5} \cdot \begin{bmatrix} 3.22 & 3.22 \\ -0.81 & 0.81 \end{bmatrix}, \quad F^{(2)} = \begin{bmatrix} 692 & -173 \\ 692 & 173 \end{bmatrix},$$

$$R_1^{(2)}(s) = \frac{2,6 \cdot 10^5 s^2 + 4,9 \cdot 10^6 s + 8,1 \cdot 10^7}{s^3 + 2003s^2 + 1 \cdot 10^4 s + 6,7 \cdot 10^6},$$

$$R_2^{(2)}(s) = \frac{3,6 \cdot 10^6 s^2 + 3,1 \cdot 10^8 s + 1,9 \cdot 10^{10}}{s^3 + 2004s^2 + 5,8 \cdot 10^4 s + 1 \cdot 10^8}.$$

Третья рассмотренная система управления получена из второй оптимизацией коэффициентов усиления в контурах управления на реальном объекте, поскольку изначально во второй системе управления коэффициенты усиления подобраны таким образом, чтобы система работала для модели объекта с упрощенной моделью пьезоэлементов.

На рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) балки с управлением вблизи первого и второго резонансов для всех созданных систем управления (кривая 1 — без управления). В качестве отслеживаемой переменной выступает интегральная величина, характеризующая интенсивность колебаний балки в установившемся режиме:

$$E = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l |w(x, t)|^2 dl}.$$

Из рис. 3 видно, что система № 1 (кривая 2) обеспечивает качественное гашение резонансных колебаний балки как на первом, так и на втором резонансе (снижение амплитуды на 15,9 и 16,2 дБ соответственно), в отличие от № 2 (кривая 3, снижение на 4,3 и 4,8 дБ). Оптимизация коэффициентов усиления в системе № 2 значительно повышает ее эффективность (снижение 11,2 и 13,2 дБ), однако полученная система № 3 (кривая 4) уступает № 1. Это означает, что при проектировании системы управления не следует пользоваться упрощенной моделью сенсоров и актюаторов, так как рассмотренное упрощение приводит к значительному снижению эффективности создаваемой системы управления.

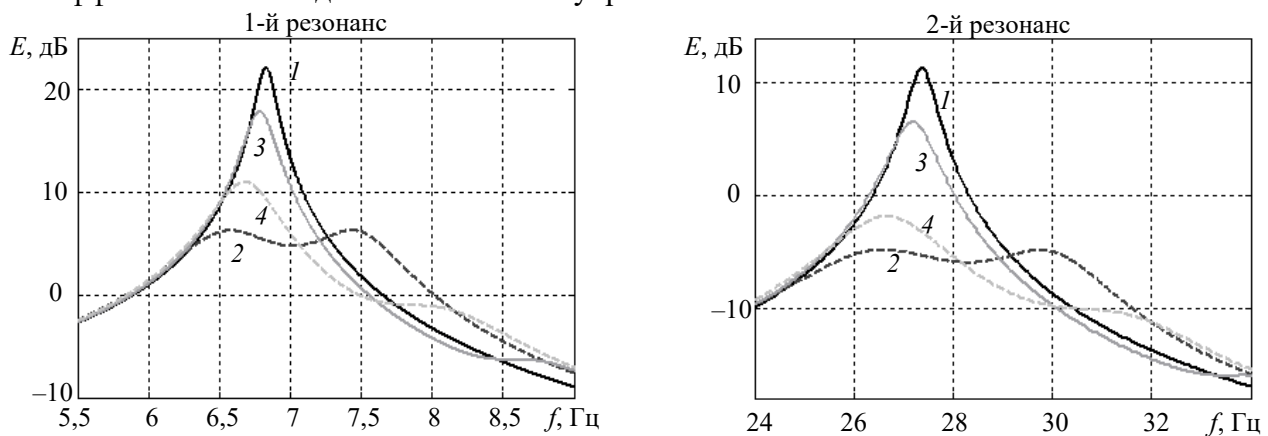


Рис. 3

Заключение. В настоящей работе численно решена задача о гашении вынужденных изгибных колебаний шарнирно-опертой металлической балки с помощью пьезоэлектрических сенсоров и актюаторов. Синтез модальных систем управления осуществлялся методом ЛАХ с использованием оптимизации параметров передаточных функций в контурах обратной связи. При этом использовалась одна из двух моделей пьезоэлементов: либо полная, либо упрощенная, не учитывающая влияния данных элементов на упругие свойства балки. Показано, что указанное упрощение приводит к существенному снижению эффективности создаваемой системы управления, при этом эффект может быть несколько ослаблен оптимизацией коэффициентов усиления в контурах управления полученной системы на реальном объекте. Таким образом, результаты исследования указывают на необходимость использования при синтезе системы управления полной модели пьезоэлементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Biglar M., Gromada M., Stachowicz F., Trzepiecinski T. Optimal configuration of piezoelectric sensors and actuators for active vibration control of a plate using a genetic algorithm // *Acta Mech.* 2015. Vol. 226, N 10. P. 3451—3462.
2. Song Z.-G., Li F.-M., Carrera E., Hagedorn P. A new method of smart and optimal flutter control for composite laminated panels in supersonic airflow under thermal effects // *J. Sound and Vib.* 2018. Vol. 414. P. 218—232.
3. Федотов А. В. Численное моделирование гашения колебаний распределенной системы с помощью пьезоэлементов // *Науч.-техн. вед. СПбГПУ. Физ.-мат. науки.* 2019. Т. 12, № 1. С. 142—155.
4. Braghin F., Cinquemani S., Resta F. A new approach to the synthesis of modal control laws in active structural vibration control // *J. Vib. and Control.* 2012. Vol. 19, N 2. P. 163—182.
5. Canciello G., Cavallo A. Selective modal control for vibration reduction in flexible structures // *Automatica.* 2017. Vol. 75. P. 282—287.
6. Cinquemani S., Ferrari D., Bayati I. Reduction of spillover effects on independent modal space control through optimal placement of sensors and actuators // *Smart Mater. and Struct.* 2015. Vol. 24, N 8. P. 085006.
7. Polyanskiy V. A., Belyaev A. K., Smirnova N. A., Fedotov A. V. Influence of Sensors and Actuators on the Design of the Modal Control System // *Dynamics and Control of Advanced Structures and Machines.* Cham: Springer, 2019. P. 127—135.
8. Belyaev A. K., Fedotov A. V., Irschik H., Nader M., Polyanskiy V. A., Smirnova N. A. Experimental study of local and modal approaches to active vibration control of elastic systems // *Struct. Control and Health Monit.* 2018. Vol. 25, N 2. P. e2105.
9. Gould L. A., Murray-Lasso M. A. On the modal control of distributed parameter systems with distributed feedback // *IEEE Trans. on Autom. Control.* 1966. Vol. 11, N 4. P. 729—737.
10. Meirovitch L. *Dynamics and Control of Structures.* NY: Wiley, 1990.
11. Meirovitch L., Baruh H., Öz H. A comparison of control techniques for large flexible systems // *J. Guid. Control and Dyn.* 1983. Vol. 6, N 4. P. 302—310.
12. Беляев А. К., Полянский В. А., Смирнова Н. А., Федотов А. В. Процедура идентификации при модальном управлении распределенным упругим объектом // *Науч.-техн. вед. СПбГПУ. Физ.-мат. науки.* 2017. Т. 10, № 2. С. 69—81.
13. Preumont A. *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems.* Dordrecht: Springer, 2006.
14. Dorf R. C., Bishop R. H. *Modern Control Systems.* 12th ed. NJ: Prentice Hall, 2011.
15. Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeini A. *Feedback Control of Dynamic Systems.* 5th ed. NJ: Prentice Hall, 2006.

Сведения об авторе**Александр Васильевич Федотов**

— Институт проблем машиноведения РАН, лаборатория мехатроники; младший научный сотрудник; E-mail: alvafed@yandex.ru

Поступила в редакцию
22.10.19 г.**Ссылка для цитирования:** Федотов А. В. Применимость упрощенных моделей пьезоэлементов в задаче активного гашения колебаний // *Изв. вузов. Приборостроение.* 2020. Т. 63, № 2. С. 126—132.**APPLICABILITY OF SIMPLIFIED MODELS OF PIEZOELECTRIC ELEMENTS
IN THE PROBLEM OF ACTIVE VIBRATION DAMPING****A. V. Fedotov***Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, 199178, St. Petersburg, Russia
E-mail: ipmash.ran@gmail.com*

The proposed approach to the problem of active vibration suppression of a distributed elastic object involves defining the transfer functions for each feedback loop of the control system being created. These

functions are synthesized considering characteristics of the control object obtained either experimentally or numerically. An adequate model of the object is a key factor in the control system design since it allows one not only to obtain the object characteristics, but also to simulate the created system operation. The problem of active suppression of forced bending vibrations of a simply supported metal beam using piezoelectric sensors and actuators is analyzed. The objective of the study is to compare two different approaches to piezoelectric elements modeling during the process of creating the control system. The control laws synthesis is carried out using an optimization procedure, which allows selection of the optimal parameters of the filters that determine the transfer functions in the feedback loops of the created system. Results of the study demonstrate that application of a simplified model which does not accounts for the influence of the piezoelectric elements on the object vibrational modes, significantly reduces the vibration suppression efficiency. However, for real objects this effect may be reduced by optimizing the gain values in the control loops of the obtained systems.

Keywords: active vibration suppression, mechatronics, numerical model, sensors, actuators, piezoelectric elements, modal control

REFERENCES

1. Biglar M., Gromada M., Stachowicz F., Trzepieciniski T. *Acta Mech.*, 2015, no. 10(226), pp. 3451–3462.
2. Song Z.-G., Li F.-M., Carrera E., Hagedorn P. *J. Sound and Vib.*, 2018, vol. 414, pp. 218–232.
3. Fedotov A.V. *St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2019, no. 1(12), pp. 142–155. (in Russ.)
4. Braghin F., Cinquemani S., Resta F. *J. Vib. and Control*, 2012, no. 2(19), pp. 163–182.
5. Canciello G., Cavallo A. *Automatica*, 2017, vol. 75, pp. 282–287.
6. Cinquemani S., Ferrari D., Bayati I. *Smart Mater. and Struct.*, 2015, no. 8(24), pp. 085006.
7. Polyanskiy V.A., Belyaev A.K., Smirnova N.A., Fedotov A.V. *Dynamics and Control of Advanced Structures and Machines*, Cham, Springer, 2019, pp. 127–135.
8. Belyaev A.K., Fedotov A.V., Irschik H., Nader M., Polyanskiy V.A., Smirnova N.A. *Struct. Control and Health Monit.*, 2018, no. 2(25), pp. e2105.
9. Gould L.A., Murray-Lasso M.A. *IEEE Trans. on Autom. Control*, 1966, no. 4(11), pp. 729–737.
10. Meirovitch L. *Dynamics and Control of Structures*, NY, Wiley, 1990.
11. Meirovitch L., Baruh H., Öz H. *J. Guid. Control and Dyn.*, 1983, no. 4(6), pp. 302–310.
12. Belyaev A.K., Polyansky V.A., Smirnova N.A., Fedotov A.V. *St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2017, no. 2(10), pp. 69–81. (in Russ.)
13. Preumont A. *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Dordrecht, Springer, 2006.
14. Dorf R. C., Bishop R. H. *Modern Control Systems*, 12th ed. New Jersey, Prentice Hall, 2011.
15. Franklin G.F., Powell J.D., Emami-Naeini A. *Feedback Control of Dynamic Systems*, 5th ed. New Jersey, Prentice Hall, 2006.

Data on author

Alexander V. Fedotov

— Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS, Laboratory of Mechatronics; Junior Researcher;
E-mail: alvafed@yandex.ru

For citation: Fedotov A. V. Applicability of simplified models of piezoelectric elements in the problem of active vibration damping. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 2. P. 126—132 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-2-126-132