

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК НАСТРОЙКИ КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛОВ КОГЕРЕНТНОЙ СИСТЕМЫ НА ОЦЕНКУ ПАРАМЕТРОВ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

С. И. ЗИАТДИНОВ, С. В. МИЧУРИН

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
190000, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kaf53@guap.ru*

Рассматриваются особенности измерения амплитуды и частоты комплексного сигнала на видеочастоте системой, выполненной в виде двух квадратурных каналов. Получены выражения для флуктуирующих амплитуды и частоты комплексного узкополосного случайного сигнала, учитывающие ошибки настройки системы обработки сигналов. Исследовано влияние практически неизбежных амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов. Представлены выражения для ошибок измерения параметров комплексного сигнала в случаях неравенства коэффициентов передачи квадратурных каналов и отклонения опорных напряжений от девяноста градусов при преобразовании на видеочастоту входных радиосигналов. Определены требования к качеству настройки квадратурных каналов с учетом возникающих ошибок измерения амплитуды и частоты комплексного сигнала. Полученные результаты могут быть использованы при построении и исследовании когерентных систем обработки сигналов.

Ключевые слова: *ошибки настройки, комплексный сигнал, измерение параметров, амплитуда, частота*

Введение. При построении когерентных систем обработки сигналов, таких как обнаружители и измерители параметров сигналов, систем селекции движущихся целей (СДЦ), систем автоматического сопровождения по дальности, угловым координатам и скорости в большинстве практических случаев используется преобразование принимаемых высокочастотных радиосигналов в видеочастоту [1—6]. Данное преобразование осуществляется с помощью пары преобразователей (квадратурных каналов) со сдвинутыми по фазе на девяноста градусов опорными напряжениями. В результате на видеочастоте формируется комплексный сигнал в виде двух комплексно сопряженных (квадратурных) составляющих, с использованием которых решаются все задачи обработки сигналов.

Постановка задачи. Реализовать квадратурные каналы с абсолютно одинаковыми характеристиками на практике не представляется возможным. Каналы могут иметь различные коэффициенты передачи, а фазовый сдвиг используемых опорных напряжений может отличаться от 90°. Эти погрешности приводят к ошибкам оценки таких важнейших параметров комплексного сигнала, как амплитуда и частота, снижению качества работы системы СДЦ, систем автоматического сопровождения. В настоящей статье исследуется влияние погрешностей

реализации квадратурных каналов когерентной системы на оценку амплитуды и частоты комплексного сигнала.

Модель комплексного сигнала. С учетом возможных ошибок настройки представим выходные сигналы квадратурных каналов парой комплексно сопряженных (квадратурных) составляющих [7, 8]:

$$\begin{aligned}x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] = U(t) \cos \varphi(t); \\y(t) &= kU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi] = kU(t) \sin[\varphi(t) + \Delta\varphi].\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь $U(t)$ и $\varphi_0(t)$ — флуктуирующие амплитуда и начальная фаза сопряженных сигналов; ω_0 — средняя частота; $k=1+\Delta k$, Δk — отклонение коэффициентов передачи квадратурных каналов; $\Delta\varphi$ — отклонение фазовых сдвигов опорных напряжений от 90° ; $\varphi(t)=\omega_0 t + \Delta\varphi$.

При точной настройке квадратурных каналов в выражении (1) необходимо положить $\Delta k=0$ и $\Delta\varphi=0$, в то время как на практике $\Delta k \neq 0$ и $\Delta\varphi \neq 0$.

Рассмотрим отдельно влияние ошибок настройки квадратурных каналов Δk и $\Delta\varphi$ на оценку амплитуды $U(t)$ и частоты $\omega(t)=d\varphi(t)/dt$ комплексного сигнала (1).

Влияние отклонения коэффициентов передачи квадратурных каналов на оценку амплитуды комплексного сигнала. В рассматриваемом случае, когда $\Delta k \neq 0$, $\Delta\varphi=0$, сопряженные сигналы (1) принимают вид [9]:

$$\begin{aligned}x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)]; \\y(t) &= kU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)].\end{aligned}\quad (2)$$

Квадрат амплитуды комплексного сигнала $z(t)=u_x(t)+ju_y(t)$ может быть найден из соотношения

$$U_z^2(t) = u_x^2(t) + u_y^2(t) = U^2(t) \{ \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 + k^2 U^2(t) \{ \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2. \quad (3)$$

С учетом того, что $k=1+\Delta k$, выражение (3) принимает вид

$$\begin{aligned}U_z^2(t) &= U^2(t) \{ \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 + U^2(t) \{ \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 + \\&+ 2\Delta k U^2(t) \{ \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 + \Delta k^2 U^2(t) \{ \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 = \\&= U^2(t) \{ 1 + (2\Delta k + \Delta k^2) \{ \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 \}.\end{aligned}\quad (4)$$

Используя известное соотношение $\sin^2 x = 0,5(1 - \cos 2x)$, (4) можно записать следующим образом:

$$U_z^2(t) = U^2(t) \{ 1 + 0,5(2\Delta k + \Delta k^2) \{ 1 - \cos \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \} \}. \quad (5)$$

Из соотношения (5) видно, что амплитудное рассогласование Δk квадратурных каналов приводит к ошибке оценки амплитуды комплексного сигнала:

$$\Delta U(t) = U(t) - U_z(t) = U(t) \{ 1 - \sqrt{1 + (\Delta k + 0,5\Delta k^2) \{ 1 - \cos \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \} } \}. \quad (6)$$

Поскольку $\Delta k \ll 1$, с учетом разложения квадратного корня в биномиальный ряд [10, 11] выражение (6) можно упростить

$$\Delta U(t) = U(t) \{ 1 - \sqrt{1 + \Delta k \{ 1 - \cos \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \} } \} \approx \Delta k U(t) \sin^2[\omega_0 t + \varphi_0(t)],$$

тогда максимальное значение ошибки $\Delta U_{\max} \approx \Delta k U(t)$ пропорционально величине амплитудного рассогласования каналов Δk .

Согласно полученным соотношениям, ошибка оценки амплитуды комплексного сигнала (2), вызванная амплитудным рассогласованием квадратурных каналов, не только является флуктуирующей функцией времени, но и содержит колебательную составляющую с частотой сигнала ω_0 . При точной настройке квадратурных каналов, когда $\Delta k=0$, ошибка оценки амплитуды равна нулю.

Влияние отклонения коэффициентов передачи квадратурных каналов на оценку частоты комплексного сигнала. Согласно [12, 13], частоту сигнала можно оценить с помощью соотношения

$$\omega_z(t) = \left(u_x(t) \frac{du_y(t)}{dt} - u_y(t) \frac{du_x(t)}{dt} \right) / \left(u_x^2(t) + u_y^2(t) \right). \quad (7)$$

С учетом (2) производные в формуле (7) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{du_x(t)}{dt} &= \frac{dU(t)}{dt} \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right] \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]; \\ \frac{du_y(t)}{dt} &= k \frac{dU(t)}{dt} \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right] \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Знаменатель в выражении (7) определяется соотношением (5). После подстановки формул (8) и (5) в выражение для частоты (7) получим

$$\begin{aligned} \omega_z(t) &= \frac{kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \left\{ \frac{dU(t)}{dt} \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] + U(t) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right] \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \right\}}{U^2(t) \{1 + 0,5(2\Delta k + \Delta k^2)\} \{1 - \cos\{2[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}\}} \\ &\quad - \frac{kU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \left\{ \frac{dU(t)}{dt} \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right] \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \right\}}{U^2(t) \{1 + 0,5(2\Delta k + \Delta k^2)\} \{1 - \cos\{2[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}\}}. \end{aligned} \quad (9)$$

После несложных преобразований формула (9) приводится к виду

$$\omega_z(t) = \frac{(1 + \Delta k) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right]}{1 + (\Delta k + 0,5\Delta k^2) \{1 - \cos\{2[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}\}}.$$

С учетом того, что $\Delta k \ll 1$, можно записать

$$\omega_z(t) = \frac{(1 + \Delta k) \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right]}{1 + \Delta k \{1 - \cos\{2[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}\}}. \quad (10)$$

Согласно соотношению (10), при появлении амплитудного рассогласования Δk квадратурных каналов возникает ошибка оценки частоты комплексного сигнала:

$$\Delta\omega(t) = \omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} - \omega_z(t) = \left[\omega_0 + \frac{d\varphi_0(t)}{dt} \right] \left\{ 1 - \frac{(1 + \Delta k)}{1 + \Delta k \{1 - \cos\{2[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}\}} \right\}.$$

При $\Delta k \ll 1$ можно записать, что $\Delta\omega_{\max} \approx \Delta k \omega(t)$.

Из полученных результатов следует, что максимальная ошибка измерения частоты пропорциональна амплитудному рассогласованию квадратурных каналов. При точной настройке квадратурных каналов, когда $\Delta k = 0$, ошибка оценки частоты равна нулю.

Влияние фазового рассогласования квадратурных каналов на оценку амплитуды комплексного сигнала. Воспользуемся соотношениями (1) при $k=0$, $\Delta\varphi \neq 0$:

$$\begin{aligned} x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)]; \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi]. \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно выражению (3), квадрат амплитуды комплексного сигнала

$$\begin{aligned} U_z^2(t) &= u_x^2(t) + u_y^2(t) = \\ &= U^2(t) \{ \cos^2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} + U^2(t) \{ \sin^2[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi] \}^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Воспользуемся известным тригонометрическим выражением

$$\sin[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi] = \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \cos \Delta\varphi + \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \sin \Delta\varphi.$$

Тогда после несложных преобразований соотношение (12) приобретает вид

$$U_z^2(t) = U^2(t) \{ \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 (1 + \sin^2 \Delta\varphi) + \{ \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 \cos^2 \Delta\varphi + \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \sin \Delta\varphi \cos \Delta\varphi. \quad (13)$$

При малом фазовом рассогласовании $\Delta\varphi$ примем $\cos \Delta\varphi = 1$ и $\sin \Delta\varphi = \Delta\varphi$. В результате после несложных выкладок выражение (13) можно записать следующим образом:

$$U_z^2(t) = U^2(t) \{ 1 + \Delta\varphi^2 \{ \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}^2 + \Delta\varphi \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \} = \\ = U^2(t) \{ 1 + 0,5\Delta\varphi^2 + (\Delta\varphi - 0,5\Delta\varphi^2) \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \}.$$

С учетом малости фазового рассогласования $\Delta\varphi$ полученное выражение можно упростить

$$U_z^2(t) = U^2(t) \{ 1 + \Delta\varphi \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \} \} \quad (14)$$

или

$$U_z(t) = U(t) \sqrt{1 + \Delta\varphi \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}}.$$

Ошибка оценки амплитуды комплексного сигнала, вызванная фазовым рассогласованием квадратурных каналов, составит

$$\Delta U(t) = U(t) - U_z(t) = U(t) \{ 1 - \sqrt{1 + \Delta\varphi \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}} \},$$

при $\Delta\varphi \ll 1$

$$\Delta U(t) = 0,5\Delta\varphi U(t) \sin \{ 2[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \}.$$

Тогда максимальную ошибку измерения амплитуды можно определить соотношением $\Delta U_{\max} \approx 0,5\Delta\varphi U(t)$. В результате видно, что максимальная ошибка измерения амплитуды пропорциональна величине фазового рассогласования каналов.

Влияние фазового рассогласования $\Delta\varphi$ квадратурных каналов на оценку частоты комплексного сигнала. Воспользуемся алгоритмом (7) для оценки частоты комплексного сигнала, в котором производные от комплексно сопряженных сигналов (11) будут иметь вид

$$\frac{du_x(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} \cos \varphi(t) - U(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} \sin \varphi(t); \quad (15) \\ \frac{du_y(t)}{dt} = \frac{dU(t)}{dt} \sin [\varphi(t) + \Delta\varphi] - U(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} \cos [\varphi(t) + \Delta\varphi],$$

где $\varphi(t) = \omega_0 t + \varphi_0(t)$.

После подстановки соотношений (14) и (15) в формулу (7), опустив несложные промежуточные преобразования, получим

$$\omega_z(t) = \omega(t) \frac{\cos \Delta\varphi}{1 + \Delta\varphi \sin \{ 2[\omega_0(t) + \varphi_0(t)] \}},$$

где $\omega(t) = \omega_0 + d\varphi_0(t)/dt$.

Из полученного соотношения видно, что при отсутствии фазового рассогласования квадратурных каналов ошибка измерения частоты комплексного сигнала равняется нулю. При $\Delta\varphi \neq 0$ ошибка измерения частоты

$$\Delta\omega(t) = \omega(t) - \omega_z(t) = \omega(t) \left\{ 1 - \frac{\cos \Delta\varphi}{1 + \Delta\varphi \sin \{ 2[\omega_0(t) + \varphi_0(t)] \}} \right\}.$$

При $\Delta\varphi \ll 1$ получим $\Delta\omega(t) = \Delta\omega_{\max} \approx 0,5\Delta\varphi^2 \omega(t)$. Таким образом, максимальная ошибка измерения частоты пропорциональна квадрату фазового рассогласования каналов.

Заключение. Наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов когерентной системы обработки сигналов обуславливает появление ошибок измерения как амплитуды, так и частоты комплексного сигнала, содержащих колебательную составляющую

с удвоенной частотой обрабатываемого сигнала. При незначительных отклонениях коэффициентов передачи квадратурных каналов максимальное значение ошибок измерения амплитуды и частоты оказывается пропорциональным величине отклонения коэффициентов передачи каналов.

Максимальная ошибка измерения амплитуды комплексного сигнала, вызванная фазовым рассогласованием квадратурных каналов, пропорциональна фазовому отклонению опорных напряжений. В то же время максимальная ошибка измерения частоты комплексного сигнала пропорциональна квадрату фазового рассогласования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фельдман Ю. И., Гидасов Ю. Б., Гомзин В. Н. Сопровождение движущихся целей. М.: Радио и связь, 1978. 287 с.
2. Бакулев П. А., Стенин В. М. Методы и устройства селекции движущихся целей. М.: Радио и связь, 1986. 286 с.
3. Бакулев П. А. Радиолокационные системы. М.: Радиотехника, 2004. 319 с.
4. Попов Д. И. Адаптивное подавление пассивных помех // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32—37.
5. Сеницын В. А., Сеницын Е. А. Построение цифровых фильтров адаптивных устройств селекции движущихся целей. СПб: БГТУ, 2009. 11 с.
6. Кокошкин А. В., Коротков В. А., Коротков К. В., Новичихин Е. П. Методы улучшения различимости объектов при наличии гидрометеоров // Журнал радиоэлектроники. 2015. № 10.
7. Зиатдинов С. И., Соколова Ю. В. Синтез комплексных дискретных фильтров // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2017. № 4. С. 12—19.
8. Зиатдинов С. И., Соколова Ю. В. Синтез комплексных дискретных фильтров на основе переходных характеристик // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 7. С. 641—647.
9. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1966. 678 с.
10. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1965. 310 с.
11. Цыпкин А. Г. Справочник по математике. М.: Наука. 1988. 431 с.
12. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио. 1969. 751 с.
13. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.

Сведения об авторах

- Сергей Ильич Зиатдинов** — д-р техн. наук, профессор; СПбГУАП, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf53@guap.ru
- Сергей Владимирович Мичурин** — д-р техн. наук, профессор; СПбГУАП, кафедра информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию
03.03.2020 г.

Ссылка для цитирования: Зиатдинов С. И., Мичурин С. В. Влияние ошибок настройки квадратурных каналов когерентной системы на оценку параметров комплексного сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 6. С. 495—500.

EFFECT OF ERRORS IN ADJUSTMENT OF QUADRATURE CHANNELS OF A COHERENT SYSTEM ON COMPLEX SIGNAL PARAMETERS ESTIMATION

S. I. Ziatdinov, S. V. Michurin

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
190000, St. Petersburg, Russia
E-mail: kaf53@guap.ru

Features of measuring complex signal amplitude and frequency in video frequency range by a system consisting of two quadrature channels are considered. Formulas for fluctuating amplitude and frequency of complex narrow-band random signal are derived with the account for errors in setting the signal processing system. The influence of practically unavoidable amplitude and phase misalignments of quadrature channels is studied. Expressions for errors in measuring parameters of a complex signal in cases of inequality in the transmission coefficients of quadrant channels and deviations of reference voltages from ninety degrees when converting input radio signals to video frequency are presented. Requirements to the quality of tuning of quadrature channels accounting for errors in measuring complex signal amplitude and frequency are determined. It is assumed that the presented results can be used in development and research of coherent signal processing systems.

Keywords: setting errors, complex signal, parameter measurement, amplitude, frequency

REFERENCES

1. Fel'dman Yu.I., Gidasov Yu.B., Gomzin V.N. *Soprovozhdeniye dvizhushchikhsya tseley* (Tracking Moving Targets), Moscow, 1978, 287 p. (in Russ.)
2. Bakulev P.A., Stenin V.M. *Metody i ustroystva seleksii dvizhushchikhsya tseley* (Methods and Devices for Moving Targets Selection), Moscow, 1986, 286 p. (in Russ.)
3. Bakulev P.A. *Radiolokatsionnyye sistemy* (Radar Systems), Moscow, 2004, 319 p. (in Russ.)
4. Popov D.I. *Tsifrovaya obrabotka signalov*, 2014, no. 4, pp. 32–37. (in Russ.)
5. Sinitsyn V.A., Sinitsyn E.A. *Postroyeniye tsifrovyykh fil'trov adaptivnykh ustroystv seleksii dvizhushchikhsya tseley* (Construction of Digital Filters for Adaptive Devices for Moving Target Selection), St. Petersburg, 2009, 11 p. (in Russ.)
6. Kokoshkin A.V., Korotkov V.A., Korotkov K.V., Novichikhin E.P. *Zhurnal radioelektroniki*, 2015, no. 10. (in Russ.)
7. Ziatdinov S.I., Sokolova Yu.V. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2017, no. 4, pp. 12–19. (in Russ.)
8. Ziatdinov S.I., Sokolova Yu.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2017, no. 7(60), pp. 641–647. (in Russ.)
9. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* (Statistical Radio Engineering), Moscow, 1966, 678 p. (in Russ.)
10. Piskunov N.S. *Differentsial'noye i integral'noye ischisleniya* (Differential and Integral Calculus), Moscow, 1965, vol. 2, 310 p. (in Russ.)
11. Tsyarkin A.G. *Spravochnik po matematike* (Mathematical Manual), Moscow, 1988, 431 p. (in Russ.)
12. Levin B.R. *Teoreticheskiye osnovy statisticheskoy radiotekhniki* (Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering), Moscow, 1969, 751 p. (in Russ.)
13. Tikhonov V.I. *Statisticheskii analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i system* (Statistical Analysis and Synthesis of Radio Engineering Devices and Systems), Moscow, 1991, 608 p. (in Russ.)

Data on authors

- Sergey I. Ziatdinov** — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Information and Network Technologies;
E-mail: kaf53@guap.ru
- Sergey V. Michurin** — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Information and Network Technologies

For citation: Ziatdinov S. I., Michurin S. V. Effect of errors in adjustment of quadrature channels of a coherent system on complex signal parameters estimation. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 6. P. 495–500 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-6-495-500