

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАНДАРТОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ ОЦЕНКАХ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Б. П. ТИМОФЕЕВ, М. В. АБРАМЧУК

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: timborp@rambler.ru*

Применяется вероятностный подход к определению точности зубчатой передачи на примере кинематической погрешности. Использование подхода на этапе проектирования механизма повышает точность прогнозирования качественных характеристик зубчатой передачи. Определяется кинематическая погрешность передачи согласно стандарту ГОСТ 1643-81, а также выводится формула для расчета функции кинематической погрешности передачи с учетом амплитуд и начальных фаз составляющих ее слагаемых. Для вероятностного расчета кинематической погрешности применяется метод статистических испытаний — метод Монте-Карло. Сравнение результатов эксперимента проводится с расчетом кинематической погрешности по ГОСТ 1643-81 для 5-й и 7-й степеней точности и для передаточных отношений от 1 до 8. Делаются выводы о неточностях в примечаниях в ГОСТ 1643 и возможностях пользования стандартом.

Ключевые слова: стандарты, кинематическая точность, зубчатые передачи, зубчатые колеса, ГОСТ 1643-81, метод Монте-Карло, кинематическая погрешность

Введение. Требования потребителя и заказчика к качеству продукции могут существенно различаться. Для эффективных взаимоотношений между заказчиком, потребителем и производителем необходимы документы, регламентирующие требования каждой из сторон. В таком качестве могут выступать стандарты разных уровней или определенные договоренности сторон.

Другой аспект неоднозначности качества — его вероятностный характер. Невозможно говорить о качестве в отрыве от вероятности. Например, срок службы изделия возможно определить лишь с какой-то долей вероятности. Этими вопросами занимается теория надежности, основанная, прежде всего, на статистических методах прогнозирования.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности применения вероятностных подходов к точности механизмов на этапе проектирования и при производстве. Это необходимо для более точного прогнозирования потребительских качеств продукта, что выгодно как производителю (поскольку позволяет просчитывать риски, связанные с браком), так и другим заинтересованным сторонам (поскольку позволяет произвести более глубокую, реалистичную оценку качества).

Зубчатые передачи, удовлетворяющие некоторому интегральному критерию, например по наибольшей кинематической погрешности и мертвому ходу, могут не удовлетворять каким-то другим требованиям, например, колеса могут не удовлетворять требованиям к поэлементным показателям точности. Это правило трудно использовать на практике не только потому, что точность передачи достаточно сложно проверить (например, с помощью кинематомера), но и по причине того, что зубчатые колеса после изготовления должны быть приняты заказчиком именно по показателям, указанным на чертеже, т.е. зубчатое колесо должно быть годным. Несмотря на то что при суммировании только амплитуд циклической составляющей не учитываются монтажные погрешности, использование таким образом базового стандарта

ГОСТ 1643-81 на практике дает возможность получить результаты, приемлемые по точности передач.

Введенный в 1981 г. ГОСТ 1643 безусловно устарел и нуждается в пересмотре, поскольку указанные там нормы точности относятся к рабочим осям, а используются в 100 % случаев как нормы для базовых осей. Согласно ЕСКД, нормы точности на чертежах могут быть указаны только относительно той оси, которая имеется на чертеже. На чертеже зубчатого колеса имеется только базовая ось. И на этом же чертеже указываются показатели точности из таблиц стандарта. При этом не только игнорируются монтажные погрешности, но даже не учитывается схема передачи, например, расположение опор относительно зубчатых колес.

Согласно примечанию 3 к таблице 6 стандарта, допуск на наибольшую кинематическую погрешность передачи при кратных между собою числах зубьев колес может быть сокращен на 25 % или более при селективной сборке передачи, исходя из расчета, т.е. в некоторых случаях авторы стандарта допускали различия в нормировании допусков на погрешности зубчатых колес на базовых осях в передаче, что, однако, не изменило общепринятой практики.

При этом очень важно, что никаких существенных просчетов в практике применения ГОСТ 1643-81 не наблюдалось. Это отнюдь не значит, что из двух колес, например, 7-й степени точности, всегда получалась передача 7-й степени точности независимо от схемы передачи, монтажных погрешностей, степени точности используемых подшипников и т.д.

В настоящей работе произведена проверка основных положений стандарта, т.е. вычисляется наибольшая кинематическая погрешность передачи при заданных в таблицах ГОСТ 1643-81 погрешностях входящих в нее зубчатых колес. Такая проверка экспериментально была проведена в 1980-х гг. [1] — замерялись погрешности колес в крупносерийном производстве, устанавливались законы распределения для каждой погрешности, после чего рассчитывалась точность передач и сравнивалась с измеренной [2, 3].

В настоящее время на предприятии в налаженном производстве (крупносерийном или массовом) затруднительно измерить параметры точности зубчатых колес и составленных из них передач, поэтому в настоящей работе использован метод математического моделирования (статистического эксперимента).

Описание метода. Вероятностные подходы к описанию качества широко используются на практике, в том числе при точностных расчетах (например, для расчета посадок).

По ГОСТ 1643-81 наибольшая кинематическая погрешность — это сумма слагаемых, но слагаемые не приводятся в таблицах непосредственно. Согласно принципам построения этого стандарта, два колеса шестой степени образуют передачу шестой степени, однако во многих случаях колеса с разным числом зубьев сложно или даже невозможно изготовить по одной степени точности. Например, при нарезании колес малой степени точности методом зубофрезерования доминирующее влияние на точность изделий оказывает кинематическая погрешность цепи деления-обкатки, да и получение колес высокой точности при малом числе зубьев затруднительно.

Метод Монте-Карло, или метод статистических испытаний, позволяет численно решать математические задачи при помощи моделирования случайных величин [4—6]. Его суть заключается в задании входных переменных как случайных величин с определенными законами распределения и проведении множественных точечных экспериментов с целью выявления подобного закона для конечной величины. В настоящей работе входными распределениями для вычисления наибольшей кинематической погрешности передачи являются: F_{P1} , F_{P2} — допуски на накопленную погрешность шага зубчатых колес передачи, f_{f1} , f_{f2} — допуск на погрешности профиля зуба зубчатых колес передачи; а также начальные фазы соответствующих функций: $\varphi_{0F_{P1}}$, $\varphi_{0F_{P2}}$ — накопленной погрешности шага первого и второго зубчатых колес

соответственно, $\varphi_{0f_{f1}}$, $\varphi_{0f_{f2}}$ — погрешности профиля зуба первого и второго зубчатых колес соответственно.

На величину кинематической погрешности зубчатых передач ощутимое влияние оказывают гармонические составляющие с частотами повторений k_1 , k_2 и k_z за период. Частоты повторений соответствуют: k_1 — числу оборотов шестерни, k_2 — числу оборотов колеса, k_z — числу входов зубьев в зацепление. Распределение всех начальных фаз в экспериментах принято равновероятным на отрезке от 0 до 2π . Это означает, что амплитуда и начальная фаза погрешностей частот k_1 , k_2 и k_z являются случайными.

В первой группе экспериментов распределения параметров F_{P1} , F_{P2} , f_{f1} , f_{f2} нормальные, вероятность попадания в интервал от величины, соответствующей допуску на параметр по пятой степени точности, до величины, соответствующей допуску на параметр по седьмой степени точности: $P = 0,9973$ (по правилу трех сигм).

Во второй группе экспериментов распределения параметров F_{P1} , F_{P2} , f_{f1} , f_{f2} равновероятные. Верхняя граница распределения соответствует допуску на параметр по седьмой степени точности, нижняя — допуску на параметр по пятой степени точности: $P = 1$. Так как стандарт не указывает нижней границы поля рассеяния случайных величин, в дальнейшем предполагается, что эта граница определяется по стандарту для колес на две степени точнее рассматриваемых.

Следующие параметры одинаковы для обеих групп проводимых экспериментов: модуль зубьев $m = 1$ —10 мм, передаточное отношение $i_{12} = 1$ —8, число зубьев первого зубчатого колеса $z_1 = 25$, все передачи эвольвентные, смещение исходного контура $x_i = 0$. Число итераций в каждом эксперименте $N=20\ 000$.

Функции кинематической погрешности F'_{i0r} передачи определяются по формуле:

$$F'_{i0r} = \frac{F_{Pr1}}{2} \sin\left(\frac{\varphi_1 z_2}{X} + \varphi_{0F_{P1}}\right) + \frac{F_{Pr2}}{2} \sin\left(\frac{\varphi_1 z_1}{X} + \varphi_{0F_{P2}}\right) + \frac{f_{fr1}}{2} \sin\left(\varphi_1 z_1 + \varphi_{0f_{f1}}\right) + \frac{f_{fr2}}{2} \sin\left(\varphi_1 z_1 + \varphi_{0f_{f2}}\right),$$

где F_{Pr1} , F_{Pr2} , f_{fr1} , f_{fr2} — удвоенные амплитуды соответствующих параметров точности; φ_1 — угол поворота первого (входного) зубчатого колеса; z_1 , z_2 — числа зубьев ведущего и ведомого зубчатых колес; X — общий наибольший делитель чисел зубьев ведущего и ведомого колес.

Обобщенные результаты расчетов приведены на рис. 1 (1 и 4 — минимальное и максимальное значения F'_{i0r} по ГОСТ 1643; 2 и 3 — минимальное и максимальное значения F'_{i0r} согласно приведенной выше формуле; 5 — математическое ожидание при расчете F'_{i0r} вероятностным методом).

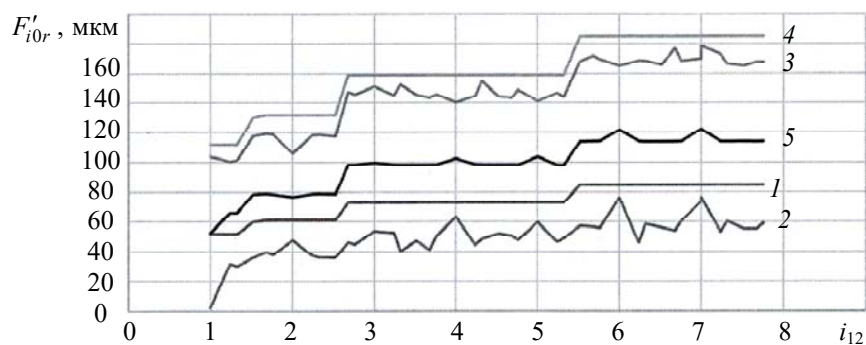


Рис. 1

Для каждого выбранного модуля зубьев, вида распределения входных величин, передаточного отношения построены гистограммы распределения наибольшей кинематической погрешности передачи. Рассмотрим результаты работы подробно на примере одного из таких случаев: модуль зубьев $m=3$ мм, передаточное отношение $i_{12}=4,68$, распределение входных величин нормальное, а начальных фаз — равновероятное в интервале $0—2\pi$.

Из рис. 2 видно, что распределение значений кинематической погрешности передачи в эксперименте приближено к нормальному (1). Вычисленные параметры распределения для данного случая: математическое ожидание $M=98,04$ мкм, среднеквадратическое отклонение $\sigma=13,07$ мкм, коэффициент асимметрии $\gamma_1=-0,02$, коэффициент эксцесса $\gamma_2=-0,11$. Двадцать процентов полученных в данном эксперименте значений наибольшей кинематической погрешности лежат в диапазоне $94,65—101,45$ мкм; сорок процентов — в $94,65—105,12$ мкм. Соотношение экспериментальных величин от эксперимента к эксперименту сохраняется схожим.

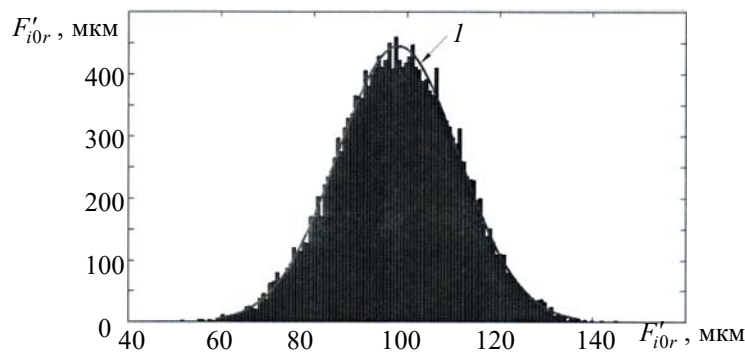


Рис. 2

Рассмотрим зависимости наибольшей кинематической погрешности передач от передаточного отношения (рис. 3, $m=3$ мм, нормальное распределение; 1 и 2 — значения F'_{i0r} по ГОСТ 1643 для степеней точности 5 и 7; 3 — математическое ожидание при расчете F'_{i0r} вероятностным методом). Значения по стандарту ГОСТ 1643-81 изменяются дискретно, поскольку исходными данными для их вычисления являются табличные значения отдельных погрешностей. Закономерно, что они возрастают с увеличением передаточного отношения.

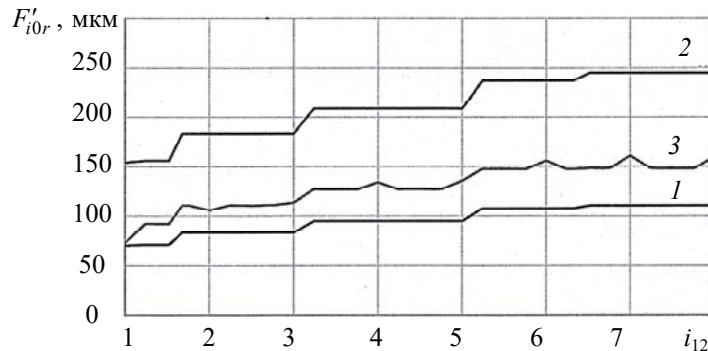


Рис. 3

Значения математического ожидания, полученные в эксперименте для наибольшей кинематической погрешности, повторяют ступенчатый характер величин по ГОСТ, однако при кратных передаточных отношениях наблюдаются отклонения от этого, при i_{12} , равных 1 и 2, — в сторону уменьшения, а при больших — в сторону увеличения. Таким образом, обнаружена неточность в примечании 3 к таблице 6 в ГОСТ 1643-81, поскольку авторы стандарта предлагают уменьшить допуск на наибольшую кинематическую погрешность передачи при передаточном отношении $i_{12}=3$, хотя из проведенных экспериментов следует, что наибольшая кинематическая погрешность в этом случае увеличивается.

Из рис. 4 видно, что результаты экспериментов при нормальном и равномерном распределениях совпадают (наибольшая кинематическая погрешность передачи при $m = 5$ мм, 2 и 3 — значения F'_{i0r} по ГОСТ 1643 для степеней точности 5 и 7; 1 и 4 — математическое ожидание при расчете F'_{i0r} при нормальном и равномерном распределениях).

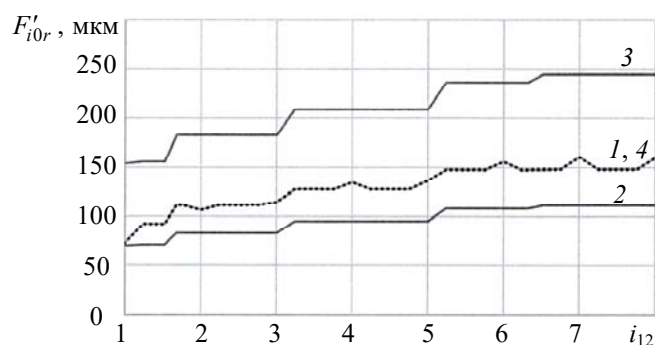


Рис. 4

В свете сказанного можно сделать следующие выводы:

- 1) модуль зубьев можно считать масштабным коэффициентом наибольшей кинематической погрешности при прочих равных условиях;
- 2) на основании построенных гистограмм статистического анализа легко определить вероятность попадания величины погрешности в любой заданный интервал;
- 3) можно утверждать, что авторы ГОСТ 1643-81 оставили некоторый запас точности для учета монтажных погрешностей. Однако он не основан на задании конструктивных особенностей передачи и точности выполнения ее незубчатых элементов (корпусов, опор, валов и т.д.);
- 4) проведенные исследования показали, что стандарт вполне может удовлетворять нуждам потребителя в процессе проектировочных расчетов, когда неизвестны не только рабочие размеры незубчатых элементов передач, но и схема передачи. Проверочный расчет должен производиться только при наличии рабочих чертежей всех элементов, причем возможность такого расчета заложена в стандарте ГОСТ 21098-82 (влияние торцевых и радиальных биений может быть рассмотрено только в связи с характером используемых зацеплений).

Заключение. Согласно базовому стандарту ГОСТ 1643-81, точность зубчатой передачи описывается кинематической точностью, нормами плавности и контакта, а также минимальным боковым зазором и допуском на него, т.е. в общем случае имеется от 5—6 до 8 составляющих точности. Введение этих составляющих позволяет обратить внимание при изготовлении передач для разных условий эксплуатации на разные показатели (силовые, контакта, бокового зазора, плавности, скоростные показатели и т.п.) Однако эти нормы не являются независимыми, поскольку появляются в одном техпроцессе. Поэтому при обновлении стандарта предстоит установить корреляцию между ними. Тут же отметим, что показатели бокового зазора фактически изменяют ранее определенных коэффициентов смещения при нарезании колес, поскольку эти величины имеют такой же порядок [7, 8].

ГОСТ 1643 обновлялся в 1946, 1956, 1972, 1981 г., нынешний документ действует уже 39 лет, в то время как работ, посвященных вопросам изменения стандарта, вышло немало, в том числе и у авторов настоящей статьи [9—12].

При пересмотре безусловно устаревшего ГОСТ 1643-81 следует, прежде всего, решить вопрос относительно нормирования параметров колес и передач в одном документе и учесть результаты математического эксперимента, приведенные в данной работе.

Таким образом, ГОСТ позволяет прогнозировать точность передач на этапе проектирования кинематической схемы механизма, когда еще нет рабочих чертежей механизма, и трудно учесть неточности, возникающие в незубчатых элементах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимофеев Б. П. Характеристики распределения погрешности передаточного отношения пары зубчатых колес (и простого ряда) // Изв. вузов. Машиностроение. 1985. № 3. С. 20—26.
2. Тимофеев Б. П., Дундин Н. И. Характеристики распределения погрешностей зубчатых колес приборов // Изв. вузов. Приборостроение. 1988. № 4. С. 42—46.
3. Дундин Н. И. Повышение точности зубчатых колес и передач навигационных приборов: дис. ... канд. техн. наук. Л., 1985. 323 с.
4. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1978. 64 с.
5. Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М.: Наука, 1965. 228 с.
6. Тимофеев Б. П. Прогнозирование точности зубчатых колес и передач приборов // Вибродиагностика качества механизмов приборов: Межвуз. сб. науч. тр. ЛИАП. 1987. Вып. 188. С. 18—21.
7. Куцоконь В. А. Расчет основных показателей точности мелко модульных цилиндрических зубчатых передач. Л., 1970. 40 с.
8. Тимофеев Б. П., Новиков Д. В. Комбинирование норм точности стандартных зубчатых передач // Стандарты и качество. 2013. № 5. С. 48—52.
9. Ломп А. В., Тимофеев Б. П. Статистические оценки показателей точности передач // Сборник тезисов докладов конгресса молодых ученых [Электронный ресурс]: <http://old.kmu.itmo.ru/collections_article/7658/statisticheskie_ocenki_pokazateley_tochnosti_peredach.htm>.
10. Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В. Нормы точности зубчатых колес и передач: нужен новый стандарт // Стандарты и качество. 2010. № 5. С. 60—63.
11. Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В. Проблемы совместимости новых российских стандартов с нормами ISO // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 6. С. 33—38.
12. Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В. К новому уровню точности отечественных зубчатых колес, передач и редукторов // Технология машиностроения. 2013. № 1. С. 64—68.

*Сведения об авторах***Борис Павлович Тимофеев**

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: timborp@rambler.ru

Михаил Владимирович Абрамчук

— канд. техн. наук; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; преподаватель; E-mail: abramchukmv@itmo.ru

Поступила в редакцию
25.02.2020 г.

Ссылка для цитирования: Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В. Использование стандартов при проектировочных оценках кинематической погрешности зубчатых передач // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 6. С. 555—561.

USING STANDARDS FOR DESIGN ESTIMATES OF THE KINEMATIC ERROR OF GEARS**Timofeev B. P., Abramchuk M. V.***ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: timborp@rambler.ru*

A probabilistic approach is applied to determining the accuracy of a gear using the example of tangential composite deviation. Using this approach at the design stage of the mechanism increases the accuracy of predicting the gear quality characteristics. The definition of the tangential composite deviation according to GOST 1643-81 is described, and a formula for calculating the tangential composite deviation function is derived with the account for amplitudes and initial phases of its constituent terms. For probabilistic calculation of the tangential composite deviation, the method of statistical tests – the Monte Carlo method is used. The experiment results are compared with the calculation of the tangential composite

deviation in accordance with GOST 1643-81 for the 5th and 7th degrees of accuracy and for transfer ratios from 1 to 8. Conclusions are drawn about inaccuracies in the notes in GOST 1643 and the possibilities of using the standard.

Keywords: standards, kinematic accuracy, gears, gears, GOST 1643-81, Monte Carlo method, tangential composite deviation

REFERENCES

1. Timofeev B.P. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 1985, no. 3, pp. 20–26. (in Russ.)
2. Timofeev B.P., Dundin N.I. *Journal of Instrument Engineering*, 1988, no. 4, pp. 42–46. (in Russ.)
3. Dundin N.I. *Povysheniye tochnosti zubchatykh kolei i peredach navigatsionnykh priborov* (Improving the Accuracy of Gears and Gears of Navigation Devices), Candidate's thesis, Leningrad, 1985, 323 p. (in Russ.)
4. Sobol' I.M. *Metod Monte-Karlo* (Monte Carlo Method), Moscow, 1978, 64 p. (in Russ.)
5. Golenko D.I. *Modelirovaniye i statisticheskiy analiz psevdosluchaynykh chisel na elektronnykh vychislitel'nykh mashinakh* (Modeling and Statistical Analysis of Pseudorandom Numbers on Electronic Computers), Moscow, 1965, 228 p. (in Russ.)
6. Timofeev B.P. *Vibrodiagnostika kachestva mekhanizmov priborov* (Vibrodiagnostics of the Quality of Instrument Mechanisms), Interuniversity collection of scientific papers, Leningrad, 1987, is. 188, pp. 18–21. (in Russ.)
7. Kutsokon' V.A. *Raschet osnovnykh pokazateley tochnosti melkomodul'nykh tsilindricheskikh zubchatykh peredach* (Calculation of Key Accuracy Indicators of Small-Module Spur Gears), Leningrad, 1970, 40 p. (in Russ.)
8. Timofeev B.P., Novikov D.V. *Standards and Quality*, 2013, no. 5, pp. 48–52. (in Russ.)
9. http://old.kmu.itmo.ru/collections_article/7658/statisticheskie_ocenki_pokazateley_tochnosti_peredach.htm. (in Russ.)
10. Timofeev B.P., Abramchuk M.V. *Standards and Quality*, 2010, no. 5, pp. 60–63. (in Russ.)
11. Timofeev B.P., Abramchuk M.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2012, no. 6(55), pp. 33–38. (in Russ.)
12. Timofeev B.P., Abramchuk M.V. *Tekhnologiya Mashinostroeniya*, 2013, no. 1, pp. 64–68. (in Russ.)

Data on authors

- Boris P. Timofeev** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: timborp@rambler.ru
- Mikhail V. Abramchuk** — PhD; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Lecturer; E-mail: abramchukmv@itmo.ru

For citation: Timofeev B. P., Abramchuk M. V. Using standards for design estimates of the kinematic error of gears. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 6. P. 555—561 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-6-555-561