
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.51
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-8-608-619

ТРАЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

ХОАНГ ДЫК ТХИНЬ, А. А. ПЫРКИН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.pyrkin@gmail.com*

Рассматривается задача управления движением мобильного робота вдоль заданной гладкой траектории с желаемой скоростью в условиях неопределенности математической модели. Предложены два алгоритма определения минимального расстояния от робота до траектории: точное аналитическое вычисление и нелинейный наблюдатель, гарантирующий сходимость оценки к истинному значению за сколь угодно малое время. Представлен алгоритм управления движением на основе метода последовательного компенсатора, обеспечивающего ограниченность отклонений робота от заданной траектории.

Ключевые слова: робастное управление, траекторное управление, мобильный робот

Введение. Работа посвящена системе управления движением мобильного робота по заданной гладкой траектории. Предполагается, что математическая модель движения робота содержит неизвестные параметры, а функция, описывающая траекторию движения, может быть трансцендентной (не имеющей аналитического решения для обратной функции). Такая постановка задачи актуальна и достаточно сложна.

Простейший метод, используемый при синтезе регуляторов траекторного управления, — „слежение за морковью“ [1, 2]: на расстоянии взгляда в качестве мгновенной точки цели („точка моркови“) выбирается ближайшая точка траектории. Управляющее воздействие может быть определено с помощью пропорционального регулятора по рассогласованию, представляющему разницу между направлением движения транспортного средства и направлением на выбранную точку.

Самый популярный геометрический контроллер Pure pursuit [3—6] служит расширением метода „слежение за морковью“ [1, 2]: между транспортным средством и точкой назначения прокладывается сглаженная кривая, обеспечивающая плавное рулевое управление транспортным средством и уменьшающая колебательный характер движения при выходе на траекторию.

В методе Stanley регулятор [7] рулевого управления содержит два слагаемых: рассогласование между углом курса транспортного средства и ориентацией заданной траектории, а также дополнительную поправку по отклонению робота от траектории с учетом скорости движения.

Метод Model predictive control (MPC) предполагает использование специальной модели при прогнозировании требуемого управляющего входного сигнала для мобильного робота. В работе [8] предложен обобщенный прогнозный регулятор, предназначенный для миними-

зации значения функции затрат, содержащей ошибки между прогнозируемым и желаемым углами поворота. Этот способ был реализован позже [9, 10]. Видно, что построение регулятора MPC потребует больших вычислительных ресурсов, особенно при решении задачи оптимизации в реальном времени. Точность и надежность метода MPC при прогнозировании оптимального воздействия рулевого управления зависят от времени вычислений. Тем не менее, метод MPC реализован во многих приложениях [11—16].

Метод Sliding mode control (SMC) использует стратегию быстрого переключения, чтобы управлять и поддерживать движение системы к выбранной скользящей поверхности. Однако из-за быстрого переключения вибрация в управляющем сигнале неизбежна, что может привести к серьезным повреждениям привода и оборудования, потере энергии и нежелательным помехам [17, 18].

Геометрический метод синтеза алгоритмов управления активно развивался в работах И. В. Мирошника и его учеников [19—23]. Он предусматривает нелинейное преобразование модели движения робота к системе задачно-ориентированных координат (s, e) , такой подход дает возможность свести сложную многоканальную задачу управления к ряду простых задач компенсации линейных и угловых отклонений, а затем с помощью методов нелинейной стабилизации найти адекватные законы управления.

Существуют подходы к синтезу следящей системы на основе эталонной модели [24, 25]. В такой системе траектория задается некоторой функцией, зависящей от времени. На практике такая формулировка задачи приводит к проблемам, связанным с отставанием или опережением движения объекта от заданной программы, вызванными параметрическими неопределенностями или внешними возмущениями. Для преодоления этой проблемы можно параметризовать желаемую траекторию движения не временем, а длиной пути и ввести в модель системы динамику движения этого параметра [24]. Данный метод легко реализует движение вдоль полиномиальных кривых, что позволяет лучше спланировать траекторию движения и обеспечить большую точность следования вдоль нее, но результирующий регулятор имеет достаточно громоздкий вид.

В настоящей работе предлагается новый способ вычисления минимального расстояния от робота до заданной траектории, которая представляется гладкой кривой. Предложен основанный на методе последовательного компенсатора робастный регулятор, обеспечивающий с заданной точностью решение задачи движения робота вдоль траектории с ограниченной ошибкой, максимальное значение которой может регулироваться с помощью настроечных параметров.

Обобщенная постановка задачи. Рассматривается мобильный робот, движущийся на плоскости с координатами $(x(t), y(t))$, и непрерывная траектория, которая может быть представлена гладкой кривой

$$S: y_s = \varphi(x_s),$$

где (x_s, y_s) — координаты некоторой точки, принадлежащей этой кривой (рис. 1).

Допущение 1. Линейная и угловая скорости движения робота ограничены $|V| \leq V_{\max}$, $|\omega| \leq \omega_{\max}$.

Допущение 2. Кривизна траектории S во всем ее протяжении ограничена

$$\xi = \frac{1}{R} \leq \xi_{\max},$$

где ξ — кривизна траектории, R — радиус кривизны в точке кривой S .

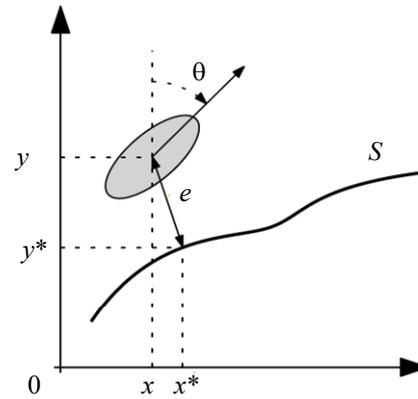


Рис. 1

Требуется разработать алгоритм траекторного управления мобильным роботом в условиях неопределенности. Регулятор должен обеспечивать отклонение от траектории не более заданного значения ϵ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq \epsilon, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |V^* - V(t)| = 0, \quad (1)$$

где $e(t)$ — минимальное расстояние от робота до кривой, ϵ — допустимое отклонение робота от траектории, V^* — заданная скорость движения.

Математическая модель движения робота. Положение и ориентация робота на плоскости определяются линейными координатами (x, y) в системе координат, связанной с Землей, и углом рысканья θ .

Кинематическая модель движения робота описывается следующими уравнениями:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где ω — угловая скорость робота, (v_x, v_y) — вектор линейных скоростей робота в абсолютной системе координат, связанный с вектором скоростей в продольном и поперечном направлениях движения робота:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = T(\theta) \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где (V_x, V_y) — вектор линейных скоростей робота в продольном и поперечном направлениях в системе координат, связанных с курсовым углом; $T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ — матрица поворота.

Динамическая модель движения робота описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x(t) &= -a_x V_x(t) + b_x F_x(t), \\ \dot{V}_y(t) &= -a_y V_y(t) + b_y F_y(t), \\ \dot{\omega}(t) &= -a_\omega \omega(t) + b_\omega M(t), \end{aligned} \quad (4)$$

где $a_x, a_y, a_\omega, b_x, b_y, b_\omega$ — постоянные параметры, значения которых неизвестны, при этом $a_x, a_y, a_\omega \in [a_{\min}, a_{\max}]$, $b_x, b_y, b_\omega \in [b_{\min}, b_{\max}]$; F_x, F_y и M — действующие на мобильный робот обобщенные силы и момент, развиваемые двигателями, например, колесами.

Определение минимального расстояния от робота до заданной траектории. Пусть находящаяся на кривой S точка (x^*, y^*) является ближайшей к текущему положению робота (x, y) .

Утверждение 1. Расстояние от робота до кривой определяется выражением

$$e(x^*) = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2}, \quad (5)$$

где координаты точки (x^*, y^*) удовлетворяют соотношениям:

$$x^* = \arg \left\{ (x^* - x) + (\varphi(x^*) - y) \frac{\partial \varphi(x_s)}{\partial x_s} \Big|_{x_s=x^*} = 0 \right\}, \quad y^* = \varphi(x^*) \quad (6)$$

Доказательство. Расстояние от робота до некоторой точки (x_s, y_s) , лежащей на кривой, определяется соотношением

$$e(x_s) = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2} = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - \varphi(x_s))^2}.$$

Функция $e(x_s)$ принимает минимальное значение в точке $x_s = x^*$, следовательно, первая производная функции $e(x_s)$ в точке $x_s = x^*$ равняется нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e(x_s)}{\partial x_s} \Big|_{x_s=x^*} &= \frac{1}{2} \left((x - x^*)^2 + (y - \varphi(x^*))^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \left(2(x - x^*) - 2(y - \varphi(x^*)) \frac{\partial \varphi(x_s)}{\partial x_s} \Big|_{x_s=x^*} \right) \\ &= \frac{x^* - x + (\varphi(x^*) - y) \frac{\partial \varphi(x_s)}{\partial x_s} \Big|_{x_s=x^*}}{\sqrt{(x^* - x)^2 + (\varphi(x^*) - y)^2}} = 0, \end{aligned}$$

откуда следует (5), что и требовалось доказать.

Замечание. Для некоторых видов кривой S выражение (6) может иметь аналитическое решение. В Приложении представлены примеры вычисления минимального расстояния от робота до прямой линии и окружности.

Если выражение (6) не имеет аналитического решения, то расстояние от робота до кривой может быть восстановлено с помощью нелинейного наблюдателя, представленного в следующем Утверждении.

Утверждение 2. Нелинейный наблюдатель вида

$$\hat{e} = \sqrt{(x - z)^2 + (y - \varphi(z))^2},$$

$$\dot{z} = -\gamma \rho H(z, x, y),$$

$$\rho = \text{sign} \left(\frac{\partial H(x_s, x, y)}{\partial x_s} \right),$$

$$H(z, x, y) = z - x + (\varphi(z) - y) \frac{\partial \varphi(z)}{\partial z},$$

с настроечным параметром $\gamma > 0$ обеспечивает выполнение условий

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x^* - z(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}(t) - e(t) = 0.$$

Доказательство. В основе доказательства лежит допущение 2. При ограниченной кривизне траектории существует точка с координатами (x^*, y^*) , ближайшая к роботу, для которой гладкая функция расстояния от робота до траектории имеет явный минимум. При этом первая производная этой функции по аргументу z будет представлять собой монотонную функцию относительно координаты x_s . Аналогичные рассуждения можно сделать и для функции квадрата расстояния, поскольку функция $e(x_s)$ положительно определенная. Для наглядности на рис. 2 представлен примерный вид функций $e^2(x_s)$ и $H(x_s) = \frac{\partial e(x_s)}{\partial x_s} e(x_s) = \frac{\partial e^2(x_s)}{\partial x_s}$ для траектории, удовлетворяющей допущению 2, и фиксированных значений x и y .

Заметим также, что $H(x_s)|_{x_s=x^*} = 0$, при этом если функция $H(x_s)$ возрастающая, то $\frac{\partial H(x_s, x, y)}{\partial x_s} > 0$ и $\rho = 1$. Если $H(x_s)$ убывающая, то $\frac{\partial H(x_s, x, y)}{\partial x_s} < 0$ и $\rho = -1$. Поскольку аналитический вид функции $\varphi(x_s)$ известен заранее, то нетрудно найти вид функции $H(x_s)$, а также знак ее производной ρ .

Рассмотрим вспомогательную переменную

$$\tilde{z} = x^* - z$$

и, полагая, что x^* — медленно меняющаяся переменная ($\dot{x}^* \approx 0$), вычислим производную переменной \tilde{z} :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= \gamma\rho H(z, x, y) = -\gamma\rho \underbrace{H(x^*, x, y)}_{=0} + \gamma\rho H(\underbrace{x^* - \tilde{z}}_{=z}, x, y) = \\ &= -\gamma\rho \left[H(x^*, x, y) - H(x^* - \tilde{z}, x, y) \right]. \end{aligned}$$

Выберем функцию Ляпунова:

$$V = \tilde{z}^2.$$

Вычислим ее производную по времени и с учетом монотонности функции $H(x_s)$ получим

$$\dot{V} = 2\tilde{z}\dot{\tilde{z}} = -2\gamma\rho \underbrace{\left[H(x^*, x, y) - H(x^* - \tilde{z}, x, y) \right]}_{>0} \tilde{z} < 0,$$

откуда следует, что переменная \tilde{z} асимптотически стремится к нулю.

Далее получим для $e(t) - \hat{e}(t)$:

$$\begin{aligned} e(t) - \hat{e}(t) &= \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2} - \sqrt{(x - z)^2 + (y - \varphi(z))^2} = \\ &= \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - \varphi(x^*))^2} - \sqrt{(x - (x^* - \tilde{z}))^2 + (y - \varphi(x^* - \tilde{z}))^2}, \end{aligned}$$

откуда следует асимптотическая сходимость к нулю ошибки оценивания, что и требовалось доказать.

Синтез алгоритма управления движением. Алгоритм управления траекторным движением вдоль траектории S сформулируем следующим образом.

1. Найти ближайшую точку от робота до кривой с координатами (x^*, y^*) , удовлетворяющую условию (6): вычислить (см. Приложение) или оценить (см. Утверждение 2).

2. Определить расстояние e от робота до кривой по формуле (5) или оценить (см. Утверждение 2).

3. Определить угол ориентации касательной к кривой S в точке (x^*, y^*) . Поскольку

$\operatorname{tg} \sigma = \left. \frac{\partial \varphi(x_s)}{\partial x_s} \right|_{x_s=x^*}$, то значение этого угла можно вычислить по формуле:

$$\sigma = \operatorname{arctg} \left(\left. \frac{\partial \varphi(x_s)}{\partial x_s} \right|_{x_s=x^*} \right)$$

или воспользоваться алгоритмом оценивания, заменив x^* на оценку z .

Заметим, что выражение $\left. \frac{\partial \varphi(x_s)}{\partial x_s} \right|_{x_s=x^*}$ может быть дробно-рационального вида

$$\frac{m(x^*, y^*)}{n(x^*, y^*)},$$

в котором знаменатель может принимать нулевые значения. В этом случае необходимо воспользоваться функцией $\operatorname{atg}2()$, исключающей деление на нуль:

$$\sigma = \operatorname{atg}2(n(x^*, y^*), m(x^*, y^*)).$$

4. Установить угол рысканья равным углу ориентации касательной:

$$\theta^* = \frac{\pi}{2} - \sigma.$$

5. На основе модели (4) сформировать закон управления F_x по заданной скорости V^* , закон управления M по заданному углу рысканья θ^* .

6. Движение по курсу существенно быстрее поперечного движения робота, следовательно, робот будет достаточно быстро ориентирован параллельно касательной к кривой S . Закон управления F_y синтезировать из соображения движения робота в поперечном направлении на заданное расстояние e .

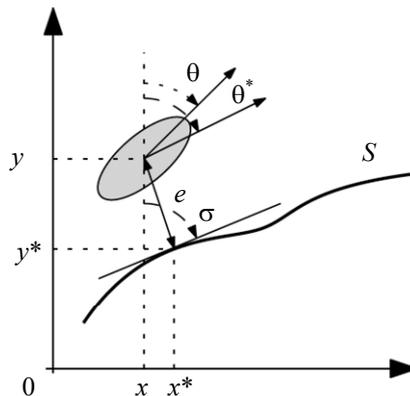


Рис. 2

При таком подходе движение в трех направлениях (продольном, поперечном и по углу рысканья) можно считать независимым с незначительным взаимным влиянием. Модели движения могут быть описаны с помощью передаточных функций (см. (2), (4)):

$$\theta = \frac{b_\omega}{p(p+a_\omega)} M, \quad V_x = \frac{b_x}{p+a_x} F_x, \quad e = \frac{b_y}{p(p+a_y)} F_y.$$

Законы управления F_x , F_y , M для каждого динамического канала при недоступности прямым измерениям производных от линейных и угловых отклонений можно сформировать, например, с помощью метода последовательного компенсатора [26—28]:

$$\begin{aligned} M &= k_\theta(p+1)\xi_\theta; \dot{\xi}_\theta = \sigma_\theta(-\xi_\theta + \tilde{\theta}), \\ F_x &= k_x(p+1)\xi_x; \dot{\xi}_x = \sigma_x(-\xi_x + \tilde{V}), \\ F_y &= k_y(p+1)\xi_y; \dot{\xi}_y = \sigma_y(-\xi_y + e), \end{aligned} \quad (6)$$

где $k_x, k_y, k_\theta, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_\theta$ — настроечные коэффициенты, $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$, $\tilde{V} = V - V^*$ — ошибки регулирования.

Заключение. В работе представлен алгоритм траекторного управления мобильным роботом в условиях неопределенности математической модели движения, основанный на методе последовательного компенсатора и обеспечивающий ограниченную ошибку ориентации и положения. Предложены два алгоритма определения минимального расстояния от текущего положения робота до заданной траектории: первый алгоритм аналитический, он дает точное значение мгновенного расстояния от робота до кривой, второй предполагает использование нелинейного наблюдателя, гарантирующего асимптотическую сходимость оценки кратчайшего расстояния от робота до кривой к истинному значению. В дальнейшем планируется проведение экспериментальных исследований такого подхода в реальных условиях с выявлением наилучших параметров закона управления.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пример 1. Пусть траектория движения робота является прямой линией, описываемой соотношением:

$$\varphi(x_s) = \mu x_s + v,$$

где $\mu, v \in R$ — некоторые константы.

Расстояние от робота до траектории равно:

$$e = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2} = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - \mu x^* - v)^2}.$$

Из условия

$$\frac{\partial e(x^*)}{\partial x^*} = \frac{-2(x - x^*) + 2\mu(y - \mu x^* - v)}{\sqrt{(x - x^*)^2 + (y - \mu x^* - v)^2}} = 0$$

вычислим координаты x^*

$$x^* = \frac{x - \mu v + \mu y}{\mu^2 + 1}$$

и y^*

$$y^* = \mu x^* + v = \frac{\mu x + \mu^2 y + v}{\mu^2 + 1}.$$

Далее нетрудно найти аналитическое выражение для траекторной ошибки

$$e = \sqrt{\left(x - \frac{x - \mu v + \mu y}{\mu^2 + 1}\right)^2 + \left(y - \frac{\mu x + \mu^2 y + v}{\mu^2 + 1}\right)^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\mu^2 + 1} \sqrt{(x + \mu^2 x - x + \mu v - \mu y)^2 + (y + \mu^2 y - \mu x - \mu^2 y - v)^2} \\
&= \frac{1}{\mu^2 + 1} \sqrt{\mu^2 (\mu x + v - y)^2 + (y - \mu x - v)^2} = \frac{|y - \mu x - v|}{\sqrt{\mu^2 + 1}}.
\end{aligned}$$

Пример 2. Пусть траектория движения робота представляет собой окружность радиуса R с центром в точке $C=(\mu, v)$:

$$(x_s - \mu)^2 + (y_s - v)^2 = R^2,$$

или в явном виде

$$\varphi(x_s) = \begin{cases} v + \sqrt{R^2 - (x_s - \mu)^2}, & y_s \geq v, \\ v - \sqrt{R^2 - (x_s - \mu)^2}, & y_s < v. \end{cases}$$

Пусть $y_s \geq v$, тогда для функции e имеем:

$$e = \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2} = \sqrt{(x - x_s)^2 + \left(y - v - \sqrt{R^2 - (x_s - \mu)^2}\right)^2}.$$

Из условия

$$\frac{\partial e(x^*)}{\partial x^*} = \frac{-2(x - x^*) + 2\left(y - v - \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2}\right) \frac{2(x^* - \mu)}{2\sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2}}}{\sqrt{(x - x^*)^2 + \left(y - \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2}\right)^2}} = 0$$

или

$$(x - x^*) \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2} - \left(y - v - \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2}\right) (x^* - \mu) = 0$$

найдем выражение для координат x^* :

$$x \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2} - (y - v)x^* + \mu \left(y - v - \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2}\right) = 0,$$

$$(x - \mu) \sqrt{R^2 - (x^* - \mu)^2} = (y - v)(x^* - \mu),$$

$$(x - \mu)^2 R^2 = (x^* - \mu)^2 \left((x - \mu)^2 + (y - v)^2\right),$$

$$x^* = \mu + \frac{R(x - \mu)}{\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2}}$$

и y^* :

$$y^* = v + \frac{R(y - v)}{\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2}}.$$

Далее нетрудно найти аналитическое выражение для вычисления траекторной ошибки

$$\begin{aligned}
 e &= \sqrt{\left(x - \mu - \frac{R(x - \mu)}{\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2}}\right)^2 + \left(y - v - \frac{R(y - v)}{\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2}}\right)^2} = \\
 &= \frac{\sqrt{(x - \mu)^2 \left(\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2} - R\right)^2 + (y - v)^2 \left(\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2} - R\right)^2}}{\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2}} = \\
 &= \left|\sqrt{(x - \mu)^2 + (y - v)^2} - R\right|.
 \end{aligned}$$

Аналогичные рассуждения позволяют вычислить отклонение e при $y_s < v$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rankin A., Crane C., Armstrong A., Nease A., and Brown H. E. Autonomous path planning navigation system used for site characterization // Proc. of the SPIE 10th Annual Aero Sense Symposium. Orlando, FL, Apr. 1996. Vol. 2738. P. 176—186.
2. Barton M. J. Controller Development and Implementation for Path Planning and Following in an Autonomous Urban Vehicle. The University of Sydney, 2001. 153 p.
3. Snider J. M. Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking. Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 2009.
4. Coulter R. C. Implementation of the Pure Pursuit Path Tracking Algorithm. Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 1990.
5. Elbanhawi M., Simic M., Jazar R. The Role of Path Continuity in Lateral Vehicle Control // Procedia Computer Science. 2015. Vol. 60. P. 1289—1298.
6. Raffo G. V., Gomes G. K., Normey-Rico J. E., Kelber C. R., Becker L. B. A predictive controller for autonomous vehicle path tracking // IEEE Trans. Intel. Trans. Syst. 2009. Vol. 10, N 1. P. 92—102.
7. Hoffmann G. M., Tomlin C. J., Montemerlo D., Thrun S. Autonomous Automobile Trajectory Tracking for Off-Road Driving: Controller Design, Experimental Validation and Racing // Proc. of the American Control Conf. 9—13 July 2007. P. 2296—2300.
8. Ollero A., Amidi O. Predictive Path Tracking of Mobile Robots. Application to the CMU Navlab // Proc. of 5th Intern. Conf. on Advanced Robotics. 1991. P. 1081—1086.
9. Ollero A., Arrue B. C., Ferruz J., Heredia G., Cuesta F., López-Pichaco F., Nogales C. Control and perception components for autonomous vehicle guidance. Application to the ROMEO vehicles // Control Eng. Pract. 1999. Vol. 10, N 7. P. 1291—1299.
10. Ollero A., García-Cerezo A., Martínez J. Fuzzy supervisory path tracking of mobile reports // Control Eng. Pract. 1994. Vol. 2, N 2. P. 313—319.
11. Raffo G. V., Gomes G. K., Normey-Rico J. E., Kelber C. R., Becker L. B. A predictive controller for autonomous vehicle path tracking // IEEE Trans. Intel. Trans. Syst. 2009. Vol. 1, N 10. P. 92—102.
12. Bayar G., Bergerman M., Koku A. B. Improving the trajectory tracking performance of autonomous orchard vehicles using wheel slip compensation // Biosystems Engineering. January 2016. Vol. 146, N 2. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2015.12.019.
13. Bayar G., Bergerman M., Koku A. B., Konukseven E. Localization and control of an autonomous orchard vehicle // Comput. Electron. Agric. 2015. Vol. 115. P. 118—128.
14. Tomatsu T., Nonaka K., Sekiguchi K., Suzuki K. Model predictive trajectory tracking control for hydraulic excavator on digging operation // 2015 IEEE Conf. on Control Applications (CCA). 21—23 Sept. 2015. P. 1136—1141.

15. Yamashita A. S., Alexandre P. M., Zanin A. C., Odloak D. Reference trajectory tuning of model predictive control // Control Eng. Pract. 2016. Vol. 50. P. 1—11.
16. Prodan I., Oлару S., Fontes F. A. C. C., Lobo Pereira F., Borges de Sousa J., Stoica Maniu C., Niculescu S.-I. Predictive Control for Path-Following. From Trajectory Generation to the Parametrization of the Discrete Tracking Sequences // Developments in Model-Based Optimization and Control: Distributed Control and Industrial Applications. Springer International Publishing, Cham, 2015. P. 161—181. DOI:10.1007/978-3-319-26687-9_8.
17. Canale M., Fagiato L., Ferrara A., Vecchio C. Comparing internal model control and sliding mode approaches for vehicle yaw control // IEEE Trans. Intell. Transp. Syst. 2009. Vol. 10, N 1. P. 31—41. DOI: 10.1109/TITS.2008.2006772.
18. Jung-Min Y., Jong-Hwan K. Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots // IEEE Trans. Robot. Autom. 1999. Vol. 15, N 3. P. 578—587.
19. Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001. 232 с.
20. Чепинский С. А., Мирошник И. В. Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2004. № 3(14). С. 4—10.
21. Капитанюк Ю. А., Чепинский С. А. Управление мобильным роботом по заданной кусочно-гладкой траектории // Гироскопия и навигация. 2013. № 2. С. 42—52.
22. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O. Trajectory motion control and coordination of multilink robots // Proc. of the 13th IFAC World Congress. San-Francisco, 1996. Vol. 29, N 1. P. 361—366. DOI:10.1016/S1474-6670(17)57688-0.
23. Бушувев А. Б., Исаева Е. Г., Морозов С. Н., Чепинский С. А. Управление траекторным движением многоканальных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 11. С. 50—56.
24. Breivik M., Fossen T. I. Principles of guidance-based path following in 2D and 3D // Proc. of the 44th IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conf. CDC-ECC '05. Seville, Spain, 2005. Vol. 2005. P. 627—634.
25. Lee T., Leok M., McClamroch N. H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. Atlanta, USA, 2010. P. 5420—5425.
26. Бобцов А. А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108—117.
27. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 118—129.
28. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Surov M., Shavetov S., Borisov O., Gromov V. Simple Output Stabilization Approach for Robotic Systems // Manufacturing Modelling, Management, and Control. 2013. Vol. 7, N 1. P. 1873—1878.

Сведения об авторах

Хоанг Дык Тхинь

— аспирант; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: hoangducthinh93@gmail.com

Антон Александрович Пыркин

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Поступила в редакцию
17.05.2021 г.

Ссылка для цитирования: Хоанг Дык Тхинь, Пыркин А. А. Траекторное управление мобильным роботом в условиях неопределенности // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 8. С. 608—619.

TRAJECTORY CONTROL OF A MOBILE ROBOT UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

Hoang Duc Thinh, A. A. Pyrkin

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia

E-mail: a.pyrkin@gmail.com

The problem of controlling the movement of a mobile robot along a given smooth trajectory with a desired speed under the conditions of uncertainty of the mathematical model is analyzed. Two approaches to determining the minimum distance from the robot to the trajectory are considered: an exact analytical calculation and application of a nonlinear observer which guarantees the convergence of current estimate to the true value in an arbitrarily short time. A motion control algorithm is presented based on the sequential compensator method, which ensures a limited deviations of the robot from a given trajectory.

Keywords: robust control, trajectory control, mobile robot

REFERENCES

- Rankin A., Crane C., Armstrong A., Nease A., and Brown H.E. *Proc. of the SPIE 10th Annual Aero Sense Symposium*, Orlando, FL Apr. 1996, vol. 2738, pp. 176–186.
- Barton M.J. *Controller Development and Implementation for Path Planning and Following in an Autonomous Urban Vehicle*, The University of Sydney, 2001.
- Snider J.M. *Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking*, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 2009.
- Coulter R.C. *Implementation of the Pure Pursuit Path Tracking Algorithm*, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 1990.
- Elbanhawi M., Simic M., Jazar R. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 60, pp. 1289–1298.
- Raffo G.V., Gomes G.K., Normey-Rico J.E., Kelber C.R., Becker L.B. *IEEE Trans. Intel. Trans. Syst.*, 2009, no. 1(10), pp. 92–102.
- Hoffmann G.M., Tomlin C.J., Montemerlo D., Thrun S. *Proceedings of the American Control Conference*, July 9–13, 2007, pp. 2296–230.
- Ollero A., Amidi O. *Proceedings of 5th International Conference on Advanced Robotics, ICAR, Robots in Unstructured Environments*, 1991, pp. 1081–1086.
- Ollero A., Arrue B.C., Ferruz J., Heredia G., Cuesta F., López-Pichaco F., Nogales C. *Control Eng. Pract.*, 1999, no. 7(10), pp. 1291–1299.
- Ollero A., García-Cerezo A., Martínez J. *Control Eng. Pract.*, 1994, no. 2(2), pp. 313–319.
- Raffo G.V., Gomes G.K., Normey-Rico J.E., Kelber C.R., Becker L.B. *IEEE Trans. Intel. Trans. Syst.*, 2009, no. 1(10), pp. 92–102.
- Bayar G., Bergerman M., Koku A.B. *Biosystems Engineering*, 2016, no. 2(146), DOI:10.1016/j.biosystemseng.2015.12.019.
- Bayar G., Bergerman M., Koku A.B., Konukseven E. *Comput. Electron. Agric.*, 2015, no. 115, pp. 118–128.
- Tomatsu T., Nonaka K., Sekiguchi K., Suzuki K. *2015 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Sept. 21–23, 2015, pp. 1136–1141.
- Yamashita A.S., Alexandre P.M., Zanin A.C., Odloak D. *Control Eng. Pract.*, 2016, vol. 50, pp. 1–11.
- Prodan I., Olaru S., Fontes F.A.C.C., Lobo Pereira F., Borges de Sousa J., Stoica Maniu C., Niculescu S.-I. *Developments in Model-Based Optimization and Control: Distributed Control and Industrial Applications*, Springer International Publishing, Cham, 2015, pp. 161–181, DOI:10.1007/978-3-319-26687-9_8.
- Canale M., Fagiano L., Ferrara A., Vecchio C. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2009, no. 1(10), pp. 31–41, DOI:10.1109/TITS.2008.2006772.
- Jung-Min Y., Jong-Hwan K. *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 1999, no. 3(15), pp. 578–587.
- Burdakov S.F., Miroshnik I.V., Stel'makov R.E. *Sistemy upravleniya dvizheniyem kolesnykh robotov (Motion Control Systems for Wheeled Robots)*, St. Petersburg, 2001, 232 p. (in Russ.)
- Chepinsky S.A., Miroshnik I.V. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2004, no. 3(14), pp. 4–10. (in Russ.)
- Kapitanyuk Yu.A., Chepinsky S.A. *Girokopiya i Navigatsiya*, 2013, no. 2, pp. 42–52. (in Russ.)
- Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. *13th IFAC World Congress Proceedings*, San-Francisco, 1996, no. 1(29), pp. 361–366, DOI:10.1016/S1474-6670(17)57688-0.
- Bushuev A.B., Isaeva E.G., Morozov S.N., Chepinsky S.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2009, no. 11(52), pp. 50–56. (in Russ.)
- Breivik M., Fossen T.I. *Proc. of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference, CDC-ECC '05, Seville, Spain, 2005*, vol. 2005, pp. 627–634.
- Lee T., Leok M., McClamroch N.H. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Atlanta, USA, 2010, pp. 5420–5425.
- Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2002, no. 11(63), pp. 1794–1802.
- Bobtsov A.A., Nikolaev N.A. *Automation and Remote Control*, 2005, no. 1(66), pp. 108–118.
- Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Surov M., Shavetov S., Borisov O., Gromov V. *Manufacturing Modelling, Management, and Control*, 2013, no. 1(7), pp. 1873–1878.

Data on authors

- Hoang Duc Thinh** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: hoangducthinh93@gmail.com
- Anton A. Pyrkin** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

For citation: Hoang Duc Thinh, Pyrkin A. A. Trajectory control of a mobile robot under conditions of uncertainty. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 8. P. 608—619 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-8-608-619