

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НАДВОДНЫМ СУДНОМ С АДАПТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Ф. Б. ГРОМОВА, А. Ю. ЖИВИЦКИЙ, О. И. БОРИСОВ, А. А. ПЫРКИН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: fbkarashaeva@itmo.ru*

Решена задача удержания заданного положения надводного судна в условиях действия синусоидальных возмущений с неизвестными параметрами. Предложенный алгоритм управления основан на геометрическом подходе с использованием адаптивной внутренней модели и расширенного наблюдателя. Аналитически доказана ограниченность траекторий системы и их полуглобальная сходимость к сколь угодно малому множеству. Работоспособность алгоритма проиллюстрирована компьютерным моделированием.

Ключевые слова: *компенсация возмущений, геометрический подход, адаптивная внутренняя модель, расширенный наблюдатель, надводное судно*

Введение. Задача управления в условиях действия синусоидальных возмущений является одной из классических в теории систем управления. Ее решению посвящен ряд научных работ (см. [1—5]), с ней также тесно связана задача параметрической идентификации синусоидальных сигналов и, в частности, оценивания частот [6, 7].

В работе [1] предложен алгоритм управления по выходу одномерным параметрически неопределенным линейным объектом, подверженным влиянию синусоидального возмущения с неизвестными параметрами. Предложенный подход предполагает двухэтапный синтез закона управления: стабилизация невозмущенного объекта с помощью регулятора с высоким коэффициентом усиления и собственно компенсация возмущения. В работе [3] приведено решение более сложной задачи, в которой канал управления характеризуется временным запаздыванием.

В работе [2] решена задача компенсации мультисинусоидального возмущения, действующего на нелинейный одномерный объект в форме Лурье с запаздыванием по управлению. Нелинейная функция и параметры модели объекта предполагаются известными, а характеристический полином передаточных функций объекта по управлению, возмущению и нелинейности является гурвицевым. Предложенное решение основано на идентификационном подходе и упреждающей оценке периодических функций.

В настоящей работе развиваются методы управления с компенсацией параметрически неопределенных возмущений. Предлагаемый алгоритм основан на геометрическом подходе и представляет собой адаптивную внутреннюю модель, объединенную с расширенным наблюдателем. Работа развивает результат [4], где решена задача управления надводным судном с компенсацией возмущений с известными частотами. Методика синтеза адаптивной внутренней модели для рассматриваемой задачи основана на методе, представленном в [5] для многоканальных систем в общем виде.

Постановка задачи. Рассмотрим динамическую модель надводного судна (см. главу 7 в [8]):

$$M\ddot{x} + D\dot{x} = \tau + \tau_d, \quad (1)$$

где $x = (X \ Y \ \Phi)^T \in \mathbb{R}^3$ — вектор положения и ориентации относительно параллельной системы координат надводного судна, $\dot{x} = (\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{\Phi})^T \in \mathbb{R}^3$ — вектор скоростей, $\ddot{x} = (\ddot{X} \ \ddot{Y} \ \ddot{\Phi})^T \in \mathbb{R}^3$ — вектор ускорений, $\tau = (\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3)^T \in \mathbb{R}^3$ — вектор сил и моментов сил, развиваемых исполнительными приводами, $\tau_d = (\tau_{d1} \ \tau_{d2} \ \tau_{d3})^T \in \mathbb{R}^3$ — вектор внешних сил и моментов сил, обусловленных влиянием волн, ветра и течения, $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ и $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ — матрицы соответственно инерции и демпфирования, содержащие неопределенные параметры.

Динамическая модель внешних возмущений τ_d описывается генератором вида

$$\begin{aligned} \dot{w} &= S(\varrho)w, \\ \tau_d &= Hw, \end{aligned} \quad (2)$$

где $S(\varrho) = \text{diag}(S_1(\varrho_1), S_2(\varrho_2), S_3(\varrho_3)) \in \mathbb{R}^{n_d \times n_d}$ — матрица состояния, характеризующаяся неопределенностью $\varrho = \{\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3\}$ и $H = \text{diag}(H_1, H_2, H_3) \in \mathbb{R}^{3 \times n_d}$ — матрица выхода.

Необходимо синтезировать регулятор, обеспечивающий ограниченность траекторий системы и для любого сколь угодно малого $\epsilon > 0$ выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_e(t)\| \leq \epsilon, \quad (3)$$

где $x_e(t) = x(t) - x_r$ — вектор рассогласования между выходом $x(t)$ и постоянным задающим воздействием x_r .

Основной результат. Введем вектор рассогласования

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_e \\ \dot{x}_e \end{pmatrix}$$

и представим систему (1) в виде модели ошибки как

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + B\tau + Pw, \\ x_e &= C_e\xi, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -M^{-1}D \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ M^{-1} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ M^{-1}H \end{pmatrix}, C_e = (I_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 3}).$$

Известно [9], что для решения задачи управления по выходу необходимо проанализировать поведение системы в установившемся режиме и найти пару Π, Ψ , являющуюся решением выражений

$$\begin{aligned} \Pi S(\varrho) &= A\Pi + B\Psi + P, \\ 0 &= C_e\Pi, \end{aligned}$$

где Π — вектор состояния в установившемся режиме, Ψ — вектора управления в установившемся режиме.

Введем новые переменные $z = (z_1^T \ z_2^T)^T$ как

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ T_1 & T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix},$$

где T_1 и T_2 — обратимые матрицы, которые будут определены позднее, и преобразуем систему (4) как

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ B_2 \end{pmatrix} \tau + \begin{pmatrix} 0_{3 \times n_d} \\ P_2 \end{pmatrix} w, \quad (5)$$

$$A_{11} = -T_2^{-1}T_1, \quad A_{12} = T_2^{-1}, \quad P_2 = T_2M^{-1}H,$$

$$A_{21} = -(T_1 - T_2M^{-1}D)T_2^{-1}T_1, \quad A_{22} = (T_1 - T_2M^{-1}D)T_2^{-1}, \quad B_2 = T_2M^{-1},$$

причем матрица T_2 такая, что $B_2 > 0$.

Для компенсации внешних возмущений дополним систему (5) внутренней моделью вида

$$\dot{\eta} = F\eta + G[\Gamma(\varrho)\eta + z_2 + \tau_0], \quad (6)$$

$$\tau = -\Gamma(\varrho)\eta - z_2 - \tau_0,$$

где $F = \text{diag}(F_1, F_2, F_3) \in \mathbb{R}^{n_d \times n_d}$ и F_i — гурвицева матрица во фробениусовой форме;

$$G = \text{diag}(G_1, G_2, G_3) \in \mathbb{R}^{n_d \times 3} \text{ и } G_i = (0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1)^T;$$

$\Gamma(\varrho) = \text{diag}(\Gamma_1(\varrho_1), \Gamma_2(\varrho_2), \Gamma_3(\varrho_3)) \in \mathbb{R}^{3 \times n_d}$ и $\Gamma_i(\varrho_i)$ вектор такой, что собственные числа матриц $F_i + G_i\Gamma_i(\varrho_i)$ и S_i совпадают, $i = \{1, 2, 3\}$; $\tau_0 \in \mathbb{R}^3$ — управляющее воздействие, которое будет определено позднее.

Объединив модель объекта (5) и внутреннюю модель (6), получим агрегированную систему

$$\begin{pmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F + G\Gamma(\varrho) & 0_{n_d \times 3} & G \\ 0_{3 \times n_d} & A_{11} & A_{12} \\ -B_2\Gamma(\varrho) & A_{21} & A_{22} - B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G \\ 0 \\ -B_2 \end{pmatrix} \tau_0 + \begin{pmatrix} 0_{n_d \times n_d} \\ 0_{3 \times n_d} \\ P_2 \end{pmatrix} w. \quad (7)$$

Известно [10, 11], что существует матрица $\Sigma = \text{diag}(\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3) \in \mathbb{R}^{n_d \times n_d}$, удовлетворяющая условиям

$$\Sigma S = (F + G\Gamma(\varrho))\Sigma, \quad H = \Gamma(\varrho)\Sigma.$$

Чтобы показать, что в установившемся режиме внутренняя модель обеспечивает компенсацию внешних возмущений, введем новую переменную

$$\tilde{\eta} = \eta - \Sigma w,$$

дифференцируя которую, получим

$$\dot{\tilde{\eta}} = F\tilde{\eta} + G(\Gamma(\varrho)\tilde{\eta} + z_2 - \tau_0),$$

а также выберем

$$\tau_0 = -\Gamma\tilde{\eta},$$

с учетом этого преобразуем систему (7) как

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{\eta}} \\ \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F & 0_{n_d \times 3} & G \\ 0_{3 \times n_d} & A_{11} & A_{12} \\ 0_{3 \times n_d} & A_{21} & A_{22} - B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\eta} \\ z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где видно, что теперь действие внешних возмущений скомпенсировано.

Можно показать, что система (8) является глобально асимптотически устойчивой при выборе

$$T_1 = MK_1, \quad T_2 = MK_2 - D, \quad K_1, K_2 > 0,$$

что соответствует номинальной линеаризации по входу-выходу системы (4) с помощью номинального закона управления

$$\tau = -\Gamma(\varrho)\eta - M(K_1\xi_1 + K_2\xi_2 + q(\xi_2)) - \Gamma\tilde{\eta},$$

где $q(\xi_2) = -M^{-1}D\xi_2$.

Поскольку матрица состояния генератора (2) характеризуется неопределенностью, заменим во внутренней модели (6) вектор $\Gamma(\varrho)$, зависящий от неопределенного параметра ϱ , на его оценку $\hat{\Gamma}$ и получим адаптивную внутреннюю модель

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= F\eta + G[\hat{\Gamma}\eta + z_2], \\ \tau &= -\hat{\Gamma}\eta - z_2.\end{aligned}\tag{9}$$

Введем ошибку оценивания $\tilde{\Gamma} = \hat{\Gamma} - \Gamma(\varrho)$ и вектор $\mathbf{x} = (\tilde{\eta}^T \quad \xi_1^T \quad \xi_2^T)^T$, с учетом чего замкнутая система (8) примет вид

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\tilde{\Gamma}\eta, \\ z_2 &= \mathbf{C}\mathbf{x},\end{aligned}\tag{10}$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} F & 0_{n_d \times 3} & G \\ 0_{3 \times n_d} & A_{11} & A_{12} \\ 0_{3 \times n_d} & A_{21} & A_{22} - B_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} G \\ 0_{3 \times 3} \\ -B_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = (0_{3 \times n_d} \quad 0_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3}),$$

причем матрица \mathbf{A} является гурвицевой.

Рассмотрим следующее утверждение (см. [5]) применительно к системе (10).

Утверждение 1. Существует положительно определенная симметричная матрица \mathbf{P} такая, что

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} < 0, \quad \mathbf{P}\mathbf{B} = -\mathbf{C}^T.$$

Доказательство. Выберем обратимую матрицу

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} I_{n_d \times n_d} & 0_{n_d \times 3} & GB_2^{-1} \\ 0_{3 \times n_d} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times n_d} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{pmatrix},$$

для которой выполняется

$$\mathbf{T}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0_{n_d \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ -B_2 \end{pmatrix}.\tag{11}$$

После несложных вычислений

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}$$

получим

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} F & GB_2^{-1}A_{21} & -FGB_2^{-1} + GB_2^{-1}A_{22} \\ 0_{3 \times n_d} & A_{11} & A_{12} \\ 0_{3 \times n_d} & A_{21} & A_{22} - B_2 \end{pmatrix}.$$

Поскольку матрица F , являющаяся блочным элементом матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$, гурвицева по построению, то существует положительно определенная симметричная матрица P_1 такая, что

$$P_1 F + F^T P_1 < 0.$$

Рассмотрим положительно определенную матрицу

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} P_1 & 0_{n_d \times 3} & 0_{n_d \times 3} \\ 0_{3 \times n_d} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times n_d} & 0_{3 \times 3} & B_2^{-1} \end{pmatrix},$$

удовлетворяющую условию

$$\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} < 0,$$

с учетом чего определим

$$\mathbf{P} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{T}$$

и получим

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} = \mathbf{T}^T \left[\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} \right] \mathbf{T} < 0.$$

С учетом (11) заметим, что

$$\mathbf{P} \mathbf{B} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{T} \mathbf{B} = \mathbf{T}^T \tilde{\mathbf{P}} \begin{pmatrix} 0_{n_d \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ -B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{n_d \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ -I_{3 \times 3} \end{pmatrix} = -\mathbf{C}^T,$$

что и требовалось доказать.

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V(\mathbf{x}, \tilde{\Gamma}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^3 \tilde{\Gamma}_i Q_i^{-1} \tilde{\Gamma}_i^T, \quad i = \{1, 2, 3\}, \quad (12)$$

где $Q_i = Q_i^T > 0$, $\tilde{\Gamma}_i = \hat{\Gamma}_i - \Gamma_i(\varrho_i)$.

Заметим $\dot{\tilde{\Gamma}}_i = \dot{\hat{\Gamma}}_i$ и обозначим закон адаптации как

$$\dot{\hat{\Gamma}}_i^T = \varphi_i(\cdot). \quad (13)$$

Дифференцируя (12), получим

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}, \tilde{\Gamma}) &= \mathbf{x}^T \left[\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} \right] \mathbf{x} + 2 \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \tilde{\Gamma} \eta + 2 \sum_{i=1}^3 \tilde{\Gamma}_i Q_i^{-1} \varphi_i(\cdot) = \\ &= \mathbf{x}^T \left[\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} \right] \mathbf{x} + 2 \mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \tilde{\Gamma} \eta + 2 \sum_{i=1}^3 \tilde{\Gamma}_i Q_i^{-1} \varphi_i(\cdot) = \\ &= \mathbf{x}^T \left[\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} \right] \mathbf{x} - 2 z_2^T \tilde{\Gamma} \eta + 2 \sum_{i=1}^3 \tilde{\Gamma}_i Q_i^{-1} \varphi_i(\cdot) \end{aligned}$$

откуда, обозначив $z_2 = (z_{21} \quad z_{22} \quad z_{23})^T$, выберем

$$\varphi_i(\cdot) = Q_i z_{2i} \eta_i, \quad i = \{1, 2, 3\}, \quad (14)$$

с учетом чего получим

$$\dot{V}(\mathbf{x}, \tilde{\Gamma}) = \mathbf{x}^T \left[\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} \right] \mathbf{x} \leq 0,$$

откуда следует, что все траектории ограничены и ошибки регулирования глобально асимптотически сходятся к нулю, несмотря на неопределенность вектора ϱ .

Однако адаптивная внутренняя модель (9), (13), (14) нереализуема, поскольку сигнал z_2 неизмерим. В связи с этим добавим в систему наблюдатель сигнала z_2 , на базе которого получим реализуемую адаптивную внутреннюю модель вида

$$\dot{\eta} = F\eta + G[\hat{\Gamma}\eta + \hat{z}_2], \quad \tau = -\hat{\Gamma}\eta - \hat{z}_2, \quad (15)$$

где \hat{z}_1 — оценка сигнала z_1 , полученная с помощью алгоритма

$$\hat{z}_2 = \text{sat}_L \bar{z}_2 = \text{sat}_L \bar{M} [\sigma + K_1 \hat{\xi}_1 + K_2 \hat{\xi}_2], \quad (16)$$

где $\text{sat}_L(\cdot)$ — гладкая функция насыщения, $\bar{M} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ — обратимая матрица, удовлетворяющая условию

$$\| [M^{-1} - \bar{M}^{-1}] \bar{M} \|_1 \leq \delta_0 < 1,$$

$\hat{\xi} = (\hat{\xi}_1^T \quad \hat{\xi}_2^T)^T$ и σ — элементы состояния расширенного наблюдателя вида

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \hat{\xi}_2 + \kappa C_2 (x_e - \hat{\xi}_1), \\ \dot{\xi}_2 &= \sigma - \bar{M}^{-1} \hat{z}_2 + \kappa^2 C_1 (x_e - \hat{\xi}_1), \\ \dot{\sigma} &= \kappa^3 C_0 (x_e - \hat{\xi}_1), \end{aligned} \quad (17)$$

где κ — высокий коэффициент усиления, $C_0, C_1, C_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ — положительно определенные матрицы такие, что собственные числа составной матрицы

$$A' = \begin{pmatrix} -C_2 & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ -C_1 & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -C_0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}$$

являются вещественными и отрицательными.

Обозначив $\hat{z}_2 = (\hat{z}_{21} \quad \hat{z}_{22} \quad \hat{z}_{23})^T$, заменим (14) на реализуемый закон адаптации вида

$$\varphi_i(\cdot) = Q_i \hat{z}_{2i} \eta_i, \quad i = \{1, 2, 3\}. \quad (18)$$

Введем ошибки оценивания $e = (e_1^T \quad e_2^T \quad e_3^T)^T$ как

$$\begin{aligned} e_1 &= \kappa^2 (\xi_1 - \hat{\xi}_1), \\ e_2 &= \kappa (\xi_2 - \hat{\xi}_2), \\ e_3 &= q(\xi_2) + [\bar{M}^{-1} - M^{-1}] \hat{z}_2 - \sigma, \end{aligned}$$

дифференцируя которые, получим модель ошибки оценивания

$$\dot{e} = \kappa [A' - B'_2 \Delta_0(\xi, e) C'] e + B'_1 \Delta_1(\xi, e) + B'_2 \Delta_2(\xi, e),$$

где

$$A' = \begin{pmatrix} -C_2 & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ -C_1 & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ -C_0 & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad B'_1 = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad B'_2 = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad C' = (C_0 \quad 0_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 3}),$$

а также известно, что существуют δ_0 и δ_1 такие, что

$$\|\Delta_0(\xi, e)\| \leq \delta_0 < 1, \quad \|\Delta_1(\xi, e)\| \leq \delta_1 \|e\|$$

для всех (ξ, e) и κ .

Кроме того, для каждого $R > 0$ существует число N такое, что

$$\|\xi\| \leq R \Rightarrow \|\Delta_2(\xi, e)\| \leq N$$

для всех e и κ .

Объединив модель объекта (5) и адаптивную внутреннюю модель (15)—(18), получим замкнутую систему

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= f(\chi) + g(\chi, e), \\ \dot{e} &= \kappa [A' - B_2' \Delta_0(\xi, e) C'] e + B_1' \Delta_1(\xi, e) + B_2' \Delta_2(\xi, e), \end{aligned}$$

где подсистема $f(\chi)$ имеет вид (10). Применяя аргументы, аналогичные [5], можно показать, что существуют предел насыщения L , сколь угодно малое $\epsilon > 0$ и число κ^* такие, что при $\kappa > \kappa^*$ и $t \rightarrow \infty$ все траектории системы ограничены и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_e(t)\| \leq \epsilon,$$

что соответствует выполнению цели (3).

Моделирование. Проведем моделирование задачи удержания заданного положения надводного судна в условиях действия внешних возмущений с неизвестными параметрами с использованием предложенного подхода.

Рассмотрим модель надводного судна (1) с параметрами

$$M = \begin{pmatrix} 3,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 2,0 & -0,5 \\ 0,0 & -0,5 & 1,0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

возмущающие воздействия

$$\tau_d = \begin{pmatrix} \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \\ \tau_{d3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + 9\sin(0,75t + 9) \\ 1 + 3\sin(0,50t + 4) \\ 5 + 4\sin(0,25t + 7) \end{pmatrix},$$

вырабатываемые генератором (2) с параметрами

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,5625 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T, \quad w_1(0) = \begin{pmatrix} 2,0000 \\ 3,7091 \\ -6,1501 \end{pmatrix},$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,2500 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T, \quad w_2(0) = \begin{pmatrix} 1,0000 \\ -2,2704 \\ -0,9805 \end{pmatrix},$$

$$S_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,0625 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}^T, \quad w_3(0) = \begin{pmatrix} 5,0000 \\ 2,6279 \\ 0,7539 \end{pmatrix},$$

где $w(0) = (w_1^T(0) \ w_2^T(0) \ w_3^T(0))^T$.

Применим адаптивную внутреннюю модель (15)—(18) с параметрами

$$F_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}, \quad G_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Gamma}_i^T(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad Q_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

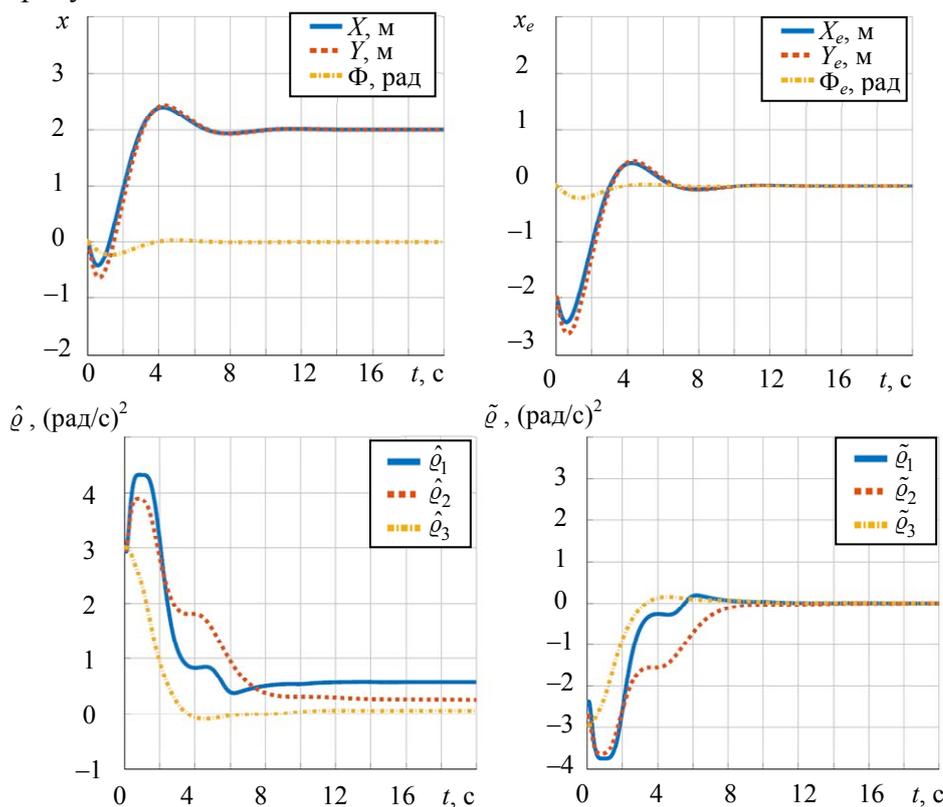
$$L = 100, \kappa = 100, K_1 = K_2 = I_{3 \times 3}, M_0 = I_{3 \times 3},$$

$$C_0 = C_1 = \begin{pmatrix} 30 & 3 & 3 \\ 3 & 30 & 3 \\ 3 & 3 & 30 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Результаты моделирования задачи удержания заданного положения

$$x_r = \begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \\ \Phi_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

приведены на рисунке.



На графиках приведены переходные процессы оценок $\hat{\varrho} = \{\hat{\varrho}_1, \hat{\varrho}_2, \hat{\varrho}_3\}$ неопределенных параметров $\varrho = \{\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3\}$, содержащихся в блочных матрицах генератора (2):

$$S_i(\varrho_i) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\varrho_i & 0 \end{pmatrix}, i = \{1, 2, 3\},$$

в векторах (в силу свойства внутренней модели (6) о равенстве спектров матриц $F_i + G_i\Gamma_i(\varrho_i)$ и S_i):

$$\Gamma_i(\varrho_i) = (1 \quad 3 - \varrho_i \quad 3), i = \{1, 2, 3\},$$

также указаны соответствующие ошибки оценивания $\tilde{\varrho} = \{\tilde{\varrho}_1, \tilde{\varrho}_2, \tilde{\varrho}_3\}$. Как видно на графиках, ошибки оценивания $\tilde{\varrho}_i$ сходятся к нулю, а сами оценки $\hat{\varrho}_i$ стремятся к истинным значениям ϱ_i .

В результате, как и ожидалось, ошибки регулирования $x_e = (X_e \quad Y_e \quad \Phi_e)^T$ сходятся к нулю, а выходные переменные $x = (X \quad Y \quad \Phi)^T$ стремятся к заданным значениям $x_r = (X_r \quad Y_r \quad \Phi_r)^T$.

Закключение. В работе предложено решение задачи удержания заданного положения модели надводного судна (1) в условиях действия параметрически неопределенных возмущений, описываемых с помощью (2). Предлагаемый подход предусматривает преобразование динамической модели (1) с учетом (2) к модели в форме (5), для которой синтезирован закон управления на основе адаптивной внутренней модели (15) и расширенного наблюдателя (16), (17), обеспечивающий достижение полуглобальной практической устойчивости системы и выполнение цели (3). Работоспособность предложенного подхода проиллюстрирована результатами компьютерного моделирования.

Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации № МК-4397.2021.4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бобцов А. А.* Алгоритм управления по выходу с компенсацией гармонического возмущения со смещением // Автомат. и телемех. 2008. № 8. С. 25—32.
2. *Бобцов А. А., Колюбин С. А., Пыркин А. А.* Компенсация неизвестного мультигармонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // Автомат. и телемех. 2010. № 11. С. 136—148.
3. *Bobtsov A. A., Pyrkin A. A.* The compensation of a harmonic perturbation under conditions of a delay in control // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2008. Vol. 47, N 4. P. 513—517. DOI: 10.1134/S1064230708040035.
4. *Karashaeva F. B., Borisov O. I., Pyrkin A. A., Shavetov S. V.* Output Robust Control of a Surface Vessel with Uncertainties, Exogenous Inputs, and Unmodeled Dynamics // 7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies, CoDIT 2020. 2020. P. 855—860. DOI: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263790.
5. *Pyrkin A., Isidori A.* Adaptive output regulation of right-invertible MIMO LTI systems, with application to vessel motion control // European Journal of Control. 2019. Vol. 46. P. 63—79. DOI: 10.1016/j.ejcon.2018.04.001.
6. *Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D.* Algorithm of parameters' identification of polyharmonic function // IFAC Proceedings Volumes. 2002. Vol. 35, N 1. P. 439—443.
7. *Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.* Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing // Proceedings of the American Control Conference. 2016. Vol. 2016-July. P. 6971—6976. DOI: 10.1109/ACC.2016.7526771.
8. *Fossen T. I.* Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. John Wiley & Sons Ltd, 2011. DOI: 10.1002/9781119994138.
9. *Francis B. A.* The linear multivariable regulator problem // 1976 IEEE Conference on Decision and Control including the 15th Symposium on Adaptive Processes. 1976. P. 873—878. DOI: 10.1109/CDC.1976.267849.
10. *Francis B., Sebakhy O. A., Wonham W. M.* Synthesis of multivariable regulators: The internal model principle // Applied Mathematics and Optimization. 1974. Vol. 1, N 1. P. 64—86. DOI: 10.1007/BF01449024.
11. *Isidori A.* Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems. Cham: Springer, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-42031-8.

Сведения об авторах

- Фатимат Беслановна Громова** — аспирант; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: fbkarashaeva@itmo.ru
- Андрей Юрьевич Живицкий** — студент; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: zhivitckii@itmo.ru
- Олег Игоревич Борисов** — канд. техн. наук; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: borisov@itmo.ru
- Антон Александрович Пыркин** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: pyrkin@itmo.ru

Поступила в редакцию
16.09.2021 г.

Ссылка для цитирования: Громова Ф. Б., Живитцкий А. Ю., Борисов О. И., Пыркин А. А. Робастное управление надводным судном с адаптивной компенсацией параметрически неопределенных синусоидальных возмущений // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 12. С. 993—1002.

ROBUST CONTROL OF A SURFACE VESSEL WITH ADAPTIVE COMPENSATION OF PARAMETRICALLY UNCERTAIN SINUSOIDAL DISTURBANCES

F. B. Gromova, A. Yu. Zhivitskii, O. I. Borisov, A. A. Pyrkin

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: fbkarashaeva@itmo.ru

The problem of station-keeping a surface vessel under the action of sinusoidal disturbances with unknown parameters is solved. The proposed control algorithm is based on the geometric approach with the use of the adaptive internal model and the extended observer. The boundedness of the trajectories of the system and their semiglobal convergence to an arbitrarily small set are analytically proven. The performance of the algorithm is illustrated by computer simulation.

Keywords: disturbance compensation, geometric approach, adaptive internal model, extended observer, surface vessel

REFERENCES

1. Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2008, no. 8(69), pp. 1289–1296.
2. Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Pyrkin A.A. *Automation and Remote Control*, 2010, no. 11(71), pp. 2383–2394.
3. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, no. 4(47), pp. 513–517, DOI: 10.1134/S1064230708040035.
4. Karashaeva F.B., Borisov O.I., Pyrkin A.A., Shavetov S.V. *7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies, CoDIT 2020*, 2020, pp. 855–860, DOI: 10.1109/CoDIT49905.2020.9263790.
5. Pyrkin A., Isidori A. *European Journal of Control*, 2019, vol. 46, pp. 63–79, DOI: 10.1016/j.ejcon.2018.04.001.
6. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. *IFAC Proceedings Volumes*, 2002, no. 1(35), pp. 439–443.
7. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. *Proceedings of the American Control Conference*, 2016, vol. 2016-July, pp. 6971–6976, DOI: 10.1109/ACC.2016.7526771.
8. Fossen T.I. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*, John Wiley & Sons Ltd, 2011, DOI: 10.1002/9781119994138.
9. Francis B.A. *1976 IEEE Conference on Decision and Control including the 15th Symposium on Adaptive Processes*, 1976, pp. 873–878, DOI: 10.1109/CDC.1976.267849.
10. Francis B., Sebakhy O.A., Wonham W.M. *Applied Mathematics and Optimization*, 1974, no. 1(1), pp. 64–86, DOI: 10.1007/BF01449024.
11. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems*, Cham, Springer, 2017, DOI: 10.1007/978-3-319-42031-8.

Data on authors

- Fatimat B. Gromova** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: fbkarashaeva@itmo.ru
- Andrey Yu. Zhivitskii** — Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: zhivitskii@itmo.ru
- Oleg I. Borisov** — PhD; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: borisov@itmo.ru
- Anton A. Pyrkin** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: pyrkin@itmo.ru

For citation: Gromova F. B., Zhivitskii A. Yu., Borisov O. I., Pyrkin A. A. Robust control of a surface vessel with adaptive compensation of parametrically uncertain sinusoidal disturbances. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 12. P. 993—1002 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-12-993-1002