УДК 681.5
DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-4-303-309

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОКАНАЛЬНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С НЕУЧТЕННОЙ ДИНАМИКОЙ В УСЛОВИЯХ ВОЗМУЩЕНИЙ

А. Ю. Живицкий*, О. И. Борисов

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
** zhivitckii@itmo.ru*

Аннотация. Рассмотрена задача адаптивного управления многоканальными нелинейными системами с неучтенной входной динамикой в условиях параметрически неопределенных возмущений. Показано, как с помощью подхода на основе „постобрабатывающей“ настраиваемой внутренней модели можно обеспечить компенсацию гармонических внешних возмущений. Синтез алгоритма адаптации произведен на основе анализа устойчивости замкнутой системы при помощи функций Ляпунова.

Ключевые слова: *адаптивное управление, внутренняя модель, нелинейные системы, неучтенная динамика, возмущения*

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 25-29-00713).

Ссылка для цитирования: *Живицкий А. Ю., Борисов О. И.* Адаптивное управление многоканальными нелинейными системами с неучтенной динамикой в условиях возмущений // Изв. вузов. Приборостроение. 2025. Т. 68, № 4. С. 303–309. DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-4-303-309.

ADAPTIVE CONTROL OF MULTICHANNEL NONLINEAR SYSTEMS WITH UNACCOUNTED DYNAMICS UNDER DISTURBANCES

A.Yu. Zhivitsky*, O. I. Borisov

ITMO University, St. Petersburg, Russia
** zhivitckii@itmo.ru*

Abstract. The problem of adaptive control of multichannel nonlinear systems with unaccounted input dynamics under parametrically uncertain disturbances is considered. It is shown how the approach based on a “post-processing” adjustable internal model can be used to provide compensation for harmonic external disturbances. The adaptation algorithm is synthesized based on the stability analysis of the closed system using Lyapunov functions.

Keywords: adaptive control, internal model, nonlinear systems, unaccounted dynamics, perturbations

Acknowledgments: This work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation (project No. 25-29-00713).

For citation: Zhivitsky A. Yu., Borisov O. I. Adaptive control of multichannel nonlinear systems with unaccounted dynamics under disturbances. *Journal of Instrument Engineering*. 2025. Vol. 68, N 4. P. 303–309 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-4-303-309.

Введение. Задача управления объектом в условиях возмущений и неопределенностей является одной из классических в теории автоматического управления. Одним из широко известных подходов к ее решению является использование принципа внутренней модели, который заключается в дополнении системы параметризованной моделью возмущений и сведении задачи к стабилизации получившейся агрегированной системы, состоящей из моделей объекта и возмущений [1, 2]. Задача осложняется, когда неизвестны параметры, характеризующие модель возмущений (например, частоты). Для решения такой задачи в работе [3] предложен синтез адаптивной внутренней модели для нелинейных систем с одним входом и одним выходом, а в работе [4] представлено решение для многоканальных линейных систем. Другой задачей является исследование робастности устойчивой и обладающей быстрым переходным процессом системы по отношению к неучтенной входной динамике. В работе [5] такой анализ выполнен для многоканальных линейных систем, однако для класса нелинейных систем проблема сохраняет актуальность. В настоящей работе в качестве развития упомянутых результатов предложен подход к решению задачи адаптивного управления многоканальными нелинейными системами с неучтенной входной динамикой в условиях параметрически неопределенных возмущений.

Постановка задачи. Рассмотрим многоканальную нелинейную систему

$$\begin{gathered}\dot{w} = S(\rho)w,\\ \dot{x} = f(w, x, v, \varrho),\ e = h(w, x, \varrho),\\ \mu\dot{x}_0 = A_0x_0 + B_0u,\ v = C_0x_0,\end{gathered} \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния; $e \in \mathbb{R}^m$ — вектор регулируемых переменных; ϱ, ρ — векторы неизвестных параметров; $f(w, x, v, \varrho)$ и $h(w, x, \varrho)$ — гладкие функции такие, что $f(0, 0, 0, \varrho) = 0$ и $h(0, 0, \varrho) = 0$ для всех ϱ; $w \in \mathbb{R}^d$ — вектор возмущений; $v \in \mathbb{R}^m$ — вектор управления, являющийся выходным сигналом неучтенной входной динамики с вектором состояния $x_0 \in \mathbb{R}^{n_0}$ и вектором управления $u \in \mathbb{R}^m$; $\mu \geq 0$ — коэффициент, определяющий скорость переходного процесса неучтенной динамики; матрицы A_0, B_0, C_0 такие, что $C_0A_0^{-1}B_0 = -I$.

Допущение 1. Система $\dot{x} = f(w, x, v, \varrho)$ является минимально-фазовой и может быть преобразована к нормальной форме с векторной относительной степенью $\{r_1, \ldots, r_m\}$ (см. определение 9.6 в [6]) вида

$$\begin{gathered}\dot{z} = f_0(w, z, \xi, \varrho),\\ \dot{\xi}_{i,j} = \xi_{i,j+1},\ i = 1, \ldots, m,\ j = 1, \ldots, r_i - 1,\ r_i \geq 1,\\ \dot{\xi}_{i,r_i} = q_i(w, z, \xi, \varrho) + B_i(e, \varrho)v,\end{gathered} \tag{2}$$

где $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ и $\xi = \mathrm{col}(\xi_1, \ldots, \xi_m) \in \mathbb{R}^{r_1+\ldots+r_m}$ при $\xi_i = \mathrm{col}(\xi_{i,1}, \ldots, \xi_{i,r_i}) \in \mathbb{R}^{r_i}$; $f_0(w, z, \xi, \varrho)$, $q_i(w, z, \xi, \varrho)$ — гладкие функции такие, что $f_0(0, 0, 0, \varrho) = 0$, $q_i(0, 0, 0, \varrho) = 0$ для всех ϱ.

Допущение 2. Матрица $B(e, \varrho) = \begin{bmatrix} B_1(e, \varrho) \\ \vdots \\ B_m(e, \varrho) \end{bmatrix}$ такая, что

$$0 < \lambda_{\min}I \leq B(e, \varrho) \leq \lambda_{\max}I,$$

где $\lambda_{\min}$, $\lambda_{\max}$ — минимальное и максимальное собственные числа матрицы $B(e, \varrho)$.

Допущение 3. Существует невырожденная матрица $\bar{B} \in \mathbb{R}^{m\times m}$ такая, что

$$B(e, \varrho)\bar{B}^{-1} + (\bar{B}^{-1})^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}(e, \varrho) \geq I.$$

Допущение 4. Существуют отображения $x = \pi(w, \varrho)$, $x_0 = \pi_0(w, \varrho)$, $u = \psi(w, \varrho)$ такие, что $\pi(0, \varrho) = 0$, $\pi_0(0, \varrho) = 0$, $\psi(0, \varrho) = 0$ при всех ϱ, удовлетворяющие выражениям

$$\frac{\partial\pi(w, \varrho)}{\partial w}S(\rho) = f(w, \pi(w, \varrho), C_0\pi_0(w, \varrho), \varrho),\ 0 = h(w, \pi(w, \varrho), \varrho),$$

$$\frac{\partial\pi_0(w, \varrho)}{\partial w}S(\rho) = A_0\pi_0(w, \varrho) + B_0\psi(w, \varrho).$$

Целью настоящей статьи является разработка закона управления $u(t)$ для системы (1) при $\mu = 0$ такого, что траектории замкнутой системы ограничены и выполняется $\lim\limits_{t\to\infty}\|e(t)\| = 0$.

Основной результат. Известно, что может быть выполнена замена переменных, с помощью которой минимально-фазовая система (2) с векторной относительной степенью $\{r_1, \ldots, r_m\}$ от входа v к выходу e может быть преобразована к системе с векторной относительной степенью $\{1, \ldots, 1\}$ от входного сигнала v к соответствующим образом заданному новому выходному, которая также является минимально-фазовой [7, 8]. Заметим, что полученный новый выходной сигнал на практике не всегда доступен измерению, однако его оценка может быть произведена с помощью наблюдателя с высоким коэффициентом усиления. С учетом этого без потери общности будем рассматривать систему с векторной относительной степенью $\{1, \ldots, 1\}$ вида

$$\dot{z} = f_0(w, z, e, \varrho),$$
$$\dot{e} = q(w, z, e, \varrho) + B(e, \varrho)v.$$

Предположим, что ρ известно и $\mu = 0$, а следовательно, $v = -C_0 A_0^{-1} B_0 u = u$. Выберем закон управления на основе внутренней модели

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= F\eta + G(\gamma(\eta, \rho) + e), \\ u &= -k\bar{B}^{-1}(\gamma(\eta, \rho) + e), \end{aligned} \tag{3}$$

где $F = I_m \otimes F_0$, $F_0 \in \mathbb{R}^{d\times d}$ — гурвицева матрица, $G = I_m \otimes G_0$, $G_0 = [0 \ \ldots \ 0 \ 1]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^d$, $\gamma(\eta, \rho) = \mathrm{col}(\gamma_1(\eta_1, \rho), \ldots, \gamma_m(\eta_m, \rho))$, $\gamma_i(\eta_i, \rho) \in \mathbb{R}$, $\eta = \mathrm{col}(\eta_1, \ldots, \eta_m)$, $\eta_1 \in \mathbb{R}^d$, $k > 0$ — настроечный коэффициент регулятора. Применяя закон управления (3), получим замкнутую систему

$$\dot{z} = f_0(w, z, e, \varrho),$$
$$\dot{\eta} = F\eta + G(\gamma(\eta, \rho) + e),$$
$$\dot{e} = q(w, z, e, \varrho) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}(\gamma(\eta, \rho) + e).$$

Рассмотрим установившиеся значения $\eta = \sigma(w, \varrho)$, $z = \pi_z(w, \varrho)$ и функцию $\psi(w, \varrho) = B^{-1}(0, \varrho)q(w, \pi(w, \varrho), 0, \varrho)$. Следуя [7, 8], выполним замену переменных $\tilde{z} = z - \pi_z(w, \varrho)$, $\tilde{\eta} = \eta - \sigma(w, \varrho)$, $\tilde{e} = e + \gamma(\tilde{\eta} + \sigma(w, \varrho), \rho) - \frac{1}{k}B\psi(w, \varrho)$ и получим систему

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= f_0(w, \tilde{z} + \pi(w, \varrho), \varphi_0(w, \tilde{\eta}, \tilde{e}), \varrho) - f_0(w, \pi_z(w, \varrho), 0, \varrho), \\ \dot{\tilde{\eta}} &= F\tilde{\eta} + G\tilde{e}, \\ \dot{\tilde{e}} &= \varphi_1(w, \tilde{\eta}, \tilde{e}) + \varphi_2(w, \tilde{z}, \tilde{\eta}, \tilde{e}) - kB(\varphi_0(w, \tilde{\eta}, \tilde{e}), \varrho)\bar{B}^{-1}e, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\varphi_0(w, \tilde{\eta}, \tilde{e}) = \tilde{e} - \gamma(\tilde{\eta} + \sigma(w, \varrho), \rho) + \frac{1}{k}\bar{B}\psi(w, \varrho),$$

$$\varphi_1(w, \tilde{\eta}, \tilde{e}) = \left(\nabla\gamma(\tilde{\eta} + \sigma(w, \varrho), \rho) - \nabla\frac{1}{k}\bar{B}\psi(w, \varrho)\right)\left(F\sigma(w, \varrho) + \frac{1}{k}G\bar{B}\psi(w, \varrho)\right) + \nabla\gamma(\tilde{\eta} + \sigma(w, \varrho), \rho)(F\tilde{\eta} + G\tilde{e}),$$

$$\varphi_2(w, \tilde{z}, \tilde{\eta}, \tilde{e}) = q(w, \tilde{z} + \pi_z(w, \varrho), \varphi_0(w, \tilde{\eta}, \tilde{e})) - B(\tilde{e}, \varrho)\psi(w, \varrho).$$

Применяя рассуждения, аналогичные приведенным в работах [7, 8], можно показать, что существует некоторое значение $k^* > 0$ такое, что при $k > k^*$ система (4) полуглобально асимптотически устойчива.

Рассмотрим функцию $\gamma(\eta, \rho) = \Gamma(\rho) = I_m \otimes \Gamma_0(\rho)$, $\Gamma_0(\rho) \in \mathbb{R}^{1\times d}$, где $F_0 + G_0\Gamma_0(\rho) = S(\rho)$, для случая, когда ρ неизвестно. Выберем закон управления на основе адаптивной внутренней модели

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= F\eta + G(\hat{\Gamma}\eta + e),\\ u &= -k\bar{B}^{-1}(\hat{\Gamma}\eta + e),\end{aligned} \tag{5}$$

где $\hat{\Gamma}$ — оценка матрицы $\Gamma(\rho)$ вида $\hat{\Gamma} = I_m \otimes \hat{\Gamma}_0$, $\hat{\Gamma}_0(\rho) \in \mathbb{R}^{1\times d}$. Введем сигнал невязки $\tilde{\Gamma} = \hat{\Gamma} - \Gamma(\rho) = I_m \otimes \tilde{\Gamma}_0$, $\tilde{\Gamma}_0(\rho) \in \mathbb{R}^{1\times d}$, тогда замкнутая система примет вид

$$\begin{aligned}\dot{z} &= f_0(w, z, e, \varrho),\\ \dot{\eta} &= F\eta + G(\Gamma(\rho)\eta + e) + G\tilde{\Gamma}\eta,\\ \dot{e} &= q(w, z, e, \varrho) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}(\Gamma(\rho)\eta + e) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}\tilde{\Gamma}\eta.\end{aligned}$$

Выполним замену переменных $\chi = \eta + \frac{1}{k}G\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)e$ и получим систему

$$\begin{aligned}\dot{z} &= f_0(w, z, e, \varrho),\\ \dot{\eta} &= F\chi - \frac{1}{k}\left(FG\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)e - G\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)q(w, z, e, \varrho) - G\bar{B}\frac{d}{dt}(B^{-1}(e, \varrho))e\right),\\ \dot{e} &= q(w, z, e, \varrho) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}(\Gamma(\rho)\left(\chi - \frac{1}{k}G\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)e\right)\eta + e) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}\tilde{\Gamma}\eta.\end{aligned} \tag{6}$$

Выполним замену переменных $\tilde{z} = z - \pi_z(w, \varrho)$, $\tilde{\chi} = \chi - \sigma(w, \varrho)$ и получим систему

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{z}} &= f_0(w, \tilde{z} + \pi_z(w, \varrho), e(w, \tilde{\eta}, \tilde{e}), \varrho) - f_0(w, \pi_z(w, \varrho), 0, \varrho),\\ \dot{\tilde{\chi}} &= F\tilde{\chi} - \frac{1}{k}\left(FG\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)e - G\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)q(w, z, e, \varrho) - G\bar{B}\frac{d}{dt}(B^{-1}(e, \varrho))e + G\bar{B}\psi(w, \varrho)\right),\\ \dot{e} &= q(w, \tilde{z} + \pi_z(w, \varrho)e, \varrho) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}\left(\Gamma(\rho)\left(\tilde{\chi} + \sigma(w, \varrho) - \frac{1}{k}G\bar{B}B^{-1}(e, \varrho)e\right) + e\right) - kB(e, \varrho)\bar{B}^{-1}\tilde{\Gamma}\eta.\end{aligned} \tag{7}$$

Заметим, что система, описываемая первым выражением (7), в силу свойства минимальной фазовости является устойчивой по входу-состоянию, а следовательно, существуют положительно определенные функции $V_z(\tilde{z})$ и $\alpha_1(\tilde{z}) \geq \beta_1\|(\tilde{z})\|^2$ при некотором $\beta_1 > 0$ такие, что $\frac{d}{dt}V_1(\tilde{z}) \leq \alpha_1(\tilde{z})$. Система, описываемая первым и вторым выражениями в (7), в силу гурвицевости матрицы F является также устойчивой по входу-состоянию, а следовательно, существуют положительно определенные функции $V_2(\tilde{z}, \tilde{\chi}) = V_1(\tilde{z}) + \tilde{\chi}^{\mathrm{T}}P\tilde{\chi}$, где $P = P^{\mathrm{T}} > 0$ такая, что $PF + F^{\mathrm{T}}P < 0$, и $\alpha_2(\tilde{z}, \tilde{\chi}) \geq \beta_2\|(\tilde{z}, \tilde{\chi})\|^2$ при некотором $\beta_2 > 0$ такие, что $\frac{d}{dt}V_2(\tilde{z}, \tilde{\chi}) \leq -\alpha_2(\tilde{z}, \tilde{\chi})$. Система (7) при $\tilde{\Gamma} = 0$ и достаточно высоком значении $k > k^*$ является полуглобально асимптотически устойчивой, а следовательно, существуют положительно определенные функции $V_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) = V_2(\tilde{z}, \tilde{\chi}) + \frac{1}{2}e^{\mathrm{T}}e$ и $\alpha_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) \geq \beta_3\|(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e)\|^2$ при некотором $\beta_3 > 0$ такие, что $\frac{d}{dt}V_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) \leq -\alpha_2(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e)$.

Рассмотрим функцию-кандидата Ляпунова $V_4(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0) = V_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) + k\tilde{\Gamma}_0\tilde{\Gamma}_0^{\mathrm{T}}$, дифференцируя которую по траекториям системы (7), получим

$$\frac{d}{dt}V_4(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0) \le -\alpha_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) - ke^{\mathrm{T}}B(e, \varrho)\overline{B}^{-1}\tilde{\Gamma}\eta + k\tilde{\Gamma}_0\tilde{\Gamma}_0^{\mathrm{T}}. \tag{8}$$

Заметим, что $e^{\mathrm{T}}\tilde{\Gamma}\eta = \tilde{\Gamma}_0[\eta_1 \ \ldots \ \eta_m]e = \tilde{\Gamma}_0\sum_{i=1}^{m}\eta_i e_i$, а также $\dot{\hat{\Gamma}}_0^{\mathrm{T}} = \dot{\tilde{\Gamma}}_0^{\mathrm{T}}$, с учетом чего выберем закон адаптации $\dot{\hat{\Gamma}}_0^{\mathrm{T}}(\eta, e)$ как

$$\dot{\hat{\Gamma}}_0^{\mathrm{T}}(\eta, e) = [\eta_1 \ \ldots \ \eta_m]e = \sum_{i=1}^{m}\eta_i e_i, \tag{9}$$

тогда неравенство (8) примет вид

$$\frac{d}{dt}V_4(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0) \le -\alpha_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) - ke^{\mathrm{T}}B(e, \varrho)\overline{B}^{-1} - I)\tilde{\Gamma}\eta.$$

Выберем матрицу $\overline{B}$ такую, что $\|(B(e, \varrho) - \overline{B})\ \overline{B}^{-1}\|_1 \le \frac{\delta}{k}$ и $\delta < 1$, тогда

$$\frac{d}{dt}V_4(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0) \le -\alpha_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) + \delta\|e^{\mathrm{T}}\tilde{\Gamma}\eta\|,$$

где с учетом $\alpha_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e) \ge \beta_3\|(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e)\|^2$ выберем β_3 такой, что

$$\frac{d}{dt}V_4(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0) \le -\alpha_3(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e),$$

откуда следует полуглобальная асимптотическая устойчивость системы (7).

Вернемся к случаю $\mu > 0$. Выберем закон управления на основе адаптивной внутренней модели (5) и получим замкнутую систему

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= f_0(w, z, e, \varrho),\\
\dot{\eta} &= F\eta + G(\Gamma(\rho)\eta + e) + G\tilde{\Gamma}\eta,\\
\dot{e} &= q(w, z, e, \varrho) + B(e, \varrho)C_0x_0,\\
\mu\dot{x}_0 &= A_0x_0 - kB_0\overline{B}^{-1}(\Gamma(\rho)\eta + e) - kB_0\overline{B}^{-1}\tilde{\Gamma}\eta.
\end{aligned}$$

Выполним замену переменных $y = x_0 - k\,A_0^{-1}B_0\overline{B}^{-1}(\Gamma(\rho)\eta + e + \tilde{\Gamma}\eta)$ и получим

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= f_0(w, z, e, \varrho),\\
\dot{\eta} &= F\eta + G(\Gamma(\rho)\eta + e) + G\tilde{\Gamma}\eta,\\
\dot{e} &= q(w, z, e, \varrho) - kB(e, \varrho)\overline{B}^{-1}(\Gamma(\rho)\eta + e) - kB(e, \varrho)\overline{B}^{-1}\tilde{\Gamma}\eta + B(e, \varrho)C_0y,\\
\mu y &= A_0y - \mu k\,A_0^{-1}B_0\overline{B}^{-1}\frac{d}{dt}(\Gamma(\rho)\eta + e + \tilde{\Gamma}\eta).
\end{aligned}$$

Заметим, что система, описываемая первыми тремя выражениями, является устойчивой по входу-состоянию, поскольку при $y = 0$ совпадает с системой (6), для которой показана полуглобальная асимптотическая устойчивость при достаточно высоком значении k. Выполним замену переменных $\tilde{z} = z - \pi_z(w, \varrho)$, $\tilde{\chi} = \eta + \frac{1}{k}G\overline{B}B^{-1}(e, \varrho)e - \sigma(w, \varrho)$, $\tilde{y} = y - \pi_0(w, \varrho)$ и получим систему

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= \mathcal{F}_1(X) + \mathcal{G}_1\tilde{y}\ ,\\
\dot{\tilde{y}} &= \mathcal{F}_2(X, \tilde{y}) + \mu^{-1}A_0\tilde{y},
\end{aligned} \tag{10}$$

где $X = \mathrm{col}(\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0)$ и $\mathcal{F}_1(X)$, $\mathcal{F}_2(X, \tilde{y})$, $\mathcal{G}_1$ — матричные функции соответствующих размерностей. Определим множество $\mathcal{A} = \{X\colon (\tilde{z}, \tilde{\chi}, e, \tilde{\Gamma}_0) = 0\}$. Пусть начальные условия $(X(0), \tilde{y}(0))$ принадлежат компактному множеству $\mathcal{B} \times Y$, где $\mathcal{B}$ включает $\mathcal{A}$ и $Y = \{\tilde{y} \in \mathbb{R}^m\colon \|\tilde{y}\| \le R\}$. Как показано выше, при достаточно высоком значении k система $\dot{X} = \mathcal{F}_1(X)$ является полуглобально асимптотически устойчивой, а следовательно, инвариантное множество $\mathcal{A}$ устойчиво по Ляпунову и предельное множество (см. определение B.4 в [6]) имеет вид $\omega(\mathcal{B}) = \mathcal{A}$. Для каждого $\varepsilon_0 > 0$ и $\varepsilon > 0$ существует $T > 0$ такое, что из $\mathrm{dist}(X(0), \mathcal{A}) \le \varepsilon_0$ следует $\mathrm{dist}(X(0), \mathcal{A}) \le \varepsilon$ для всех $t \ge T$. Обратим внимание, что матрица $\mathcal{F}_2(X, 0) = 0$ для всех $X \in \mathcal{A}$ и A_0 является гурвицевой. Таким образом, для полученной системы сформулируем следующее утверждение.

Утверждение. Существует значение μ^* такое, что при $0 < \mu \le \mu^*$ все траектории системы (10) ограничены и $\lim\limits_{t\to\infty} \mathrm{dist}(X(t), \mathcal{A}) = 0$, откуда следует $\lim\limits_{t\to\infty} \|e(t)\| = 0$.

Заключение. В работе рассмотрено решение задачи адаптивного управления многоканальными нелинейными системами с неучтенной входной динамикой в условиях параметрически неопределенных возмущений. Предлагаемый подход основан на применении „постобрабатывающей“ настраиваемой внутренней модели (5), (9). Рассмотрен случай системы с векторной относительной степенью $\{1, \ldots, 1\}$ от входа v к выходу e, однако с помощью наблюдателя с высоким коэффициентом усиления подход может быть применен для систем с векторной относительной степенью $\{r_1, \ldots r_m\}$ от входа v к выходу e.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Francis B., Sebakhy O. A., Wonham W. M.* Synthesis of multivariable regulators: The internal model principle // Applied Mathematics and Optimization. 1974. Vol. 1, N 1. P. 64–86. DOI: 10.1007/BF01449024.
2. *Davison E.* The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1976. Vol. 21, N 1. P. 25–34. DOI: 10.1109/TAC.1976.1101137.
3. *Serrani A., Isidori A., Marconi L.* Semi-global nonlinear output regulation with adaptive internal model // IEEE Transactions on Automatic Control. 2001. Vol. 46, N 8. P. 1178-1194. DOI: 10.1109/9.940923
4. *Pyrkin A., Isidori A.* Adaptive output regulation of right-invertible MIMO LTI systems, with application to vessel motion control // European Journal of Control. 2019. Vol. 46. P. 63–79. DOI: 10.1016/j.ejcon.2018.04.001.
5. *Borisov O., Isidori A., Pyrkin A.* Adaptive Output Regulation of MIMO LTI Systems with Unmodeled Input Dynamics // 2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC). 2023. P. 1537–1542. DOI: 10.1109/CDC49753.2023.10383343.
6. *Isidori A.* Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems. Springer, Cham, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-42031-8.
7. *Astolfi D., Isidori A., Marconi L., Praly L.* Nonlinear Output Regulation by Post-processing Internal Model for Multi-Input Multi-Output Systems // IFAC Proceedings Volumes. 2013. Vol. 46, N 23. P. 295–300. DOI: 10.3182/20130904-3-FR-2041.00118.
8. *Pyrkin A., Isidori A.* Output regulation for robustly minimum-phase multivariable nonlinear systems // 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC). 2017. P. 873–878. DOI: 10.1109/CDC.2017.8263769.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Андрей Юрьевич Живицкий — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: zhivitckii@itmo.ru

Олег Игоревич Борисов — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; доцент; E-mail: borisov@itmo.ru

Поступила в редакцию 25.08.24; одобрена после рецензирования 29.08.24; принята к публикации 27.02.25.

REFERENCES

1. Francis B., Sebakhy O.A., Wonham W.M. *Applied Mathematics and Optimization*, 1974, no. 1(1), pp. 64–86, DOI: 10.1007/BF01449024.
2. Davison E. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, no. 1(21), pp. 25–34, DOI: 10.1109/TAC.1976.1101137.
3. Serrani A., Isidori A., Marconi L. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, no. 8(46), pp. 1178–1194, DOI: 10.1109/9.940923.
4. Pyrkin A., Isidori A. *European Journal of Control*, 2019, vol. 46, pp. 63–79, DOI: 10.1016/j.ejcon.2018.04.001.
5. Borisov O., Isidori A., Pyrkin A. *2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control* (CDC), 2023, pp. 1537–1542, DOI: 10.1109/CDC49753.2023.10383343.
6. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems*, Springer, Cham, 2017, DOI: 10.1007/978-3-319-42031-8.
7. Astolfi D., Isidori A., Marconi L., Praly L. *IFAC Proceedings Volumes*, 2013, no. 23(46), pp. 295–300, DOI: 10.3182/20130904-3-FR-2041.00118.
8. Pyrkin A., Isidori A. *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control* (CDC), 2017, pp. 873–878, DOI: 10.1109/CDC.2017.8263769.

DATA ON AUTHORS

Andrei Yu. Zhivitsky — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: zhivitckii@itmo.ru

Oleg I. Borisov — PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Associate Professor; E-mail: borisov@itmo.ru

Received 25.08.24; approved after reviewing 29.08.24; accepted for publication 27.02.25.