УДК 680.5.01:621.384

Д. Е. Андрианов, С. С. Садыков, В. В. Фролов

ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Рассматривается подход к формальному описанию данных о пространственно-распределенных объектах муниципальных геоинформационных систем. Предложено характеризовать пространственное положение объекта в трехмерном пространстве на основе семи топологических отношений, которые позволяют сформировать структуру из шестнадцати бинарных элементов. На основе этих формализаций возможно описать топологическое положение объекта в виде структур, позволяющих классифицировать пространственный объект.

Ключевые слова: *пространственно-распределенный объект, топологическое отношение, муниципальные геоинформационные системы, матрица шестнадцати пересечений.*

Для эффективного управления муниципальными образованиями и динамично развивающимися регионами необходимо иметь достоверные данные об объектах и протекающих на их территории процессах, а также передовые технологии накопления, обработки и представления информации. Современные географические информационные системы (ГИС) позволяют наглядно отобразить и осмыслить информацию о конкретных объектах, процессах и явлениях в их совокупности. Геоинформационные системы позволяют выявлять взаимосвязи и пространственные отношения, поддерживать коллективное использование данных и их объединение в единый информационный массив.

Определим виды пространственно-распределенных объектов и их взаимоотношения [1].

Точечный объект — это малоразмерный объект, который характеризуется координатами

$$p=(x,\, y)\in R^2 \;\; p=(x,\, y)\in R^2 , \tag{1}$$

линия описывается уравнением

$$f(x,y)=0 , \tag{2}$$

линейный сегмент задается координатами

$$ls=\{(p_1, p_2)\} , \tag{3}$$

где $p_1=(x_1, y_1)$, $p_2=(x_2, y_2)$ — точечные объекты.

Линейный объект представляет собой последовательность линейных сегментов:

$$t=\{(p_1, p_2), (p_2, p_3), ..., (p_{k-1}, p_k)\} \quad (k=1, 2, ...) . \tag{4}$$

Полигональный объект — это двумерный объект, образованный замкнутой последовательностью линейных сегментов, т.е.

$$h=\{(p_1, p_2), (p_2, p_3), ..., (p_k, p_1)\} \quad (k=1, 2, ...) . \tag{5}$$

На основании полученных выражений возможно описать тематический слой карты. Слоем карты назовем сочетание картографических объектов, выделенных из карты K по заданным условиям так, что

$$s=\{X_i \in K \mid X_i \text{ удовлетворяет заданным условиям}\} \quad (i=1, 2, ..., n) . \tag{6}$$

Например, из всех объектов карты можно выделить слои дорог, школ, жилых помещений, стадионов, водоемов, электросетей и т.д.

Между пространственными объектами существуют сложные взаимосвязи. Для формального описания связей будем использовать топологические отношения, так как они наиболее полно отражают взаимодействие объектов в пространстве [1].

Топологическим отношением между любыми двумя множествами X и Y называется такое отношение, которое при аффинных или топологических преобразованиях будет сохраняться.

Введем определения для формального описания следующих топологических отношений:

1) между частями пространственных объектов;

2) между пространственными объектами;

3) между слоями пространственных объектов.

1. Отношение, сохраняющееся между элементами $x_1 \in X$ и $x_2 \in X$ картографического объекта X при различных аффинных и топологических преобразованиях, назовем топологическим $\varphi_{эл}$. Топологическое отношение между элементами обозначается следующим образом: $x_1 \varphi_{эл} x_2$, т.е. элемент x_1 имеет топологическое отношение $\varphi_{эл}$ с элементом x_2. Следует указать, что противоположное отношение может и не иметь места.

2. Топологическим отношением $\varphi_{об}$ между картографическими объектами $X_1 \in K$ и $X_2 \in K$ карты K будем называть отношение, которое сохраняется между данными объектами при различных аффинных и топологических преобразованиях. Топологическое отношение между объектами одного слоя обозначается следующим образом: $X_1 \varphi_{об} X_2$ (картографический объект X_1 имеет топологическое отношение $\varphi_{об}$ с объектом X_2). Противоположное отношение может и не иметь места.

3. Топологическим отношением $\varphi_{сл}$ между слоями $s_1 \in S$ и $s_2 \in S$ назовем отношение, которое сохраняется между данными слоями при различных аффинных и топологических преобразованиях между объектами, находящимися в слоях s_1 и s_2 соответственно: $s_1 \varphi_{сл} s_2$ (слой s_1 имеет топологическое отношение $\varphi_{сл}$ со слоем s_2). Обратная запись может и не иметь места.

Рассмотрим следующие типы топологических отношений между картографическими объектами: соседство, изолированность, близость, вложенность и др. Эти топологические отношения наиболее полно отражают взаимодействие пространственных объектов.

Отношение „Соседство“. Картографический объект $X_1 \in K$ находится в соседстве с объектом $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено топологическое отношение „Соседство“ α, т.е. $X_1 \alpha X_2$ тогда и только тогда, когда картографические объекты X_1 и X_2 имеют общую граничную точку или линию, т.е. если есть совпадение координат точек обоих объектов.

Отношение „Соседство“ выполняется ($X_1 \alpha X_2$), если оно антирефлексивно, симметрично, транзитивно и пересечение картографических объектов X_1 и X_2 есть непустое множество, т.е. $X_1 \bigcap X_2 = A$, $A \neq \varnothing$ и непустое множество A должно состоять только из граничных точек картографических объектов X_1 и X_2.

Отношение „Изолированность“. Картографический объект $X_1 \in K$ изолирован от объекта $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено топологическое отношение изолированности δ, т.е. $X_1 \delta X_2$ тогда и только тогда, когда объекты X_1 и X_2 не пересекаются друг с другом.

Отношение „Изолированность“ выполняется ($X_1 \delta X_2$), если оно антирефлексивно, симметрично, транзитивно и при этом выполняется условие $X_1 \bigcap X_2 = \varnothing$.

Отношение „Близость“. Картографический объект $X_1 \in K$ находится в близости к картографическому объекту $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено топологическое отношение „Близость“ β, т.е. $X_1 \beta X_2$ тогда и только тогда, когда картографический объект X_1 расположен на заданном расстоянии от картографического объекта X_2.

Отношение „Близость“ выполняется ($X_1 \beta X_2$), если оно антирефлексивно, симметрично, транзитивно и при этом выполняется следующее условие: картографические объекты X_1 и X_2 не должны пересекаться между собой, т.е. $X_1 \cap X_2 = \varnothing$. Минимальное расстояние между граничными точками объектов X_1 и X_2 не превышает заданного расстояния ρ_3, т.е. $\min \rho(a, b) \le \rho_3$, где a, b — граничные точки картографических объектов X_1 и X_2 соответственно; $\rho(a, b)$ — расстояние между граничными точками a и b.

Отношение „Вложенность“. Картографический объект $X_1 \in K$ вложен в картографический объект $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено топологическое отношение „Вложенность“ γ, т.е. $X_1 \gamma X_2$ тогда и только тогда, когда все элементы объекта X_1 находятся внутри объекта X_2.

Отношение „Вложенность“ выполняется ($X_1 \gamma X_2$), если оно рефлексивно, асимметрично, нетранзитивно и при этом $X_2 \subseteq X_1$.

Отношение „Пересечение“. Картографический объект $X_1 \in K$ пересекается с картографическим объектом $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено топологическое отношение „Пересечение“ χ, т.е. $X_1 \chi X_2$.

Отношение „Пересечение“ выполняется ($X_1 \chi X_2$), если оно рефлексивно, симметрично, транзитивно и $X_1 \cap X_2 = \varnothing$.

Для более полного описания положения объекта городской инфраструктуры введем отношения, которые характеризуют геометрическое расположение пространственных объектов: параллельность и перпендикулярность.

Картографический объект $X_1 \in K$ параллелен объекту $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено геометрическое отношение „Параллельность“ η, т.е. $X_1 \eta X_2$ тогда и только тогда, когда в объектах X_1 и X_2 можно найти по одному линейному сегменту, которые параллельны между собой, т.е.

$$\left(\exists x_k \in X_1, \exists x_l \in X_2\right) : x_k \parallel x_l , \qquad (7)$$

где x_k, x_l — линейные сегменты.

Объект $X_1 \in K$ перпендикулярен картографическому объекту $X_2 \in K$, или между X_1 и X_2 установлено геометрическое отношение „Перпендикулярность“ μ, т.е. $X_1 \mu X_2$ тогда и только тогда, когда в объектах X_1 и X_2 можно найти по одному линейному сегменту, которые перпендикулярны друг другу, т.е.

$$\left(\exists x_k \in X_1, \exists x_l \in X_2\right) : x_k \perp x_l . \qquad (8)$$

При анализе карты города было выявлено, что часть пространственных объектов по различным признакам сгруппирована в отдельные структуры. Следует отметить, что в структуру могут входить объекты не только из одного, но и из разных слоев. В результате если формально описать такие структуры, то карта будет представлять собой совокупность структур с учетом взаимосвязей входящих в них объектов.

Топологическая структура — это совокупность картографических объектов, связанных между собой топологическими и геометрическими отношениями, она задается следующим образом:

$$T = (W, \Pi, \Phi), \qquad (9)$$

где $W = \{X_1, X_2, ..., X_n\}$ — подсистема картографических объектов из разных слоев, n — количество объектов подсистемы; $\Pi = \{\rho_k\}$ $(k = 1, 2, ..., h)$ — множество типов топологических и геометрических отношений в подсистеме W, h — количество отношений; $\Phi = \left[\varphi_{ij}^{(k)}\right]$ $(i, j = 1, 2, ..., n)$ — матрица топологических отношений между объектами из подсистемы W.

Элемент $\varphi_{ij}^{(k)} = 0$, если не существует взаимодействия между объектами X_i и X_j. Элемент $\varphi_{ij}^{(k)}$ есть топологическое отношение k-го типа, если существует связь между слоями X_i и X_j.

Рассмотрим простейший пример расположения объектов в двумерном пространстве (рис. 1). Здесь показаны отношения объектов A и $B1$, $B2$, $B3$, $B4$ (объекты A и $B1$ не вложены друг в друга, A и $B1$ — соприкасаются, A и $B3$ — пересекаются, A и $B4$ — один объект включает в себя другой).

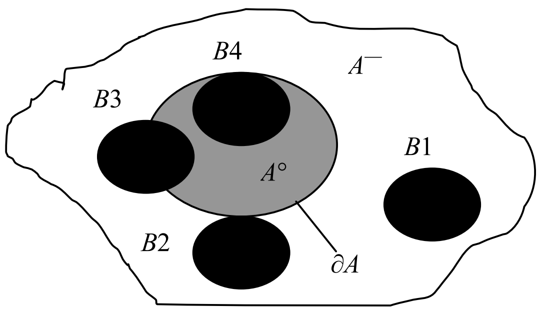

Рис. 1

Когда рассматривается отношение объектов трехмерном пространстве, необходимо анализировать и высотную составляющую объектов. На рис. 2 показаны возможные комбинации расположения объектов A и Bn по высоте, где n — один из возможных вариантов расположения объекта B (первый вариант — один объект включает в себя другой, второй и седьмой — один объект находится на некотором удалении по высоте от другого, третий и шестой — касание границы, четвертый и пятый — пересечение границы [2]).

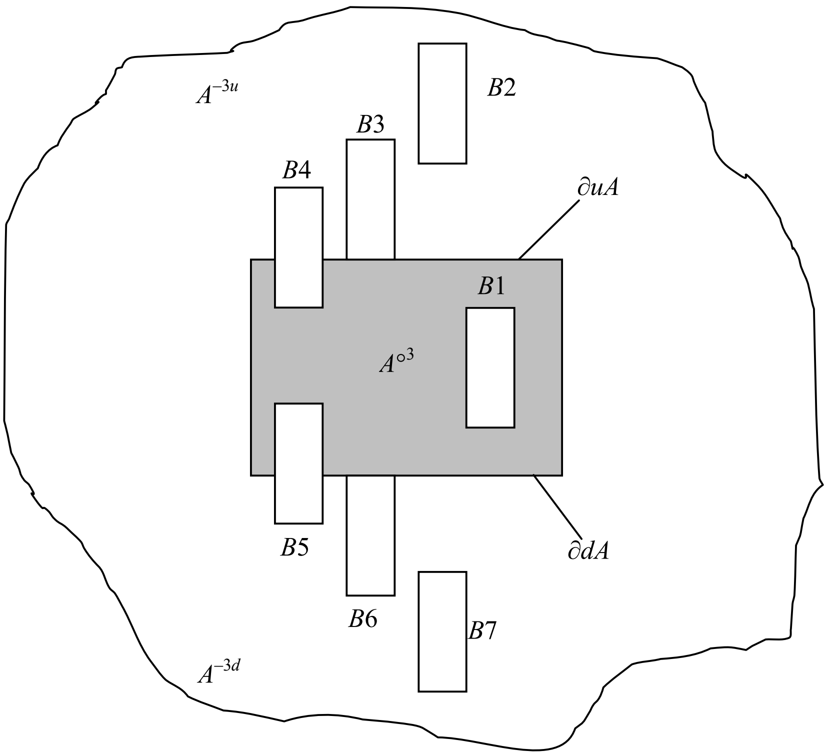

Рис. 2

В основу метода описания трехмерных топологических отношений положим математическую модель „девяти пересечений“ Эгенгофера [3], которая использует пересечения различных составных элементов объектов.

Часть точек пространства в множестве A, расположенная во внутренней части объекта и обозначенная A°, является объединением всех открытых множеств в A. Замкнутое выражение A, обозначенное A^{-}, является пересечением всех замкнутых множеств A. Внешняя часть A, относящаяся к вложенному пространству R^2, обозначенному A^{-}, является множеством всех точек R^2, не содержащихся в A. Граница A, обозначенная ∂A, является пересечением замкнутого выражения A и замкнутого выражения внешней части A. Тем самым выполняется формальная характеристика расположения объектов на плоскости.

Для описания положения объекта в трехмерном пространстве введем дополнительные обозначения. Часть точек трехмерного пространства, расположенную во внутренней части объекта, обозначим как $A^{\circ 3}$. Внешняя часть объекта будет представлять собой две непересекающиеся области A^{-3u} (над объектом) и A^{-3d} (под объектом). Верхняя граница A, обозначенная ∂uA, является пересечением замкнутого выражения A и замкнутого выражения верхней внешней части A. И соответственно нижняя граница A, обозначенная ∂dA, является пересечением замкнутого выражения A и замкнутого выражения нижней внешней части A.

Таким образом, пространственная область определена как трехмерное множество точек, которое является гомеоморфным к пяти областям, т.е. каждая из восьми объектных частей области в трехмерном пространстве (внутренняя часть, граница и внешняя часть) — непустая и связанная.

Бинарное топологическое отношение между двумя областями A и B характеризуется как сравнение границы (∂A), внутренней части (A°), внешней части (A^{-}) на горизонтальной плоскости и верхней, нижней границ (∂uA, ∂dA), внутренней части ($A^{\circ 3}$), верхней и нижней внешних частей (A^{-3u}, A^{-3d}) в вертикальной плоскости объекта A с границей (∂B), внутренней частью (B°), и внешней частью (B^{-}) на горизонтальной плоскости и верхней, нижней границ (∂uB, ∂dB) внутренней части ($B^{\circ 3}$), верхней и нижней внешних частей (B^{-3u}, B^{-3d}) в вертикальной плоскости объекта B. Эти четырнадцать объектных частей объединены так, что между ними существует шестнадцать пересечений, которые представляют топологические отношения между этими двумя объектами.

Естественно, это не все возможные комбинации топологических характеристик, но рассмотрев рис. 2, будем считать, что этими отношениями можно описать взаимодействие объектов в дополнение к плоскости в трехмерном пространстве.

Топологическое отношение между областями A и B кратко может быть представлено как матрица 4×4, назовем ее „16 пересечений“.

$$R_{16}(A,B)=\begin{bmatrix} \partial A\cap\partial B & \partial A\cap B^{\mathrm{o}} & \partial A\cap B^{-} & A^{-3d}\cap B^{\mathrm{o}3} \\ A^{\mathrm{o}}\cap\partial B & A^{\mathrm{o}}\cap B^{\mathrm{o}} & A^{\mathrm{o}}\cap B^{-} & A^{-3u}\cap B^{\mathrm{o}3} \\ A^{-}\cap\partial B & A^{-}\cap B^{\mathrm{o}} & A^{-}\cap B^{-} & \partial uA\cap B^{\mathrm{o}3} \\ \partial uA\cap\partial dB & \partial dA\cap\partial uB & \partial dA\cap B^{\mathrm{o}3} & A^{\mathrm{o}3}\cap B^{\mathrm{o}3} \end{bmatrix}.$$

Топологические отношения характеризуются топологическими инвариантами „16 пересечений“, т.е. свойствами, которые сохраняются при топологических преобразованиях. Содержание этих шестнадцати пересечений было идентифицировано как самый простой и общий топологический инвариант, хотя другие могут быть полезны как компоненты пересечения и их измерения. Инвариант содержания характеризует каждое из этих шестнадцати пересечений значением „пустое“ ($\varnothing$) или „непустое“ ($\neg\varnothing$). С различением „пустое/непустое“ этих шестнадцати пересечений потенциально можно получить 216 различных топологических отношений. Два из этих топологических отношений сохраняются между любыми двумя областями. Шестнадцать пересечений „пустое/непустое“ описывают набор отношений, которые обеспечивают полный охват — три объектные части: граница, внутренняя часть и внешняя часть.

Содержания их пересечений такие, что любое множество является или пустым, или непустым. Фактическое число возможных отношений зависит от измерения пространства относительно объектов и от топологических свойств объектов, вложенных в это пространство. Например, граница линии (нециклической), т.е. множество ее начальных и конечных точек, является разделенной, тогда как граница области без отверстий является соединенной, и различие в этих топологических свойствах влияет на то, какие топологические отношения могут быть реализованы.

Для хранения в памяти одного топологического отношения между картографическими объектами достаточно шестнадцати бит. Формализованная выше структура будет состоять из набора бинарных таблиц, достаточно простых в хранении и анализе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Еремеев С. В., Садыков С. С.* Автоматический контроль размещения пространственных объектов на цифровой карте с использованием топологических отношений // Информационные технологии. 2005. № 8. С. 6—9.

2. *Андрианов Д. Е.* Создание метода представления топологических отношений в трехмерном пространстве для задач городских ГИС // Геоинформатика. М.: ВНИИгеосистем, 2007. № 2. С. 1—3.

3. *Egenhofer M. J. and Franzosa R. D.* Point-set topological spatial relations // Int. J. of Geographical Inf. Systems. 1991. Vol. 5, N 2. P. 161—176.

Сведения об авторах

Дмитрий Евгеньевич Андрианов — канд. техн. наук, доцент; Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета, кафедра информационных систем; E-mail: AndrianovDE@inbox.ru

Султан Садыкович Садыков — д-р техн. наук, профессор; Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета, кафедра информационных систем; E-mail: SadykovSS@yandex.ru

Владислав Валерьевич Фролов — аспирант; Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета, кафедра информационных систем; E-mail: AndrianovDE@inbox.ru

Рекомендована кафедрой информационных систем

Поступила в редакцию 12.09.08 г.