УДК 621.391.037

В. И. Горбулин, В. В. Панченко, Н. В. Радионов

# ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЫБОРУ СИСТЕМЫ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Впервые сформулирована корректная математическая постановка технико-экономической задачи выбора состава системы малых космических аппаратов и средств наблюдения за заданным районом, обеспечивающей требуемую достоверность получаемой информации в условиях ограниченного финансирования. Предложенная декомпозиция позволила разработать методику раздельного решения технической задачи по критерию допустимости и оптимальной экономической задачи.

***Ключевые слова:*** *средства наблюдения, космические аппараты, задача выбора, достоверность, финансирование, оптимизация.*

**Введение.** В настоящее время создание и совершенствование малых космических аппаратов (МКА), предназначенных для обзора земной поверхности, — одно из перспективных направлений развития космических технологий. Преимуществом применения МКА является возможность обзора в сжатые сроки значительных территорий. Кроме того, изображения, полученные с помощью бортовой аппаратуры МКА, обладают необходимой точностью, позволяющей идентифицировать нужные объекты в разнообразных волновых диапазонах. Поэтому применение МКА в комплексе с традиционными средствами контроля позволит в целом повысить достоверность информации за счет комплексирования источников.

Однако при внедрении подобной космической технологии в условиях ограниченного финансирования возникает задача выбора варианта эффективного применения комплекса имеющихся средств. При математической постановке этой задачи следует учитывать не только показатели качества выполнения целевой задачи средствами наблюдения, но и затрачиваемые на ее решение финансовые ресурсы. При этом расчет эффективности комплексного применения средств наблюдения является трудной научно-технической задачей, требующей решения на этапе принятия системы в эксплуатацию, когда будут довольно точно определены основные тактико-технические характеристики (ТТХ) средств, разработано программно-математическое обеспечение обработки информации и определены сметы на создание и эксплуатацию системы.

**Концептуальная постановка задачи выбора состава аппаратуры МКА.** Конечной целью функционирования системы сбора информации является селекция (распознавание) объектов в пределах заданного района земной поверхности площадью $S_з$ при обеспечении требуемой вероятности селекции $P$. Вероятность селекции зависит от возможности наблюдения и распознавания класса объектов и определяется целой группой параметров, в которую могут входить ТТХ средств, характеристики условий и методов наблюдения, также существенно зависящие от вложенных в их разработку и функционирование финансовых ресурсов.

В настоящей статье предлагается методика расчета целевого показателя задачи выбора состава аппаратуры МКА с использованием декомпозиции с выделением технических и экономических показателей. Так, каждое из разнотипных средств наблюдения можно характеризовать техническими показателями, основными из которых являются:

— условия наблюдения (дальность и волновой диапазон сканирования);

— зона наблюдения (площадь сканируемого района);

— разрешающая способность;

— гарантийный срок эксплуатации и потребляемая мощность.

Перечисленные показатели существенным образом влияют на эффективность выполнения задачи системой. Однако в целом они определяют только полезностный аспект эффективности функционирования каждого из средств. Возможность реализации системы определяется финансово-экономическими показателями — стоимостью средства и эксплуатационными затратами на него в течение заданного периода в обозримом будущем.

В качестве целевого показателя применения комплекса средств наблюдения для системы МКА и для каждого средства наблюдения в отдельности предлагается использовать соотношение „полезность—стоимость“ [1]. Техническую полезность системы предлагается оценивать некоторым скалярным показателем, характеризующим достоверность информации, а ее стоимость — векторным показателем, включающим затраты на создание (закупку) и эксплуатацию средств наблюдения. В этом случае на этапе принятия системы в эксплуатацию может быть использована двухцикловая методика выбора ее состава. В первом цикле расчетов с использованием принципа масштабирования в состав системы отбираются средства, удовлетворяющие критерию пригодности по скалярному показателю. Во втором цикле на основе отобранного множества средств наблюдения с учетом показателя „стоимость“ решается оптимизационная задача минимизации расходов.

При обосновании единого технического показателя эффективности комплексного применения средств наблюдения целесообразно использовать понятие достоверности информации. В качестве основного компонента предлагается использовать так называемый коэффициент достоверности информации $D$, получаемой от одного технического средства наблюдения [2]. Этот коэффициент можно определить соотношением $D = S/\Delta$, где $S$ — площадь района, сканируемая в течение исследуемого периода времени $T$, $\Delta$ — показатель разрешающей способности средства наблюдения, выраженный минимальной площадью классифицируемого (с заданной вероятностью) объекта.

С увеличением $S$ возрастает и вероятность обнаружения объекта на земной поверхности, а с уменьшением $\Delta$ — вероятность классификации объекта на просканированном районе. Однако в действительности значение $S$ зачастую меньше, чем $S_з$. Кроме того, может быть задано множество таких районов. Тогда за время $T_и$ трасса одного средства наблюдения может проходить через контролируемый район только в течение ограниченного временного интервала, или обстановка в районе в период отсутствия наблюдения может изменяться. Поэтому для полноты и постоянства контроля за заданным районом должна использоваться система средств наблюдения, состоящая из $n$ отдельных однотипных средств. Тогда для системы средств наблюдения можно ввести более сложный показатель достоверности

$$D_P = P(n)S(n)/\Delta(n),$$

где $P(n)$ — вероятность покрытия требуемого района (районов) системой из $n$ средств наблюдения за время $T_и$, которая может быть вычислена и с учетом вероятности попадания объекта наблюдения в поле сканирования. Поэтому на этапе синтеза (проектирования) системы может быть поставлена задача выбора числа $n$ либо по критерию оптимальности

$$D_P(n) \to \max_n,$$

либо, что более возможно, по критерию пригодности для заданного уровня достоверности $D_з$ системы:

$$D_P(n) \geq D_з.$$

Данную задачу можно назвать задачей технического масштабирования системы средств наблюдения различного базирования [3—5].

На этапе синтеза системы традиционно используется показатель „цена—качество“, частично реализующий указанный выше принцип „полезность—стоимость“. Экономический смысл данного показателя состоит в следующем. Очевидно, что при известном значении $n$ в системе, известной стоимости единичной закупки $I_q$ и эксплуатации $C_q$ в течение периода $T_{\text{и}}$ планируемые общие инвестиции в систему наблюдения составят

$$B = \sum_{q=1}^{n} \left( I_q + C_q \right).$$

Опыт конструирования подобной техники указывает, что, например, для получения большей разрешающей способности $\Delta$ требуются либо большие инвестиции $I_q$, либо большее количество средств $n$ в системе, что увеличивает и эксплуатационные затраты $C_q$. Поэтому зависимость показателя цены $1/B(1/\Delta)$ с учетом $n(\Delta)$ будет близкой к гиперболе. В то же время зависимость показателя достоверности в виде $D_P(1/\Delta)$, очевидно, является возрастающей функцией $D_P(1/\Delta) \to \infty$. Если принять отношение $D_P(1/\Delta)/B(1/\Delta)$ в качестве целевого показателя системы, то из проведенного анализа следует, что этот показатель имеет оптимальную точку при условии:

$$\frac{dD_P\left(1/\Delta^*\right)}{d\left(1/\Delta^*\right)} B\left(1/\Delta^*\right) = \frac{dB\left(1/\Delta^*\right)}{d\left(1/\Delta^*\right)} D_P\left(1/\Delta^*\right) \qquad (1)$$

($1/\Delta^*$, здесь и далее звездочка означает „оптимальность максимума“).

Максимум показателя может в какой-то степени обеспечить компромисс между требованием повышения технической полезности системы и экономической возможности ее реализации (снижением затрат). С учетом бюджетного ограничения $B_{\text{з}}$ окончательное решение задачи выбора можно определить из условия $n^{**} = n\left(1/\Delta^{**}\right) = n\left(B^{-1}\left(B^*\right)\right)$, где $B^* = \min\left\{B;\ B\left(1/\Delta^*\right)\right\}$. В частности, подобный подход рассматривался в работе [1].

Однако при ближайшем рассмотрении такой традиционный подход к решению задачи выбора состава МКА оказывается неприемлемым, так как не учитывает некоторых важнейших условий. Во-первых, задача системы в период эксплуатации может быть гораздо сложнее рассмотренной выше и включать, например, множество контролируемых районов или множество волновых диапазонов сканирования. Во-вторых, период $T_{\text{и}}$ может оказаться значительно больше срока активного существования одного средства $T_{\text{э}k}$, следовательно, в будущем расходы на поддержание системы могут существенно возрасти за счет необходимости восполнения системы.

**Математическая постановка задачи.** Пусть целевая задача системы включает $M$ подзадач, выполнение которых для системы средств наблюдения является существенно необходимым, например, при селекции объектов в одном районе в $M$ волновых диапазонах сканирования. Допустим, что из решения задачи (1) для каждого из диапазонов на этапе технического проектирования средств наблюдения определено по $N$ типов подсистем средств наблюдения (равное количество в данном случае выбрано только для упрощения). С учетом решения задачи (1) каждая из $N$ подсистем в каждом из $M$ диапазонов обеспечивает требуемый уровень достоверности информации $D_j$, $j = 1, \ldots, M$:

$$D_{P\, i_j j}\left(1/\mathbf{\Delta}_{i_j j}\right) \ge D_{P\, j},\ i_j = 1, \ldots, N,\ j = 1, \ldots, M, \qquad (2)$$

где $i_j$ — номер подсистемы, работающей в $j$-м волновом диапазоне.

Очевидно, что в этих условиях для обеспечения требуемой достоверности информации, получаемой комплексом средств в каждом из диапазонов, достаточно поддержания только одной из $N$ подсистем. Следовательно, возникает задача выбора „одного из $N$". Но теперь при ограниченном бюджете эта задача становится экономической [6, 7].

Обозначим через $T_{\text{э}i_j}$ срок активного существования (гарантийный срок эксплуатации) средств $i_j$-й подсистемы, обеспечивающей сканирование района в $j$-м диапазоне. Если при этом закупка единичной подсистемы составляет $I_{i_j}$ (с учетом определенного в выражении (1) оптимального состава подсистемы из $n^*_{i_j}$ средств наблюдения) и на весь период $T_{\text{и}}$ потребуется $C_{i_j}$ средств на ее эксплуатацию, то в течение периода $T_{\text{и}}$ потребуется также $m_{i_j} = T_{\text{и}} \big/ T_{\text{э}i_j}$ раз восполнить группировку средств наблюдения, затратив каждый раз, по предварительной оценке, $I_{i_j}\left(n^*_{i_j}\right)$ денежных средств. Тогда экономико-математическая задача выбора эффективного варианта комплексного применения средств наблюдения может быть сформулирована как задача поиска таких индексов $i^*_j$ принятых к эксплуатации подсистем, которые обеспечивают минимальные расходы на их будущее восполнение, при условии достаточности бюджета $B$ для их первичной закупки и эксплуатации в течение $T_{\text{и}}$:

$$\min_{i_j \in 1,\ldots,N} \sum_{j=1}^{M} k\left(r, m_{i_j}\right) I_{i_j}\left(n^*_{i_j}\right); \quad \sum_{j=1}^{M}\left(I_{i_j}\left(n^*_{i_j}\right) + C_{i_j}\left(n^*_{i_j}\right)\right) \le B, \tag{3}$$

где $k\left(r, m_{i_j}\right)$ — коэффициент дисконтирования, моделирующий стоимость денег в будущем [8] с учетом количества платежей $m_{i_j}$ показателя инфляции и кредитного риска, выраженного процентной ставкой $r$.

Собственно задача (3) относится к классу задач нелинейного целочисленного программирования и элементарно решается методом простого перебора вариантов вектора индексов $\mathbf{J}_{\langle M \rangle} = \left[i_1, i_2, \ldots, i_M\right]^T$, $i_j \in \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M}$ . Однако существуют и методы направленного перебора, позволяющие при некоторых дополнительных условиях снизить трудоемкость решения задачи. В частности, при наличии коэффициентов дисконтирования для решения (3) можно применить метод Х. Фишеля [9]. В этом случае необходимо формально приводить задачу к одинаковой периодичности оплаты восполнения подсистем путем представления

$$I^0_{i_j} = m_{i_j} \frac{I_{i_j}\left(n^*_{i_j}\right)}{m^{\max}},$$

где

$$m^{\max} = \max_{\substack{i_j = 1,\ldots,N \\ j=1,\ldots,M}} m_{i_j}$$

— максимально возможная частота восполнения по всем системам и всем волновым диапазонам. В результате оплату восполнения каждой подсистемы можно осуществлять с одинаковой частотой, но различными суммами. При этом сумма траншей за период между двумя моментами фактического восполнения системы в точности равна требуемым затратам $I_{i_j}\left(n^*_{i_j}\right)$.

Для удобства дальнейшего анализа задачи (3) преобразуем ее путем введения новых переменных:

$$x_{i_j}: \quad I_{i_j}\left(n_{i_j}^*\right)+C_{i_j}\left(n_{i_j}^*\right)=I_{j\max}^* x_{i_j}; \quad 0<x_{i_j} \le 1;$$

$$I_{j\max}^* = \max_{i_j}\left\{ I_{i_j}\left(n_{i_j}^*\right)+S_{i_j}\left(n_{i_j}^*\right)\right\}\ldots, \quad j \in 1,\ldots,M .$$

Обозначим $z_j = I_{j\max}^*$; $z_0 = B$ и введем функции:

$$y_{i_j}\left(x_{i_j}\right) = -\frac{I_{i_j}^0}{x_{i_j}} \equiv -\frac{I_{i_j}^0}{I_{i_j}\left(n_{i_j}^*\right)+C_{i_j}\left(n_{i_j}^*\right)} I_{j\max}^* .$$

В принятых обозначениях переменные $x_{i_j}$ имеют экономический смысл дискретных интенсивностей инвестирования в закупку и эксплуатацию системы $j$-го волнового диапазона. Тогда параметры $y_{i_j}\left(x_{i_j}\right)$ можно интерпретировать как „плавающие“ показатели экономической эффективности затрат на восполнение систем. Задача (3) в принятых обозначениях принимает вид

$$F = k\left(r, m^{\max}\right)\sum_{j=1}^{M} y_{i_j}\left(x_{i_j}\right)x_{i_j} \to \max_{\substack{i_j=1,\ldots,N,\\ j=1,\ldots,M}} ; \quad \alpha\sum_{j=1}^{M} z_j x_{i_j} \le z_0 , \tag{4}$$

где $k\left(r, m^{\max}\right)$ — коэффициент дисконтирования (капитализации) с учетом общего для всех систем количества платежей $m^*$; $\alpha$ — поправочный коэффициент, учитывающий естественную распределенность во времени расходов на эксплуатацию $C_{i_j}$ .

**Методика решения задачи.** Преобразованная задача (4) относится к особому классу задач математического программирования — нелинейным задачам с параметрами. Для решения таких задач можно использовать методику на основе условий Куна—Таккера [10], так как несложно показать выпуклость целевой функции в (4). Между тем следует отметить, что сами условия Куна—Таккера в действительности являются следствием преобразования задач к виду задач с „седловой точкой“. При этом оказывается, что дискретная форма выражения (4) позволяет существенно упростить решение, не прибегая явно к анализу условий Куна—Таккера.

Действительно, после преобразования (4) к виду задачи с „седловой точкой“ с использованием множителя Лагранжа $\lambda_0$ получим

$$\Phi = k\left(r, m^{\max}\right)\sum_{j=1}^{M} y_{i_j}\left(x_{i_j}\right)x_{i_j} - \lambda_0\alpha\sum_{j=1}^{M} z_j x_{i_j} \to \max_{\substack{i_j=1,\ldots,N\\ j=1,\ldots,M}} \min_{\lambda_0>0} . \tag{5}$$

Здесь постоянная величина $\lambda_0 z_0$ без потери общности исключена из (5). Кроме того, в силу независимости проектов между собой задача (5) может быть представлена как совокупность отдельных подзадач:

$$\Phi_j = k\left(r, m^{\max}\right) y_{i_j}\left(x_{i_j}\right)x_{i_j} - \lambda_0\alpha z_j x_{i_j} \to \max_{\substack{i_j=1,\ldots,N\\ \lambda_0>0}} ; \quad j=\overline{1, M} ,$$

объединенных между собой параметрами $\alpha, k\left(r, m^{\max}\right), \lambda_0$ и ограничением

$$\alpha\sum_{j=1}^{M} z_j x_{i_j} \le z_0 .$$

Учитывая, что $k\left(r, m^{\max}\right) > 0$, $\lambda_0\alpha > 0$, $z_j > 0$ и они постоянны, после деления на $k\left(r, m^{\max}\right) z_j$ или $\lambda_0 \alpha z_j$ и преобразований получим две разновидности задач с „седловой точкой" и параметрами:

$$\tilde{\Phi}_j = \tilde{y}_{i_j}\left(x_{i_j}\right) x_{i_j} - \tilde{\lambda} x_{i_j} \to \max_{\substack{i_j = 1, \ldots, N \\ \tilde{\lambda} > 0}}; \ \tilde{y}_{i_j} = \frac{y_{i_j}}{z_j}; \ \tilde{\lambda} = \frac{\lambda_0 \alpha}{k\left(r, m^{\max}\right)}; \ j = \overline{1, M}, \tag{6}$$

при одновременном ограничении

$$\frac{\tilde{\lambda} k\left(r, m^{\max}\right)}{\lambda_0} \sum_{j=1}^{M} z_j x_{i_j} \le z_0$$

или

$$\tilde{\tilde{\Phi}}_j = \tilde{\tilde{\lambda}} \tilde{y}_{i_j}\left(x_{i_j}\right) x_{i_j} - x_{i_j} \to \max_{\substack{i_j = 1, \ldots, N \\ \tilde{\tilde{\lambda}} > 0}}; \ \tilde{\tilde{\lambda}} = \frac{k\left(r, m^{\max}\right)}{\lambda_0 \alpha}; \ j = \overline{1, M} \tag{7}$$

при одновременном ограничении

$$\frac{k\left(r, m^{\max}\right)}{\lambda_0 \tilde{\tilde{\lambda}}} \sum_{j=1}^{M} z_j x_{i_j} \le z_0 .$$

В соответствии с общей теорией решения задач нелинейного программирования [7, 10] решение непрерывных аналогов задач (6) или (7) сводится либо к поиску „седловой точки" $\left(x_j^*, \tilde{\lambda}^*\right)$ функций $\tilde{\Phi}_j\left(x_j, \tilde{\lambda}\right)$, либо к поиску максимума функций $\tilde{\tilde{\Phi}}_j\left(x_j, \tilde{\tilde{\lambda}}\right)$ при соответствующем ограничении (в каждом случае). Нетрудно представить, что при обратном переходе к записи исходной дискретной задачи для поиска „седловой точки" можно использовать два подхода: обращенный подход на основе обобщенного градиента, либо прямой подход [1, 9] на основе простого перебора [9].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Власов С. А., Мамон П. А.* Теория полета космических аппаратов: Учеб. пособие. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2007. 435 с.
2. *Можаев Г. В.* Синтез орбитальных структур спутниковых систем. Теоретико-групповой подход. М.: Машиностроение, 1989. 304 с.
3. *Горбулин В. И.* Оптимизация орбитального построения глобальных космических систем наблюдения. СПб: МО РФ, 2001. 171 с.
4. *Горбулин В. И., Панченко В. В.* Применение бортовой аппаратуры малых космических аппаратов для комплексного наблюдения заданного района // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 6. С. 15—20.
5. *Радионов Н. В.* Модели эффективности инвестиций и кредитования. Основы финансового анализа. СПб: Наука, 2005. 600 с.
6. *Колемаев В. А.* Математическая экономика. М.: ЮНИТИ, 1998. 240 с.
7. *Воронцовский А. В.* Инвестиции и финансирование: Методы оценки и обоснования. СПб: Изд-во СПбГУ, 1998. 528 с.
8. *Новожилов В. В.* Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М.: Наука, 1972. 434 с.

9. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов / *В. В. Коссов, В. Н. Лившиц, А. Г. Шахназаров.* М.: Экономика, 2000. 421 с.

10. *Буренок В. М., Ляпунов В. М., Мудров В. И.* Теория и практика планирования и управления развитием вооружения / Под ред. *А. М. Московского*. М.: Вооружение. Политика. Конверсия, 2004. 419 с.

***Сведения об авторах***

***Владимир Иванович Горбулин*** — д-р техн. наук; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра электрооборудования, Санкт-Петербург; E-mail: v_gorbulin@mail.ru

***Валерий Викторович Панченко*** — управление пограничной службы ФСБ России, начальник управления технического развития; E-mail: v_gorbulin@mail.ru

***Николай Васильевич Радионов*** — канд. техн. наук; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра электрооборудования, Санкт-Петербург; E-mail: radionov@mail.wplus.net

Рекомендована Ученым советом
ВКА им. А. Ф. Можайского

Поступила в редакцию
20.10.08 г.