

В. М. МУСАЛИМОВ, О. Е. ДИК, А. Е. ТЮРИН

ПАРАМЕТРЫ ДЕЙСТВИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Предложен новый метод оценивания параметров спектральной плотности энергии сигнала и детализирующих компонентов, полученных при дискретном вейвлет-разложении сигнала. Эффективность метода проверена при исследовании профилограмм поверхностей металлических образцов и анализе временных рядов кинетического тремора, возникающего при поддержании изометрического усилия руки человека.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, спектральная плотность сигнала, кумулята, параметры действия.

Введение. Вейвлет-преобразования широко используются для решения задач, связанных с подавлением шумов, сжатием больших объемов информации, анализом геофизических полей и сигналов, анализом электрокардиограмм, рентгенограмм и томограмм мозга [1—4].

Применение вейвлетов заключается в разложении одномерного сигнала $x(t)$ по базису, образованному сдвигами и разномасштабными копиями функции-прототипа (материнского вейвлета $\psi(t)$). Вся информация о сигнале содержится в этом довольно небольшом наборе значений. При вейвлет-преобразовании выполняется свертка сигнала с масштабирующей функцией $\phi(t)$, что дает сглаженную версию исходного сигнала. Таким образом, выделяются характерные особенности сигнала в области локализации вейвлета. К сглаженному и детализирующим компонентам применяется быстрое преобразование Фурье с последующим оцениванием спектральной плотности энергии или спектральной плотности мощности, что позволяет исследовать распределение энергии компонентов сигнала или их мощности по частотам [5, 6].

Цель настоящей статьи — представление и обсуждение оригинального метода оценки спектральной плотности энергии нестационарного сигнала с использованием компьютерных технологий на примерах анализа метрических триботехнических профилограмм и временных рядов кинетического тремора, возникающего в процессе поддержания изометрического усилия руки здорового человека и больного с синдромом паркинсонизма.

Исследование шероховатости поверхности. Профилограмма представляет собой дискретный ряд $\{x(t_i)\}_{i=1}^N$, мкм, значений пиков и впадин рельефа поверхности трибопары. Для анализа были выбраны пять фрагментов одномерного сигнала, содержащего 3500 отсчетов с базы $L=1,75$ мм. С помощью профилографа записывался профиль поверхности образцов до и после взаимодействия. В течение 1 с профилограф „проходил“ 0,25 мм поверхности, записывая новое значение через каждые 0,5 мкм с частотой дискретизации 1000 Гц. В качестве исследуемого материала использовался сплав ЛС59. Предварительно поверхность образцов была отшлифована, при этом шероховатость составила $Ra=0,22$ мкм. Исследования производились на триботехнической установке „Трибал“ [7]. Возвратно-поступательное движение исследуемых образцов относительно друг друга осуществлялось при определенной скорости их перемещения и выбранной величине нормального нагружения.

Исследование кинетического тремора. Для проведения экспериментов были привлечены 9 здоровых человек в возрасте от 40 до 52 лет и 9 больных с синдромом паркинсонизма в возрасте от 51 года до 58 лет. Испытуемые, сидя за столом перед монитором, нажимали пальцами выпрямленных рук на платформы с тензочувствительными датчиками, которые преобразовывали силу давления $y(t)$, Н, каждой руки в электрический сигнал. Благодаря жесткости платформ обеспечивалась более корректная регистрация усилия в изометрическом режиме (т.е. без движения пальцев в пространстве). Длительность регистрации составила 30 с, частота дискретизации 100 Гц. Регистрируемый сигнал изометрического усилия содержал медленный тренд и быстрый произвольный компонент (тремор). Этот компонент был выделен из полученного сигнала с помощью программы MatLab, которая использует пороговую обработку вейвлет-коэффициентов по принципу Штейна несмещенной оценки риска. С учетом жесткости тензочувствительного элемента ($r=1$ Н/мм) величина тремора определяется как $x(t)=y(t)/r$, мм.

Вейвлет-преобразование и кратно-масштабный анализ. Для дискретного сигнала $\{x(t_i)\}_{i=1}^N$ конечной длины N вейвлет-преобразование вычисляется для дискретных значений параметров масштаба $a=2^j$ и сдвига $d=k \cdot 2^j$, где k, j — целые числа, при этом вейвлет- и масштабирующие функции имеют следующий вид:

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t}{2^j} - k\right), \quad \phi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi\left(\frac{t}{2^j} - k\right).$$

Тогда дискретное преобразование сигнала на j -м уровне разложения представляет собой суперпозицию вейвлетов и масштабирующих функций [8]:

$$W_j = \sum_{k=0}^{k_{\max}} a_{j,k} \varphi_{j,k}(t) + \sum_{k=0}^{k_{\max}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t); \quad k_{\max} \leq 2^j - 1; \quad j=0, 1, \dots, m, \quad m = \text{float}(\log_2 N).$$

Для вычисления вейвлет-коэффициентов $a_{j,k}$ и коэффициентов $d_{j,k}$, которые задаются интегралами

$$a_{j,k} = \int x(t) \varphi_{j,k}^*(t) dt, \quad d_{j,k} = \int x(t) \psi_{j,k}^*(t) dt,$$

используется каскадный алгоритм [8]. На последнем уровне разложения m , который не может превышать значения $\text{float}(\log_2 N)$, формируются наборы коэффициентов аппроксимации последнего уровня и детализирующих коэффициентов всех уровней. Для восстановления сигнала по известному набору коэффициентов используется каскадный алгоритм обратного вейвлет-преобразования. В итоге анализируемый сигнал равен сумме сглаженного компонента последнего уровня (A_m) и деталей всех уровней разложения (D_m, \dots, D_1):

$$x(t_i) = A_m(t_i) + D_m(t_i) + \dots + D_1(t_i) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} a_{m,k} \varphi_{m,k}(t) + \sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{k_{\max}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t).$$

Для анализа полученных компонентов сигнала обычно применяется алгоритм быстрого дискретного преобразования Фурье с последующим оцениванием спектральной плотности энергии этих компонентов.

Параметры действия спектральной плотности энергии нестационарного сигнала.

Компоненты D_1, \dots, D_m сигнала в явной форме не содержат информации о характеристиках процесса. Для получения данных об энергетических характеристиках процесса целесообразно использовать методы цифрового спектрального анализа [9].

Спектральная плотность энергии сигнала равна квадрату фурье-преобразования сигнала:

$$E(f) = |X(f)|^2 = \left| \int x(t) e^{-2\pi i f t} dt \right|^2,$$

где $X(f)$ — спектр сигнала.

Частотное накопление спектральной плотности энергии, условно называемое кумулятой энергии, в пределах полосы частот (f_1, f_2) определяется как $\varepsilon = \int_{f_1}^{f_2} E(f) df$.

Проведем анализ размерностей величин. Его обычно связывают с конкретными характеристиками приборов: например, частотой ω_0 собственных колебаний чувствительного элемента или его приведенной жесткостью c и массой m . Учитывая константу прибора $k = \frac{c^2}{m} = \omega_0^2 c$, Н/(м·с²), введем $E_s(f) = kE(f)$, Дж. Тогда кумулята энергии будет измеряться в ваттах: Вт=Дж/с.

Примеры графиков спектральной плотности энергии и накопления энергии представлены на рис. 1, а, б соответственно, где E_{\max} — максимальное значение спектральной плотности энергии; f_{\max} — максимальная частота, соответствующая E_{\max} ; ε^* — предельное значение кумуляты энергии.

В качестве характеристик спектральной плотности энергии рассмотрим следующие величины:

$$p_1 = \frac{\varepsilon^*}{(f_2 - f_1) f_{\max}}, \quad p_2 = \frac{E_{\max}}{f_{\max}}.$$

Параметры p_1 и p_2 измеряются в джоулях в секунду (Дж·с). Разделим оба параметра на постоянную Планка $h=6,62\cdot 10^{-34}$ Дж·с, тогда номинальный и интервальный параметры действия $h_1 = \lg(p_1/h)$ и $h_2 = \lg(p_2/h)$ будут безразмерными. (Физическая величина, имеющая размерность произведения энергии на время, называется действием.)

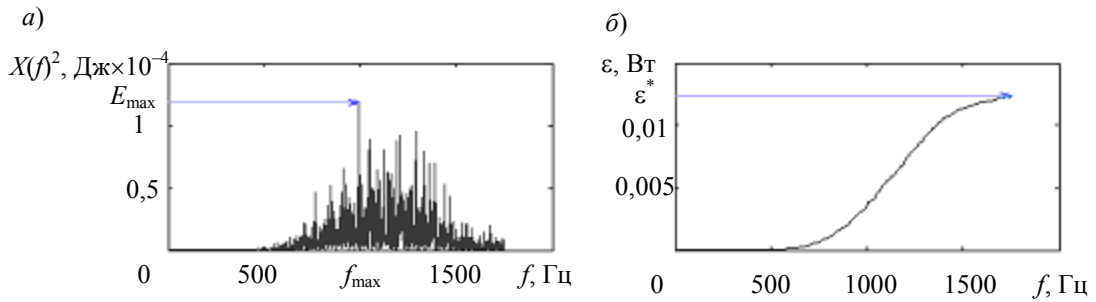


Рис. 1

Анализ профилограмм. Исходная профилограмма, записанная с поверхностей образца (трибопары) до взаимодействия, представлена на рис. 2, а, а на рис. 2, б, в — соответственно профилограммы нижней и верхней поверхностей образца после взаимодействия.

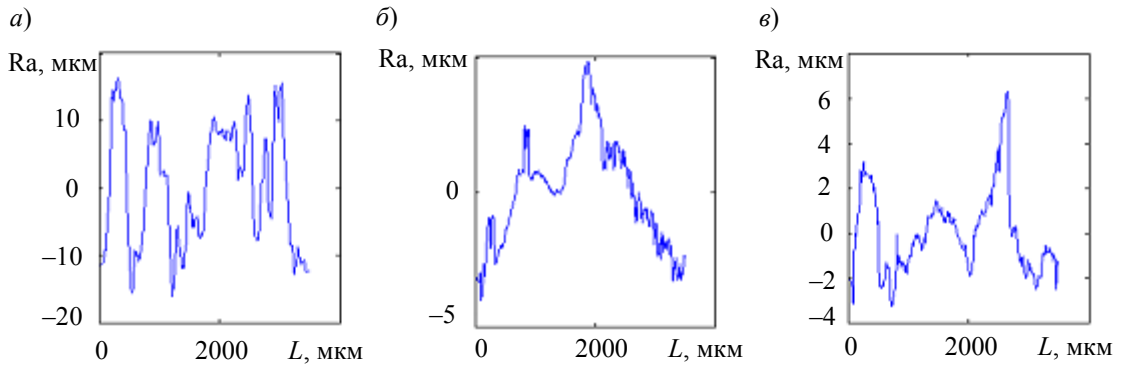


Рис. 2

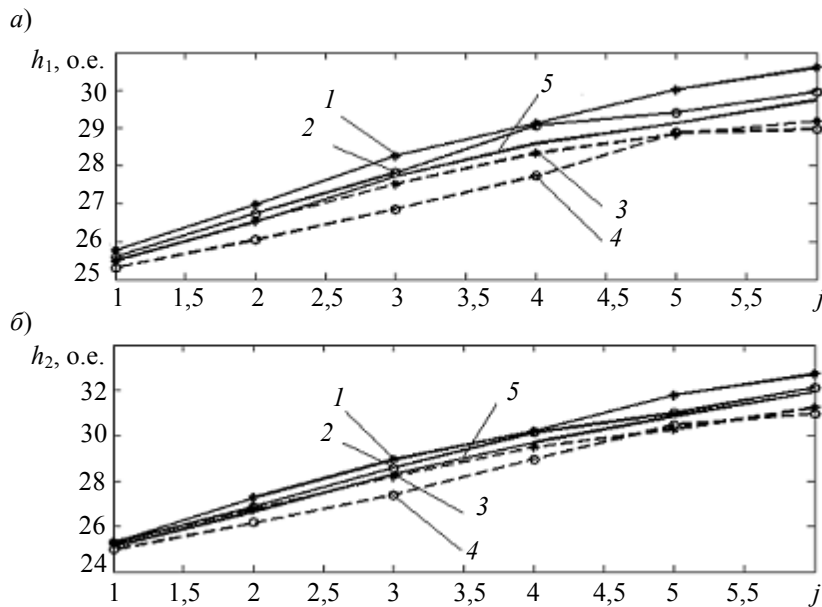


Рис. 3

Графики зависимостей параметров действия h_1 и h_2 от уровня разложения представлены на рис. 3 а, б соответственно, где приведены следующие обозначения кривых: 1 — 1-я пара трения (нижний профиль); 2 — 1-я пара трения (верхний профиль); 3 — 2-я пара трения (нижний профиль), 4 — 2-я пара трения (верхний профиль); 5 — исходный профиль.

Результаты обработки временных рядов физиологического и паркинсонического тремора. Результаты исследований быстрого произвольного компонента, или тремора сигнала (амплитудой A), полученные для здорового человека (рис. 4, *a*) и больного с синдромом паркинсонизма (рис. 4, *б*), демонстрируют двукратные отличия по амплитуде и отсутствие видимых отличий по частоте.

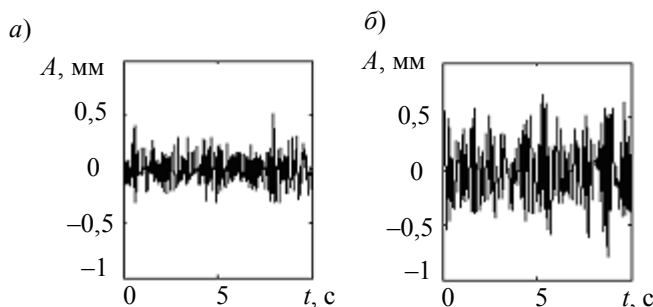


Рис. 4

Средние значения параметров действия h_1 и h_2 в зависимости от уровня разложения представлены на рис. 5 *a*, *б* соответственно, где кривая 1 отражает результаты исследования здоровых испытуемых, кривая 2 — больных с синдромом паркинсонизма. Оба параметра возрастают на каждом последующем уровне разложения. Для здоровых испытуемых средние значения h_1 и h_2 меньше значений, полученных для больных. Наибольшие отличия наблюдаются на первом уровне разложения (т.е. для высокочастотных деталей). Для параметра h_1 тангенсы углов наклона усредненных прямых равны 0,624 (для здоровых испытуемых) и 0,25 (для больных), т.е. отличаются в три раза; для параметра h_2 тангенсы углов наклона практически совпадают и равны 0,49.

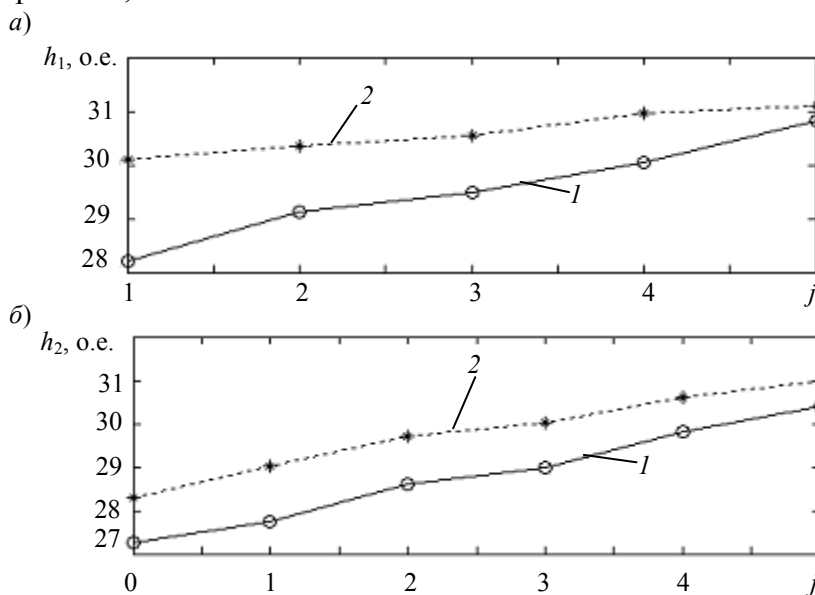


Рис. 5

Таким образом, параметр h_1 наиболее чувствителен к изменениям в состоянии человека и может служить критерием отличия спектральной плотности энергии детализирующих компонентов разложения исходных сигналов.

Заключение. Рассмотрен оригинальный метод оценки спектральной плотности энергии нестационарного сигнала с использованием компьютерных технологий. В основу оценки положены физически обоснованные номинальный и интервальный параметры действия.

На примерах анализа трибометрических профилограмм и временных рядов кинетического тремора, возникающего в процессе поддержания изометрического усилия руки здорового человека и больного с синдромом паркинсонизма, продемонстрирована эффективность

применения параметров действия. Интервальный и номинальный параметры действия используются при исследовании трибоконтактных взаимодействий различных материалов как интегральные характеристики, включая коэффициенты трения и меры шероховатости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. № 166. С. 1145—1170.
2. Crowe J. A., Gibson N. M., Woolfson M. S., Somekh M. G. Wavelet transform as a potential tool for ECG analysis and compression // J. of Biomedical Scientific Instruments. 1994. Vol. 30. P. 63—68.
3. Бойцов С. А., Гришаев С. Л., Солнцев В. Н., Кудрявцев Ю. С. Анализ сигнал-усредненной ЭКГ (по данным вейвлет-преобразования) у здоровых и больных ИБС // Вестн. аритмологии. 2001. № 23. С. 32—36.
4. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. М.: Техносфера, 2006. 280 с.
5. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MatLab. М.: ДМК Пресс, 2005. 301 с.
6. McAuley J. H., Marsden C. D. Physiological and pathological tremors and rhythmic central motor control // Brain. 2000. Vol. 123, N 8. P. 1545—1567.
7. Мусалимов В. М., Валетов В. А. Динамика фрикционного взаимодействия. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. 186 с.
8. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. М.: Мир, 2005. 671 с.
9. Марпл-мл. С. Л. Цифровой и спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.

Сведения об авторах

- Виктор Михайлович Мусалимов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; E-mail: musVM@yandex.ru
- Ольга Евгеньевна Дик** — канд. физ.-мат. наук; Институт физиологии им. И. П. Павлова РАН, Санкт-Петербург; ст. науч. сотрудник; E-mail: glazov.holo@mail.ioffe.ru
- Андрей Евгеньевич Тюрин** — магистрант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра мехатроники; E-mail: andrey4t5@rambler.ru

Рекомендована кафедрой
мехатроники СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию
16.12.08 г.