УДК 62-506.1 (047)

И. Б. Фуртат, А. М. Цыкунов

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТАМИ С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ ЗНАКА КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ

Рассматривается адаптивное управление линейными объектами в условиях параметрической и функциональной неопределенности и при отсутствии информации о знаке коэффициента передачи. Задача решена на базе модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка с использованием функции, позволяющей компенсировать неопределенность данного знака. Приводятся результаты численного моделирования.

Ключевые слова: *адаптивное управление, модифицированный алгоритм адаптации высокого порядка, высокочастотный коэффициент усиления, наблюдатель.*

Введение. При проектировании систем управления объектами необходимо учитывать знак коэффициента передачи (высокочастотного коэффициента усиления) [1—4]. Это связано с тем, что при выборе алгоритмической структуры управляющего устройства должна быть обеспечена отрицательная обратная связь. При отсутствии информации о знаке данного коэффициента возможно появление положительной обратной связи, что повлечет за собой неработоспособность системы управления.

Публикаций, посвященных решению данной проблемы, довольно мало (см., например, [5, 6]). В частности, в работе [5] предложена алгоритмическая структура управляющего устройства для стабилизации объектов, описываемых линейными дифференциальными уравнениями первого порядка с неизвестным знаком коэффициента передачи. Закон управления формируется в виде $u = N(x)y$, где $N(x)=x^2\cos x$ — коэффициент Насбаума [5]; $\dot{x}=y^2$, y — выходной сигнал объекта управления. Если при формировании сигнала управления знак коэффициента передачи учтен неверно, то значения y и, как следствие, функции x увеличиваются. С увеличением x знак $\cos x$ изменяется на противоположный. В результате положительная обратная связь по управлению становится отрицательной.

Идея, предложенная в работе [5], была использована для построения на основе эталонной модели адаптивной системы управления объектом, коэффициент передачи которого также неизвестен [6]. В этом случае решение было получено с использованием метода расширения ошибки и включения коэффициента Насбаума в алгоритм настройки параметров управляющего устройства. Однако предложенные схемы не свободны от недостатков: в частности, система, рассматриваемая в работе [6], содержит интегратор, на вход которого подается сигнал y^2; при наличии возмущений значение сигнала x будет увеличиваться, что приведет к неработоспособности системы. Кроме того, техническая реализация этой схемы, как и всякой системы, где используется метод расширенной ошибки, довольно сложна.

В настоящей статье предлагается схема адаптивного управления объектом по выходному сигналу в условиях априорной и функциональной неопределенности и при отсутствии информации о знаке коэффициента передачи. Задача решается с помощью модифицированного алгоритма адаптации высокого порядка [1, 2] с использованием устройства, позволяющего компенсировать неопределенность знака коэффициента передачи.

Постановка задачи. Рассмотрим объект управления, динамические процессы в котором описываются дифференциальным уравнением

$$Q(D)y(t) = kR(D)\big(u(t) + f(t)\big), \qquad (1)$$

где $y(t)\in\mathbb{R}$ и $u(t)\in\mathbb{R}$ — входной и выходной сигналы объекта; $f(t)\in\mathbb{R}$ — неконтролируемое возмущающее воздействие; $Q(D)$, $R(D)$ — нормированные линейные дифференциальные операторы; $k\in\mathbb{R}$ — неизвестный коэффициент передачи; $D = d/dt$ — оператор дифференцирования.

Эталонная модель объекта управления задана уравнением

$$Q_m(D)y_m(t) = k_m R_m(D)r(t), \qquad (2)$$

здесь $y_m(t)\in\mathbb{R}$ — выходной сигнал эталонной модели; $r(t)\in\mathbb{R}$ — задающее воздействие; $Q_m(D)$ и $R_m(D)$ — линейные дифференциальные операторы с известными коэффициентами; коэффициент k_m известен.

Целью управления является синтез закона, обеспечивающего выполнение целевого условия

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}|e(t)| = \overline{\lim_{t\to\infty}}|y(t)-y_m(t)| < \delta \qquad (3)$$

и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе; здесь $e(t)$ — ошибка слежения; $\delta>0$ — достаточно малое число.

Предположение 1. Коэффициенты операторов $Q(D)$, $R(D)$ и k — неизвестные постоянные числа, зависящие от вектора неизвестных параметров $\zeta\in\Xi$, где Ξ — известное ограниченное множество.

Предположение 2. Известны: максимально возможное начальное условие $|e(0)|\le\delta_1$; порядки операторов $Q(D)$, $R(D)$, $Q_m(D)$ и $R_m(D)$, которые равны n, q, n и q соответственно; $\gamma = n - m > 1$ — относительная степень объекта.

Предположение 3. Полиномы $R(s)$, $Q_m(s)$, $R_m(s)$ — гурвицевы, где s — комплексная переменная в преобразовании Лапласа.

Предположение 4. Задающее воздействие $r(t)$ и возмущение $f(t)$ — ограниченные функции.

Предположение 5. В системе управления не доступны измерению производные сигналов $y(t)$, $u(t)$ и $r(t)$.

Метод решения. Предположим, что знак коэффициента k известен, и рассмотрим схему, предложенную в работах [1, 2]. Представим операторы $R(D)$ и $Q(D)$ в виде суммы: $R(D)=R_m(D)+\Delta R(D)$, $Q(D)=Q_m(D)+\Delta Q(D)$, где $\Delta R(D)$ и $\Delta Q(D)$ — остаточные многочлены, причем $\deg\Delta R(D)=q-1$, $\deg\Delta Q(D)=n-1$; $Q_m(D)$ и $R_m(D)$ выбираются исходя из предположений 2 и 3. Тогда с учетом выражений (1) и (2) уравнение ошибки слежения $e(t)=y(t)-y_m(t)$ можно записать следующим образом:

$$e(t)=k\frac{R_m(D)}{Q_m(D)}\left[u(t)+\frac{\Delta R(D)}{R_m(D)}u(t)-\frac{\Delta Q(D)}{kR_m(D)}y(t)+\frac{R(D)}{R_m(D)}f(t)-\frac{k_m}{k}r(t)\right]. \qquad (4)$$

Введем закон управления

$$u(t)=T(D)\bar{v}(t),\ v(t)=c^T(t)w(t), \tag{5}$$

здесь $T(D)$ — линейный дифференциальный оператор порядка $\gamma-1$, такой что полином $T(s)$ гурвицев; $\bar{v}(t)$ — оценка вспомогательного управляющего воздействия $v(t)$; $c(t)$ — вектор настраиваемых параметров; $w(t)=\left[V_u^T(t), V_y^T(t), y(t), g(t)\right]^T$ — вектор регрессии, сформированный с помощью фильтров

$$\dot{V}_y(t)=F_yV_y(t)+by(t),\quad \dot{V}_u(t)=F_uV_u(t)+bu(t),\quad \dot{V}_r(t)=F_rV_r(t)+br(t); \tag{6}$$

$$V_y(0)=0,\quad V_u(0)=0,\quad V_r(0)=0,\quad g(t)=LV_r(t).$$

В уравнениях (6) $V_y(t)\in\mathbb{R}^{n-1}$, $V_u(t)\in\mathbb{R}^{n-1}$, $V_r(t)\in\mathbb{R}^{\gamma-1}$ — векторы состояния фильтров; $F_y\in\mathbb{R}^{(n-1)\times(n-1)}$, $F_u\in\mathbb{R}^{(n-1)\times(n-1)}$, $F_r\in\mathbb{R}^{(\gamma-1)\times(\gamma-1)}$ — числовые матрицы в форме Фробениуса с характеристическими многочленами $R_m(s)T(s)$, $R_m(s)T(s)$ и $T(s)$ соответственно; $b=[0, \ldots, 0, 1]^T$, $L=[1, 0, \ldots, 0]$.

Выберем полиномы $Q_m(s)$, $R_m(s)$ и $T(s)$, так чтобы $R_m(s)T(s)Q_m^{-1}(s)=(s+a)^{-1}$, $a>0$. Тогда с учетом выражений (5) и (6) уравнение (4) преобразуется к виду

$$\dot{e}(t)=-ae(t)+k\left(c(t)-c_0\right)^T w(t)+k\varepsilon(t)+k\varphi(t), \tag{7}$$

здесь $\varepsilon(t)=\bar{v}(t)-v(t)$; $\varphi(t)=R(D)\left[R_m(D)T(D)\right]^{-1}f(t)$ — ограниченная функция в силу предположений 3, 4 и гурвицевости полинома $T(s)$; $c_0^T=-\left[c_{01}^T, c_{02}^T, c_{03}, k\right]$ — вектор неизвестных параметров, где c_{01} — вектор, компонентами которого являются коэффициенты многочлена $\Delta R(D)$; c_{02} — вектор с коэффициентами оператора $\Delta\bar{Q}(D)$; c_{03} — скаляр, полученный при выделении целой части в выражении $\dfrac{\Delta Q(D)}{kR_m(D)T(D)}=c_{03}+\dfrac{\Delta\bar{Q}(D)}{kR_m(D)T(D)}$.

Для оценки производных сигнала $v(t)$ в уравнении (5) воспользуемся схемой, предложенной в работе [4]:

$$\dot{\xi}(t)=G_0\xi(t)+B_0\left(\bar{v}(t)-v(t)\right),\ \bar{v}(t)=L\xi(t), \tag{8}$$

здесь $\xi(t)\in\mathbb{R}^{\gamma-1}$; $G_0=\begin{bmatrix}0 & I_{\gamma-2}\\ 0 & 0\end{bmatrix}$; $I_{\gamma-2}\in\mathbb{R}^{(\gamma-2)\times(\gamma-2)}$ — единичная матрица;

$$B_0=-\left[b_1\mu^{-1}, b_2\mu^{-2}, \ldots, b_{\gamma-1}\mu^{1-\gamma}\right]^T,$$

причем $b_1, \ldots, b_{\gamma-1}$ выбираются из условия гурвицевости матрицы $G=G_0-\bar{B}L$, где $\bar{B}=\left[b_1, b_2, \ldots, b_{\gamma-1}\right]^T$, μ — достаточно малое число.

Утверждение. Пусть выполнены условия предположений, но известен знак коэффициента k. Тогда для любых коэффициентов полиномов $Q(s)$, $R(s)$ и числа k из множества Ξ существуют величины $\rho>0$, $\sigma>0$ и $\mu_0>0$, такие что при $\mu\le\mu_0$ система уравнений (5)—(8) совместно с алгоритмом

$$\dot{c}(t)=-\operatorname{sgn}(k)\theta(t)-\sigma e^2(t)c(t)\left(1+e^2(t)\right)^{-1},\quad \theta(t)=\rho e(t)w(t), \tag{9}$$

диссипативна, и выполнено целевое условие (3).

Доказательство приведено в работе [1].

Рассмотрим, далее, вариант, когда знак коэффициента k неизвестен. Для компенсации данной неопределенности сформируем алгоритм адаптации (9) в следующем виде:

$$\dot{c}(t) = -\Phi(\psi)\theta(t) - \sigma e^2(t)c(t)\left(1+e^2(t)\right)^{-1}, \quad \psi(e) = \alpha - \beta\overline{\psi}(e), \tag{10}$$

где $\alpha > 0$, $\beta > 0$; $\overline{\psi}(e)$ — положительно-определенная функция; $\Phi(\psi)$ — функция, принимающая значения ± 1 и изменяющая свой знак на противоположный при превышении функцией $\beta\overline{\psi}(e)$ значения α.

Функция $\Phi(\psi)$ может быть реализована, например, на базе триггера со счетным входом, который изменяет свое состояние при изменении знака функции $\psi(e)$ с плюса на минус. Зададим $\overline{\psi}(e) = |e(t)|$. Структурная схема устройства, компенсирующего неопределенность знака коэффициента передачи, представлена на рис. 1.

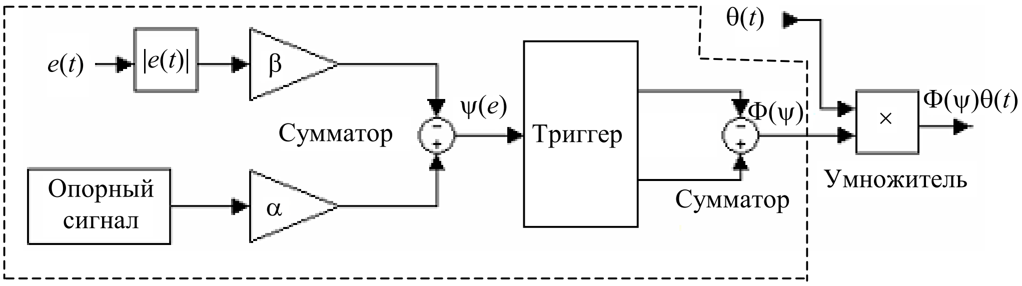

Рис. 1

Как следует из приведенного выше утверждения, если знак коэффициента k известен, то алгоритмическая структура управляющего устройства, описываемого уравнениями (5)—(9), обеспечивает выполнение условий $\overline{\lim\limits_{t\to\infty}}|e(t)| < \delta$, $\overline{\lim\limits_{t\to\infty}}\left|\left(c(t)-c_0\right)^T w(t)\right| < \delta$ и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Пусть коэффициент k неизвестен и алгоритм адаптации сформирован в виде уравнения (10). Если знак коэффициента k тот же, что и у функции $\Phi(\psi)$, то ошибка $e(t)$ уменьшается, а значит, функция $\Phi(\psi)$ не изменит знак на противоположный, так как $\beta\overline{\psi}\left(e(t)\right) < \alpha$. Если знак коэффициента k не соответствует знаку функции $\Phi(\psi)$, то ошибка $e(t)$ будет возрастать. Тогда наступит некоторый момент времени t_0, при котором $\beta\overline{\psi}\left(e(t_0)\right) \geq \alpha$, вследствие чего функция $\Phi(\psi)$ изменит знак на противоположный, соответствующий знаку коэффициента k, и ошибка $e(t)$ начнет уменьшаться. Иными словами, применение функции $\Phi(\psi)$ позволяет компенсировать неопределенность знака коэффициента передачи k. При этом система управления, описываемая уравнениями (5)—(8), (10), обеспечивает выполнение целевого условия (3) и ограниченность всех сигналов в системе.

З а м е ч а н и я. 1) Выбор параметров α и β существенно зависит от начальных условий (1). Поэтому при $|e(0)| \leq \delta_1$ (предположение 2) значения α и β выбираются из условия $\alpha - \beta\delta_1 > 0$. 2) Функция $\Phi(\psi)$ может быть введена не только в формулу алгоритма адаптации, но и в закон управления $u(t) = \Phi(\psi)T(D)\overline{v}(t)$ либо $v(t) = \Phi(\psi)c^T(t)w(t)$ или в уравнение ошибки слежения $e(t) = \Phi(\psi)\left(y(t) - y_m(t)\right)$.

Пример 1. Рассмотрим объект управления $\left(D^3 + a_2 D^2 + a_1 D + a_0\right)y(t) = ku(t)$, где a_0, a_1, a_2 и k считаются неизвестными. Класс неопределенности задан неравенствами:

$-50 \le a_0 \le 50$, $-20 \le a_1 \le 20$, $-10 \le a_2 \le 10$, $-7 \le k \le 7$, $|e(0)| \le 5$. Эталонную модель определим следующим дифференциальным уравнением: $(D+1)^3\, y_m(t) = r(t)$, $r(t) = 1 + \sin 7t + \sin 2t + \sin 0{,}5t$.

Так как относительная степень объекта управления равна 3, то зададим $T(D)$ как $T(D) = (D+1)^2$. Тогда число a в уравнении (7) равно 1, и фильтры (см. уравнения (6)) будут определяться как $\dot{V}_{y1}(t) = V_{y2}(t)$, $\dot{V}_{y2}(t) = -V_{y1}(t) - 2V_{y2}(t) + y(t)$, $V_y(0) = 0$; $\dot{V}_{u1}(t) = V_{u2}(t)$, $\dot{V}_{u2}(t) = -V_{u1}(t) - 2V_{u2}(t) + u(t)$, $V_u(0) = 0$; $\dot{V}_{r1}(t) = V_{r2}(t)$, $\dot{V}_{r2}(t) = -V_{r1}(t) - 2V_{r2}(t) + r(t)$, $V_r(0) = 0$, $g(t) = [1, 0]V_r(t)$. Значит, вектор регрессии будет составлен из следующих компонент: $w(t) = \left[V_u^T(t), V_y^T(t), y(t), g(t)\right]^T$. Наблюдатель, определяемый уравнением (8), приобретает следующий вид: $\dot{\xi}_1(t) = -\xi_2(t) - b_1\mu^{-1}\left(\xi_1(t) - v(t)\right)$, $\dot{\xi}_2(t) = -b_2\mu^{-2}\left(\xi_1(t) - v(t)\right)$, $\overline{B} = [b_1, b_2]^T = [3, 3]^T$, $\mu = 0{,}01$. Закон управления (10) и алгоритм адаптации (9) формируются как $u(t) = \xi_1(t) + 2\xi_2(t) + \dot{\xi}_2(t)$, $v(t) = c^T(t)w(t)$, $\dot{c}(t) = -\psi(e)\left[\rho e(t)w(t) + \sigma e^2(t)c(t)\left(1 + e^2(t)\right)^{-1}\right]$, где $\rho = 300$, $\alpha = 5$.

Пример 2. Зададим следующие параметры объекта управления: $a_0 = 0$, $a_1 = 15$, $a_3 = -8$, возмущающее воздействие $f(t) = 2 + \sin 1{,}1t + \cos 1{,}7t$, коэффициент передачи $k = 7\sin(\pi t)$, начальные условия $y(0) = \dot{y}(0) = \ddot{y}(0) = 1$. При $\delta_1 = 5$ выберем в уравнении (10) $\alpha = 1$, $\beta = 1/6$ и $\overline{\psi}(e) = |e(t)|$, тогда $\alpha - \beta\delta_1 > 0$. График процессов в объекте управления и эталонной модели представлен на рис. 2.

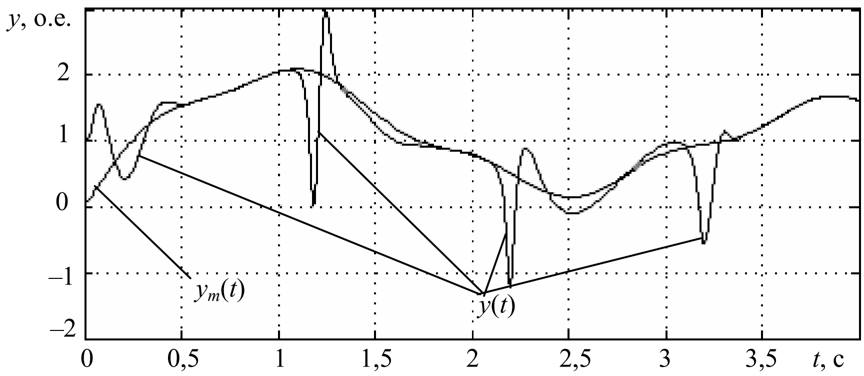

Рис. 2

При моделировании коэффициент $k = 7\sin(\pi t)$ изменяет свой знак через каждую секунду с положительного на отрицательный, и наоборот. При $t = [0; 1)$ с знаки коэффициента k и функции $\Phi(\psi)$ положительные, поэтому переключения знака $\Phi(\psi)$ не происходит, так как $|e(t)| < 6$. При $t = [1; 2)$ с знак коэффициента k отрицательный, а $\Phi(\psi)|_{t=1} > 0$, вследствие чего ошибка увеличивается до некоторого момента $t_0 \in [1; 2)$, когда будет выполнено условие $|e(t_0)| = 6$. В этот момент происходит переключение знака функции $\Phi(\psi)$ с +1 на –1, и ошибка $e(t)$ уменьшается, и т.д.

Заключение. Рассмотрен способ построения алгоритмической структуры устройства для управления неопределенными линейными объектами при отсутствии информации о знаке коэффициента передачи. Предложен метод компенсации данной неопределенности, осуществляемой с помощью функции $\Phi(\psi)$, которая является дополнением к ранее разработанному модифицированному алгоритму адаптации высокого порядка [1, 2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Цыкунов А. М.* Модифицированный адаптивный алгоритм высокого порядка для управления линейным объектом по выходу // АиТ. 2006. № 8. С. 143—152.
2. *Furtat I. B., Tsykunov A. M.* Output adaptive control for plants using time delay in output signal based on the modified algorithm of adaptation of the high order [Электронный ресурс]: IPACS Electronic Library. 9th IFAC Workshop “Adaptation and Learning in Control and Signal Processing”. 2007, <http://lib.physcon.ru/getfile.html?item=1528>.
3. *Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
4. *Atassi A. N., Khalil H. K.* A separation principle for the stabilization of class of nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 1999. Vol. 44, N 9. P. 1672—1687.
5. *Nussbaum R. D.* Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control // Syst. Control Lett. 1983. Vol. 3, N 5. P. 243—246.
6. *Mudgett D. R., Morse A. S.* Adaptive stabilization of linear systems with unknown high-frequency gains // IEEE Trans. on Automat. Control. 1985. Vol. AC-30, N 6. P. 549—554.

Сведения об авторах

Игорь Борисович Фуртат — канд. техн. наук; Астраханский государственный технический университет, кафедра математики в инженерном образовании; E-mail: cainenash@mail.ru, furtat_i@mail.ru

Александр Михайлович Цыкунов — д-р техн. наук, профессор; Астраханский государственный технический университет, кафедра математики в инженерном образовании; E-mail: tsykunov_al@mail.ru

Рекомендована кафедрой
математики в инженерном образовании

Поступила в редакцию
25.03.08 г.