

---

---

# ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

---

---

УДК 681.3:536.2

Е. Н. МЕРКУХИН

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФОВЫХ МОДЕЛЕЙ ПРОСТРАНСТВА ДОПУСТИМЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ РАЗМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Предлагаются графовые модели пространства допустимых решений для задачи размещения электронных элементов по совокупности монтажно-коммутационного и теплового критериев, что позволяет исключить из процесса оптимизации тепловые расчеты. Рассмотрены примеры моделей для различных условий теплоотвода, определяемых конструкцией модулей электронных устройств.

*Ключевые слова:* графовая модель, пространство поиска, размещение электронных элементов, тепловой критерий.

При проектировании электронных устройств особую актуальность приобретает разработка конструкций с высоким удельным тепловыделением и жесткими ограничениями по массогабаритным характеристикам.

Для отвода тепла применяют пассивные и активные методы. Пассивные методы предполагают обеспечение оптимального теплоотвода посредством выбора материалов с высокой теплопроводностью и рационального размещения тепловыделяющих элементов. При этом увеличение массы и габаритов электронных устройств сводится к минимуму.

Рациональное размещение тепловыделяющих элементов в электронном устройстве непосредственно связано с задачей обеспечения оптимальных монтажно-коммутационных характеристик. В этом случае задача размещения становится двухкритериальной, и возникают дополнительные трудности, обусловленные различной природой модели теплового расчета и моделей электрических схем, применяемых при автоматизированном проектировании. Модели теплового расчета представляют собой уравнения математической физики, а модели электрических схем — структурные модели, строящиеся на основе теории множеств и графов.

С помощью аналитической тепловой модели электронного устройства рассчитывается температура каждого электронного элемента, на основании чего выносится решение о работоспособности устройства. Для уменьшения трудоемкости задачи размещения по двум критериям предлагаются структурные тепловые модели в виде графов, позволяющие отказаться от расчетов температуры электронных элементов. Построение таких моделей основывается на исследованиях закономерностей формирования температурных полей электронных устройств различных классов. Задача размещения разбивается на две иерархические подзадачи: первая заключается в построении структурной тепловой модели (в виде графа), определяющей допустимые варианты размещения, а вторая является непосредственно задачей размещения.

В настоящей статье решается задача многокритериальной оптимизации. Предлагаемый метод может рассматриваться как метод перевода всех критериев, кроме одного, в разряд ограничений или метод последовательных уступок. Двоякая трактовка метода обусловлена тем, что исследуется задача с минимальным числом частных критериев. Первый вариант трактовки предусматривает осуществление оптимизации по монтажно-коммутационному критерию с учетом теплового критерия при ограничении пространства поиска решений, т.е. рассматриваются варианты из множества, представленного в виде графовой модели. Во втором варианте трактовки пространство поиска рассматривается как пространство, полученное после задания уступки по тепловому критерию, и затем в этом пространстве осуществляется поиск решения, оптимального по монтажно-коммутационному критерию.

Использование структурной тепловой модели позволяет максимально упростить задачу адаптации существующего программного обеспечения к решению задачи размещения по совокупности монтажно-коммутационных и тепловых характеристик.

Метод построения графовой тепловой модели основывается на многоэкстремальности задачи оптимального размещения групп однотипных элементов (дискретных источников тепла) и симметрией схем теплоотвода. Однотипные электронные элементы присутствуют практически в любом модуле электронной аппаратуры. Симметрия схем теплоотвода означает, что для каждой точки области размещения элементов можно найти хотя бы еще одну точку в области, эквивалентной первой по условиям теплоотвода. Для некоторых классов электронных устройств можно вывести в виде аналитического выражения условие оптимальности, регламентирующее в неявном виде допустимые варианты размещения электронных элементов с учетом теплового режима. Для построения графовой тепловой модели достаточно одного из двух названных факторов.

В работах [1—3] выведены условия оптимальности для некоторых классов конструкций электронных модулей, а в работах [4—6] приводятся алгоритмы, позволяющие определить оптимальные варианты размещения элементов по тепловому критерию.

Рассмотрим пример графовой тепловой модели, построенной на основе условия оптимальности, выведенного в работе [1]. В этом случае одинаковые электронные элементы размещены в линейке, которая допускает возможность использования принудительного воздушного охлаждения. Оптимальному тепловому режиму соответствует расположение электронных элементов в направлении потока теплоносителя, для которого выполняется условие

$$\frac{P_1}{k_1} \leq \frac{P_2}{k_2} \leq \dots \leq \frac{P_i}{k_i} \leq \dots \leq \frac{P_n}{k_n},$$

где  $P_i$ ,  $k_i$  — соответственно мощность рассеивания и коэффициент линеаризации в соотношении, которое аппроксимирует зависимость интенсивности отказов от температуры для  $i$ -го электронного элемента;  $n$  — число элементов в линейке.

Введем обозначение:  $W_i = P_i/k_i$ . Предположим, что  $W_{i+1} \approx W_{i+2} \approx W_{i+3}$ . Тогда тепловую модель для рассматриваемого случая можно представить в виде графа  $G$  (рис. 1), в котором вершины соответствуют электронным элементам, а ребра определяют возможные варианты порядка обхода вершин, соответствующие вариантам расположения электронных элементов в линейке. Любой не имеющий циклов путь из вершины  $W_1$  в вершину  $W_n$ , включающий в себя все вершины, определяет последовательность расположения электронных элементов в линейке, которая соответствует тепловому режиму.

В данном случае граф моделирует пространство поиска, включающее шесть вариантов размещения, которые эквивалентны и оптимальны по тепловому критерию:

$$\begin{aligned} &(W_1, W_2, \dots, W_{i+1}, W_{i+2}, W_{i+3}, \dots, W_{n-1}, W_n); (W_1, W_2, \dots, W_{i+1}, W_{i+3}, W_{i+2}, \dots, W_{n-1}, W_n); \\ &(W_1, W_2, \dots, W_{i+2}, W_{i+1}, W_{i+3}, \dots, W_{n-1}, W_n); (W_1, W_2, \dots, W_{i+2}, W_{i+3}, W_{i+1}, \dots, W_{n-1}, W_n); \\ &(W_1, W_2, \dots, W_{i+3}, W_{i+1}, W_{i+2}, \dots, W_{n-1}, W_n); (W_1, W_2, \dots, W_{i+3}, W_{i+2}, W_{i+1}, \dots, W_{n-1}, W_n). \end{aligned}$$

Таким образом, графовая тепловая модель представляет собой модель пространства решений, оптимальных или близких к оптимальным по тепловому критерию.

Формализуем построение графовой тепловой модели для случая, когда известно оптимальное по тепловому критерию размещение электронных элементов в фиксированных позициях. Обозначим множество размещаемых электронных элементов как  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ , а множество посадочных позиций — как  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ . При этом подразумевается, что  $|A| = m \leq n = |S|$ . Любая инъективная функция  $A$  в  $S$  отображает один вариант размещения электронных элементов. При отсутствии ограничений структурная тепловая модель включает в себя все множество  $F^{\wedge}(S^A)$  инъективных функций  $A$  в  $S$ , которое может быть представлено полным двудольным графом  $G = (A \cup S, V)$  с двумя типами вершин (рис. 2).

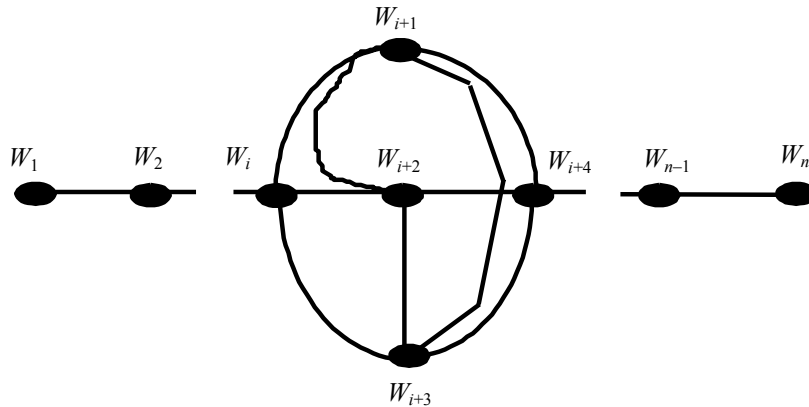


Рис. 1

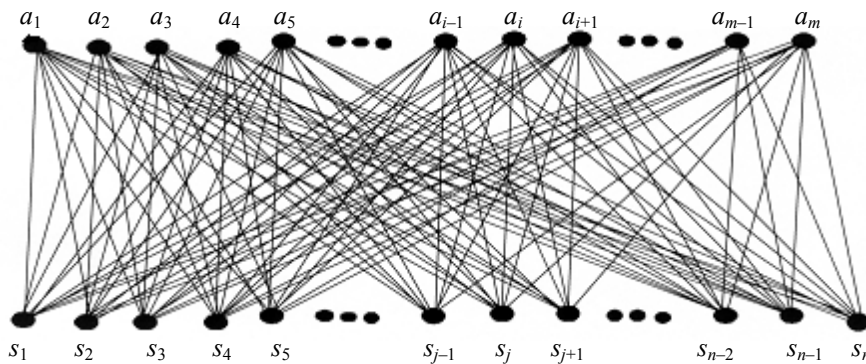


Рис. 2

Любой суграф графа  $G$  с числом ребер  $m$  и степенью не выше единицы моделирует одну из всего множества инъективных функций. Мощность множества, или число таких суграфов, определяется выражением

$$|F^{\wedge}(S^A)| = \frac{|S|!}{(|S| - |A|)!}.$$

Формально операцию построения структурной тепловой модели можно представить следующим образом. Множество  $A$  разбивается на  $q$  непересекающихся подмножеств  $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_h \cup \dots \cup A_q$ , каждое из которых представляет собой класс эквивалентности, т.е. однотипные электронные элементы. Для каждого класса эквивалентности  $A_h$  указывается подмножество позиций  $S_h$ , куда могут размещаться элементы из  $A_h$ , причем в общем случае  $S_i \cap S_j \neq \emptyset, i, j = 1, 2, \dots, q; i \neq j$ .

Введем обозначения:  $F(S^A)$  — инъективная функция множества  $A$  в множестве  $S$ ;  $S^{F(A)}$  — отображение в множестве  $S$  множества  $A$ , порожденное инъективной функцией  $F(S^A)$ .

Назовем две функции  $F_A(S_1^{A_1})$  и  $F_B(S_2^{A_2})$  непересекающимися, если соблюдаются условия

$$\left. \begin{aligned} A_1 \cap A_2 &= \emptyset, \\ S_1^{F_A(A_1)} \cap S_2^{F_B(A_2)} &= \emptyset. \end{aligned} \right\}$$

Для непересекающихся функций определим операцию объединения. Результатом объединения двух непересекающихся функций будет также инъективная (или биективная, если  $m=n$ ) функция  $\hat{F}_1(S^{\bar{A}}) = F_a(S_1^{A_1}) \cup F_b(S_2^{A_2})$ , для которой

$$\left. \begin{aligned} \bar{A} &= A_1 \cup A_2, \\ \hat{F}_1(\bar{A}) &= S_1^{F_a(A_1)} \cup S_2^{F_b(A_2)}. \end{aligned} \right\}$$

Зададим для каждого класса эквивалентности  $A_h$ ,  $h=1, 2, \dots, q$ , множество инъективных функций  $\hat{F}(S_h^{A_h})$ . Тогда структурная тепловая модель будет представлять собой множество инъективных функций  $F(S^A)$ , каждая из которых является результатом объединения  $q$  непересекающихся инъективных функций, принадлежащих соответственно подмножествам  $\hat{F}(S_h^{A_h})$ ,  $h=1, 2, \dots, q$ .

Таким образом, функция  $F_i(S^A)$  моделирует допустимое по тепловому критерию размещение, если она может быть представлена в виде

$$F_i(S^A) = F_a(S_1^{A_1}) \cup F_b(S_2^{A_2}) \cup \dots \cup F_g(S_h^{A_h}) \cup \dots \cup F_r(S_q^{A_q}),$$

где  $F_a(S_1^{A_1})$ ,  $F_b(S_2^{A_2})$ ,  $F_g(S_h^{A_h})$ ,  $F_r(S_q^{A_q})$  — непересекающиеся инъективные (или биективные) функции.

На рис. 3 приведен граф  $G$ , моделирующий множество решений, допустимых по тепловому критерию (множество инъективных функций  $F(S^A)$ ). Любой суграф графа  $G$  с  $m$  ребрами и степенью не выше единицы моделирует одно допустимое по тепловому критерию размещение.

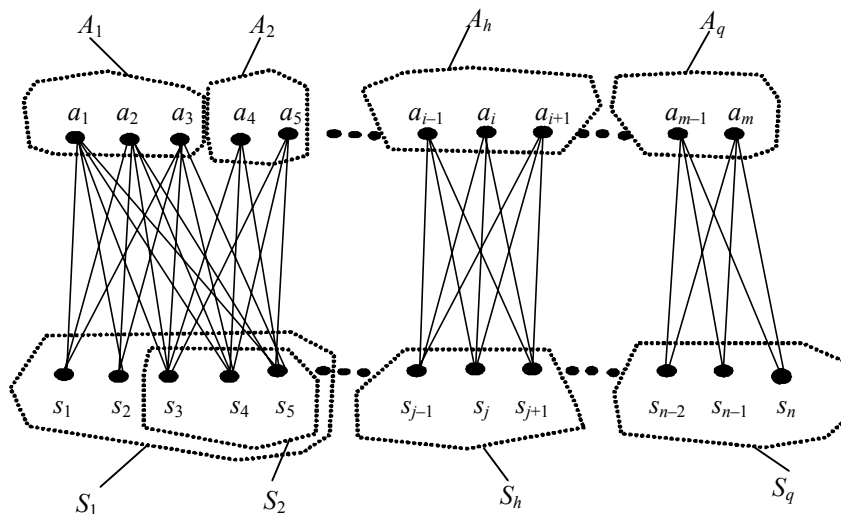


Рис. 3

Рассмотрим теперь вариант, когда позиции  $S$  не фиксированы. При этом множество позиций оказывается неопределенным, и структурную тепловую модель можно представить в виде гиперграфа  $H=(A, E \cup V)$  с двумя типами ребер (рис. 4). Каждое ребро типа  $V$  содержит

вершины, которые соответствуют группе эквивалентных элементов. Ребра типа  $E$  могут включать в себя либо вершины, соответствующие эквивалентным группам электронных элементов, для которых определены координаты расположения на монтажном поле, либо вершины, соответствующие группам элементов, для которых определены явно или неявно зоны для размещения на монтажном поле. Возможно наличие нескольких типоразмеров эквивалентных групп. В этом случае гиперграф будет содержать соответствующее количество типов ребер. После получения оптимального по тепловому критерию начального варианта размещения элементов гиперграфовая модель определяет правила их перемещения в пространстве. Допустимыми являются варианты размещения, полученные из начального, при соблюдении следующих правил: разрешаются парные перестановки эквивалентных элементов, т.е. вершин внутри ребер типа  $V$ , а также парные перестановки эквивалентных групп элементов, т.е. перестановки индексов ребер типа  $E$ .

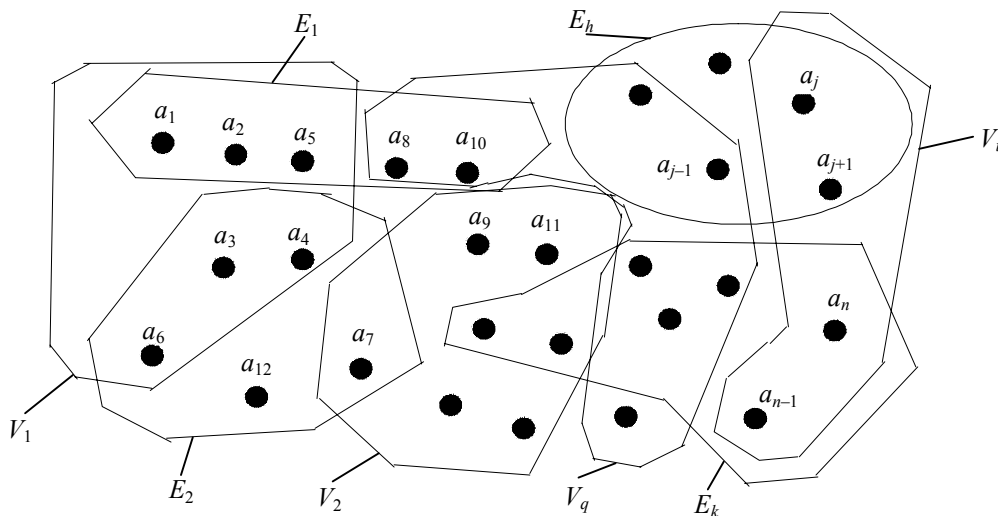


Рис. 4

Применение структурных тепловых моделей имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционными методами решения задач размещения по совокупности монтажно-коммутационного и теплового критериев. Во-первых, исключаются трудоемкие расчеты температурных полей на каждом шаге оптимизации. Во-вторых, модель предусматривает ограничения, позволяющие сократить количество пробных шагов поиска пространства решений по тепловому критерию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Роткоп Л. Л., Гидаевич В. Б. Оптимальное размещение радиоэлектронной аппаратуры с принудительным охлаждением // *Вопр. радиоэлектроники. Сер. ТРТО.* 1970. Вып. 1. С. 69—82.
2. Лебедев Б. К., Меркухин Е. Н. Метод размещения с совместной оптимизацией теплового режима и монтажно-коммутационных характеристик // *Автоматизация проектирования электронной аппаратуры: Межвед. темат. науч. сб.* Таганрог: ТРТИ, 1985. Вып. 4. С. 110—115.
3. Меркухин Е. Н. Оптимальное по тепловому режиму размещение цифровых ИМС на плате с теплопроводами // *Проектирование электронной аппаратуры с применением САПР: Межвуз. науч.-темат. сб.* Махачкала: ДГУ, 1988. С. 46—49.
4. Меркухин Е. Н. Алгоритм квазиоптимального размещения элементов по тепловому режиму на плате с поверхностной схемой теплоотвода // *Проектирование электронной аппаратуры с применением САПР: Межвуз. науч.-темат. сб.* Махачкала: ДГУ, 1990. Т 1. С. 75—78.
5. Лебедев Б. К., Меркухин Е. Н. Оптимизация тепловых характеристик при размещении элементов // *Вопр. радиоэлектроники. Сер. ЭВТ.* 1988. Вып. 11. С. 186—194.

6. Меркухин Е. Н. Нечеткие критерии в задаче размещения электронных элементов с учетом теплового режима // Изв. вузов. Приборостроение. 1995. Т. 38, № 3—4. С. 32—34.

**Сведения об авторе**

**Евгений Николаевич Меркухин**

— канд. техн. наук, доцент; Дагестанский государственный технический университет, кафедра вычислительной техники, Махачкала;  
E-mail: merkuhin@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
вычислительной техники

Поступила в редакцию  
09.10.07 г.